

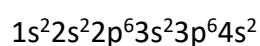
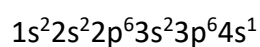
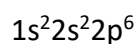
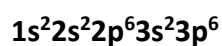
Løsningsforslag eksamen TALM1009

Vår 2020

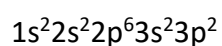
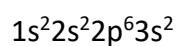
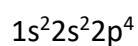
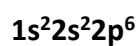
Oppgave 1

a)

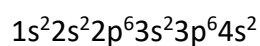
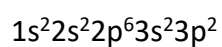
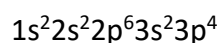
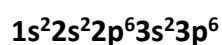
i) Hva er elektronkonfigurasjonen til K^+ ?



ii) Hva er elektronkonfigurasjonen til Mg^{2+} ?



iii) Hva er elektronkonfigurasjonen til S^{2-} ?



iv) Hva er oksidasjonstallet til N i NO_3^- ?

+V

+III

+IV

+VI

v) Hva er oksidasjonstallet til N i NH_2OH ?

-I

+I

-II

-III

b)

i) Hva er det systematiske navnet til forbindelsen MgCl_2 ?

Magnesiumklorid

Magnesium(II)klorid

Magnesium(I)klorid

Magnesiumdiklorid

ii) Hva er det systematiske navnet til forbindelsen KNO_3 ?

Kaliumnitrat

Kalium(I)nitrat

Kaliummononitrat

Kaliumnitrid

iii) Hva er det systematiske navnet til forbindelsen CuF ?

Kobber(I)fluorid

Kobber(II)fluorid

Kobberfluorid

Kobbermonofluorid

iv) Hva er det systematiske navnet til forbindelsen CBr_4 ?

Karbontetrabromid

Monokarbontetrabromid

Karbon(IV)bromid

Karbonbromid

v) Hva er det systematiske navnet til forbindelsen S_5N_6 ?

Pentasvovelheksanitrid

Hekstsvovelpentanitrid

Svovelheksanitrid

Svovelnitrid

vi) Hva er den kjemiske formelen til kalsiumhydroksid?

$\text{Ca}(\text{OH})_2$

CaOH

Ca_2OH

KOH

vii) Hva er den kjemiske formelen til kobolt(II)klorid?

CoCl_2

CoCl

Co_2Cl

CuCl_2

viii) Hva er den kjemiske formelen til bly(IV)klorid?

PbCl_4

PbCl_2

Pb_3Cl_4

PbCl

ix) Hva er den kjemiske formelen til difosfortrioksid?

P₂O₃

P₃O₂

PO₃

P₂O

x) Hva er den kjemiske formelen til dinitrogenmonoksid?

N₂O

NO₂

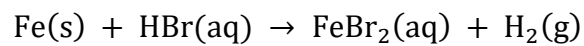
NO

N₂O₄

Oppgave 2

a)

Jern løses opp i hydrogenbromid etter følgende ubalanserte reaksjonsligning:



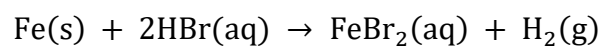
i) Hvor mange gram HBr trengs for å løse opp 3,2 g Fe?

ii) Hvor mange gram H₂ kan bli dannet når 3,2 g Fe løses opp i HBr?

iii) Anta at hydrogengassen som dannes, når 3,2 g Fe løses opp i HBr, plasseres i en tom, lukket beholder med volum på 0,85 L ved 25°C. Beregn trykket i beholderen. Anta at trykket i den tomme beholderen var 0 før tilsetning av hydrogengassen.

i)

Balansert reaksjonsligning:



$$m_{\text{Fe}} = 3,2 \text{ g}$$

$$n_{\text{Fe}} = \frac{m_{\text{Fe}}}{M_{\text{Fe}}} = \frac{3,2 \text{ g}}{55,85 \text{ g/mol}} = 0,0573 \text{ mol}$$

$$\frac{n_{\text{HBr}}}{n_{\text{Fe}}} = \frac{2}{1}$$

$$n_{\text{HBr}} = 2n_{\text{Fe}} = 2 \times 0,0573 \text{ mol} = 0,115 \text{ mol}$$

$$m_{\text{HBr}} = M_{\text{HBr}} \times n_{\text{HBr}} = 80,908 \text{ g/mol} \times 0,115 \text{ mol} = \mathbf{9,3 \text{ g}}$$

ii)

$$\frac{n_{\text{H}_2}}{n_{\text{Fe}}} = \frac{1}{1}$$

$$n_{\text{H}_2} = n_{\text{Fe}} = 0,0573 \text{ mol} = 0,0573 \text{ mol}$$

$$m_{\text{H}_2} = M_{\text{H}_2} \times n_{\text{H}_2} = 2,016 \text{ g/mol} \times 0,0573 \text{ mol} = \mathbf{0,12 \text{ g}}$$

iii)

Antar at alt av 3,2 g Fe dannes til produkter.

$$n_{\text{H}_2} = 0,0573 \text{ mol}$$

$$V = 0,85 \text{ L}$$

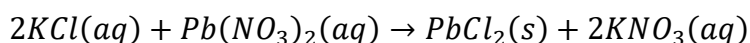
$$T = 25^\circ\text{C}$$

$$pV = nRT$$

$$p = \frac{nRT}{V} = \frac{0,0573 \text{ mol} \times 0,082057 \text{ (L} \times \text{atm)} / (\text{K} \times \text{mol}) \times (25 + 273) \text{ K}}{0,85 \text{ L}} = \mathbf{1,6 \text{ atm}}$$

b)

25,6 mL av en 1,20 M KCl-løsning reagerer med 14,6 mL av en 0,900 M Pb(NO₃)₂-løsning etter følgende reaksjonsligning:



Det dannes 3,18 g PbCl₂. Hva er prosentvis utbytte av PbCl₂?

$$n_{\text{KCl}} = 1,20 \text{ mol/L} \times 0,0256 \text{ L} = 0,03072 \text{ mol}$$

$$n_{\text{Pb}(\text{NO}_3)_2} = 0,900 \text{ mol/L} \times 0,0146 \text{ L} = 0,01314 \text{ mol}$$

Hvis alt KCl reagerer:

$$\frac{n_{\text{Pb}(\text{NO}_3)_2}}{n_{\text{KCl}}} = \frac{1}{2}$$

$$n_{\text{Pb}(\text{NO}_3)_2} = \frac{1}{2} n_{\text{KCl}} = \frac{1}{2} \times 0,03072 \text{ mol} = 0,01536 \text{ mol}$$

Hvis alt KCl reagerer trengs 0,01536 mol $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$

Hvis alt $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$ reagerer:

$$\frac{n_{\text{KCl}}}{n_{\text{Pb}(\text{NO}_3)_2}} = \frac{2}{1}$$

$$n_{\text{KCl}} = 2n_{\text{Pb}(\text{NO}_3)_2} = 2 \times 0,01314 \text{ mol} = 0,02628 \text{ mol}$$

Hvis alt $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$ reagerer trengs 0,02628 mol KCl.

$\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$ begrensende reaktant.

$$\frac{n_{\text{PbCl}_2}}{n_{\text{Pb}(\text{NO}_3)_2}} = \frac{1}{1}$$

$$n_{\text{PbCl}_2} = n_{\text{Pb}(\text{NO}_3)_2} = 0,01314 \text{ mol}$$

$$m_{\text{PbCl}_2} = M_{\text{PbCl}_2} \times n_{\text{PbCl}_2} = 278,1 \text{ g/mol} \times 0,01314 \text{ mol} = 3,654 \text{ g}$$

$$\text{Prosentvis utbytte: } \frac{3,18}{3,654} \times 100 \% = \mathbf{87,0 \%}$$

c)

i) Hvor mange gram CaCl_2 trengs for å lage 7,5 L av en 0,330 mol/L CaCl_2 -løsning?

$2,7 \times 10^2 \text{ g}$

$1,4 \times 10^2 \text{ g}$

$5,5 \times 10^2 \text{ g}$

$2,5 \times 10^3 \text{ g}$

$$n_{\text{CaCl}_2} = c \times V = 0,330 \text{ mol/L} \times 7,5 \text{ L} = 2,475 \text{ mol}$$

$$m_{\text{CaCl}_2} = M_{\text{CaCl}_2} \times n_{\text{CaCl}_2} = 110,98 \text{ g/mol} \times 2,475 \text{ mol} = \mathbf{2,7 \times 10^2 \text{ g}}$$

ii) 250 mL av en 2,0 M HCl-løsning fortynnes til et nytt volum på 1,00 L. Hva blir den nye konsentrasjonen av HCl?

0,50 mol/L

0,25 mol/L

2,0 mol/L

4,0 mol/L

$$V_1 = 250 \text{ mL} = 0,250 \text{ L}$$

$$c_1 = 2,0 \text{ mol/L}$$

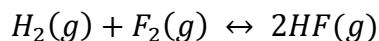
$$V_2 = 1,0 \text{ L}$$

$$n_{\text{HCl}} = c_1 \times V_1 = 2,0 \text{ mol/L} \times 0,250 \text{ L} = 0,50 \text{ mol}$$

$$c_2 = \frac{n_{\text{HCl}}}{V_2} = \frac{0,50 \text{ mol}}{1,0 \text{ L}} = \mathbf{0,50 \text{ mol/L}}$$

Oppgave 3

a) Ta utgangspunkt i følgende likevekt:



Ved en gitt temperatur har denne reaksjonen en likevektskonstant, K_c , på $1,15 \times 10^2$.

Til en tom beholder på 1,5 L tilføres 3,00 mol av hver komponent (H_2 , F_2 og HF) ved den aktuelle temperaturen.

i) I hvilken retning vil reaksjonen gå for å innstille likevekt? Vis dette med beregninger.

ii) Beregn likevektskonsentrasjonen av H_2 , F_2 og HF .

i)

$$[\text{H}_2] = \frac{n_{\text{H}_2}}{V} = \frac{3,00 \text{ mol}}{1,5 \text{ L}} = 2,00 \text{ mol/L}$$

$$[\text{H}_2] = [\text{F}_2] = [\text{HF}] = 2,00 \text{ mol/L}$$

$$Q = \frac{[\text{HF}]^2}{[\text{H}_2][\text{F}_2]} = \frac{2,00^2}{2,00 \times 2,00} = 1$$

$$Q < K_c$$

reaksjonen går mot høyre

ii)

Likevektstabell:

| | | | |
|--------------|--|----------|-----------|
| | $\text{H}_2(\text{g}) + \text{F}_2(\text{g}) \leftrightarrow 2\text{HF}(\text{g})$ | | |
| Ved start | 2,00 | 2,00 | 2,00 |
| Endring | -x | -x | 2x |
| Ved likevekt | 2,00 - x | 2,00 - x | 2,00 + 2x |

$$Q = \frac{[\text{HF}]^2}{[\text{H}_2][\text{F}_2]} = \frac{(2,00 + 2x)^2}{(2,00 - x)(2,00 - x)} = 1,15 \times 10^2$$

$$\frac{4,00 + 8,00x + 4x^2}{4,00 - 4,00x + x^2} = 1,15 \times 10^2$$

$$111x^2 - 468x + 456 = 0$$

$$x_1 = 2,69$$

$$x_2 = 1,53$$

x_1 gir negativ konsentrasjon for H_2 og F_2 .

Likevektskonsentrasjon:

$$[\text{H}_2] = 2,00 - x = 2,00 - 1,53 = \mathbf{0,47 \text{ mol/L}}$$

$$[\text{F}_2] = 2,00 - x = 2,00 - 1,53 = \mathbf{0,47 \text{ mol/L}}$$

$$[\text{HF}] = 2,00 + 2x = 2,00 + 2 \times 1,53 = \mathbf{5,06 \text{ mol/L}}$$

b)

i) Beregn pH i en $8,7 \times 10^{-5}$ M NaOH-løsning ved 25°C.

9,94

3,74

4,06

8,63

10,24

NaOH er en sterk base: $\text{NaOH}(\text{aq}) \rightarrow \text{Na}^+(\text{aq}) + \text{OH}^-(\text{aq})$

$$[\text{OH}^-] = [\text{NaOH}] = 8,7 \times 10^{-5} \text{ mol/L}$$

$$[\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14}$$

$$[\text{H}^+] = \frac{10^{-14}}{[\text{OH}^-]} = \frac{10^{-14}}{8,7 \times 10^{-5}} = 1,15 \times 10^{-10} \text{ mol/L}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log(1,15 \times 10^{-10}) = \mathbf{9,94}$$

ii)

Hva er konsentrasjonen av OH^- -ioner i en løsning med $\text{pH} = 10,43$ ved 25°C ?

$2,7 \times 10^{-4} \text{ M}$

$3,7 \times 10^{-11} \text{ M}$

$3,7 \times 10^{-25} \text{ M}$

$10,4 \text{ M}$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+]$$

$$[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-10,43} = 3,71 \times 10^{-11} \text{ mol/L}$$

$$[\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{[\text{H}^+]} = \frac{10^{-14}}{3,7 \times 10^{-11}} = \mathbf{2,7 \times 10^{-4} \text{ mol/L}}$$

iii) Gitt følgende syrekonstanter, K_a . Hvilken korresponderende base har høyest verdi for K_b ?

CN^-

ClO^-

CHO_2^-

NO_2^-

Jo mindre en syre protolyserer, jo høyere er K_b til den korresponderende basen. Dermed vil den korresponderende basen til den syren som protolyserer minst ha høyest K_b . Derfor vil den korresponderende basen til den syren med lavest K_a , ha høyest K_b . Det blir CN^- .

iv) pH i en 0,100 M HCOOH-løsning er 2,38. Hva er K_a til syren?

$1,8 \times 10^{-4}$

$4,1 \times 10^{-2}$

$1,7 \times 10^{-5}$

$2,4 \times 10^{-12}$



$$K_a = \frac{[\text{HCOO}^-][\text{H}^+]}{[\text{HCOOH}]}$$

Likevektstabell:

| | $\text{HCOOH(aq)} \leftrightarrow \text{HCOO}^- \text{(aq)} + \text{H}^+ \text{(aq)}$ | | |
|--------------|---|---|---|
| Ved start | 0,100 | 0 | 0 |
| Endring | -x | x | x |
| Ved likevekt | 0,100 - x | x | x |

$$[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-2,38} = 0,004169 \text{ mol/L}$$

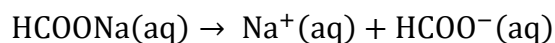
$$K_a = \frac{[\text{HCOO}^-][\text{H}^+]}{[\text{HCOOH}]} = \frac{0,004169^2}{0,100 - 0,004169} = \mathbf{1,8 \times 10^{-4}}$$

v) Avgjør om løsningen blir sur, nøytral eller basisk når den ioniske forbindelsen HCOONa løses i vann.

Basisk

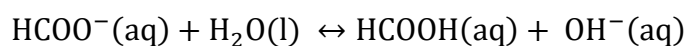
Nøytral

Sur



Na^+ påvirker ikke pH.

HCOO^- er korresponderende base til HCOOH:



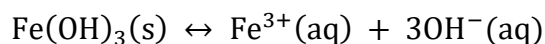
Dette gir en basisk løsning.

d)

i) Beregn den molare løseligheten til $\text{Fe}(\text{OH})_3$ i vann ved 25°C .

ii) Hvor mange milligram $\text{Fe}(\text{OH})_3$ kan løses i 10 L vann ved 25°C ?

i)



$$K_{\text{sp}} = [\text{Fe}^{3+}][\text{OH}^{-}]^3$$

Setter opp likevektstabell:

| | $\text{Fe}(\text{OH})_3(\text{s})$ | \leftrightarrow | $\text{Fe}^{3+}(\text{aq})$ | $+ 3\text{OH}^{-}(\text{aq})$ |
|--------------|------------------------------------|-------------------|-----------------------------|-------------------------------|
| Ved start | - | | 0 | 0 |
| Endring | - | | x | 3x |
| Ved likevekt | - | | x | 3x |

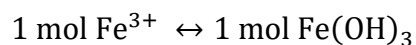
$$K_{\text{sp}} = [\text{Fe}^{3+}][\text{OH}^{-}]^3 = (x) \times (3x)^3 = 8,0 \times 10^{-40}$$

$$27x^4 = 8,0 \times 10^{-40}$$

$$x = \left(\frac{8,0 \times 10^{-40}}{27} \right)^{\frac{1}{4}} = 7,38 \times 10^{-11}$$

$$[\text{Fe}^{3+}] = x = 7,38 \times 10^{-11} \text{ mol/L}$$

$$[\text{OH}^{-}] = 3x = 3 \times 7,38 \times 10^{-11} \text{ mol/L} = 2,21 \times 10^{-11} \text{ mol/L}$$



Molar løselighet av $\text{Fe}(\text{OH})_3$: **$7,4 \times 10^{-11} \text{ mol/L}$**

ii)

$$V = 10 \text{ L}$$

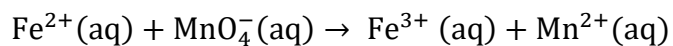
$$n_{\text{Fe}(\text{OH})_3} = 7,38 \times 10^{-11} \text{ mol/L} \times 10 \text{ L} = 7,38 \times 10^{-10} \text{ mol}$$

$$m_{\text{Fe}(\text{OH})_3} = M_{\text{Fe}(\text{OH})_3} \times n_{\text{Fe}(\text{OH})_3} = 106,874 \text{ g/mol} \times 7,38 \times 10^{-10} \text{ mol} = 7,9 \times 10^{-8} \text{ g}$$

$$m_{\text{Fe}(\text{OH})_3} = \mathbf{7,9 \times 10^{-5} \text{ mg}}$$

Oppgave 4

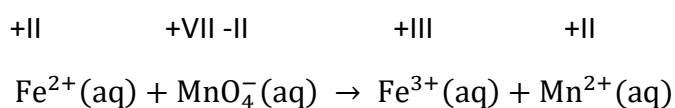
a) Balanser følgende redoksreaksjon i surt miljø:



Sett på oksidasjonstall, skriv opp halvreaksjoner og vis fremgangsmåte for balanseringen.

Alternativ 1:

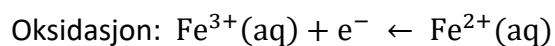
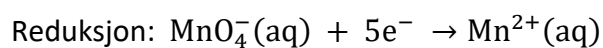
1. Oksidasjontall



Mn: +VII \rightarrow +II

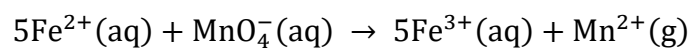
Fe: +II \rightarrow +III

2. Halvreaksjoner



3. Elektronbalanse

Totalreaksjon:

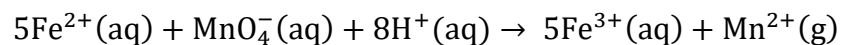


4. Ladningsbalanse

Venstre side: +9

Høyre side: +17

Tilsetter 8H^{+} på venstre side

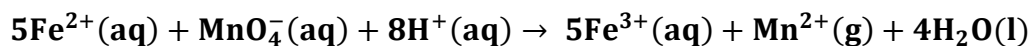


5. Massebalanse

| | Fe | Mn | O | H |
|--------------|----|----|---|---|
| Venstre side | 5 | 1 | 4 | 8 |
| Høyre side | 5 | 1 | 0 | 0 |

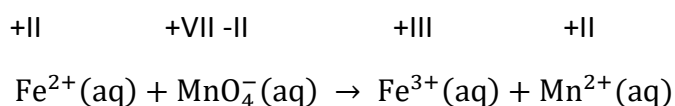
Tilsetter 4H₂O på høyre side

Balansert reaksjonsligning:



Alternativ 2:

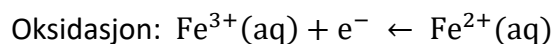
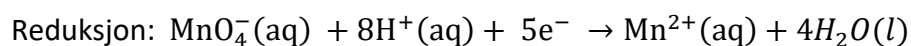
1. Oksidasjontall



Mn: +VII -> +II

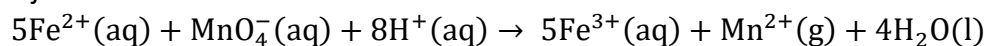
Fe: +II -> +III

2. Halvreaksjoner



3. Elektronbalanse

Totalreaksjon:



4. Ladningsbalanse

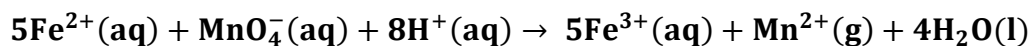
Venstre side: +17

Høyre side: +17

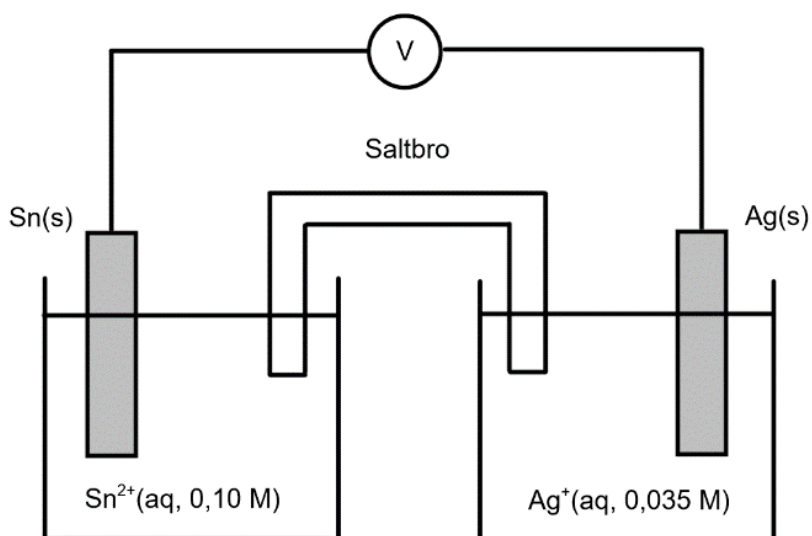
5. Massebalanse

| | Fe | Mn | O | H |
|--------------|----|----|---|---|
| Venstre side | 5 | 1 | 4 | 8 |
| Høyre side | 5 | 1 | 4 | 8 |

Balansert reaksjonsligning:



b)



Figuren viser en galvanisk celle.

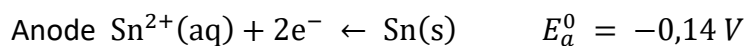
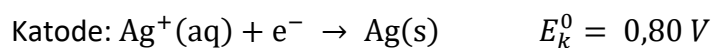
- i) Sett opp halvreaksjoner og totalreaksjonen. Hva er anode og katode?
- ii) Beregn standard cellepotensial (E^0) for cellen.
- iii) Beregn cellepotensialet ved 25°C.

i)

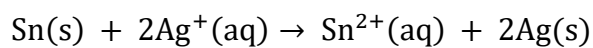
Anode: Sn(s)

Katode: Ag(s)

Halvreaksjoner:



Totalreaksjon:



ii)

$$E^0 = E_k^0 - E_a^0 = 0,80 - (-0,14) \text{ V} = 0,94 \text{ V}$$

$$E^0 = \mathbf{0,94 \text{ V}}$$

iii)

$$E = E^0 - \frac{RT}{nF} \ln(Q) = E_k^0 - E_a^0 - \frac{RT}{nF} \ln \frac{[\text{Sn}^{2+}]}{[\text{Ag}^+]^2} = 0,94 - \frac{8,314 \times 298}{2 \times 96485} \ln \frac{0,100}{0,035^2}$$

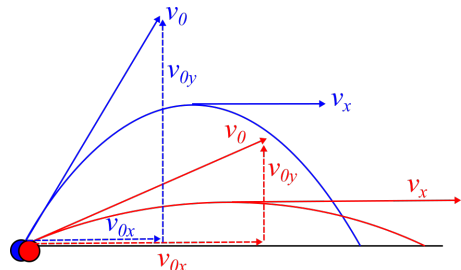
$$= 0,883 \text{ V}$$

$$\mathbf{E = 0,883 \text{ V}}$$

Flervalgsdel

Oppgave 5

a) I toppunktet er farten horisontal, dvs. $v_x = v_{0x}$ og $v_y = 0$. Da er det den kula med størst startfart v_{0x} i x -retning som har størst fart i toppunktet. Dette er illustrert på figuren under:



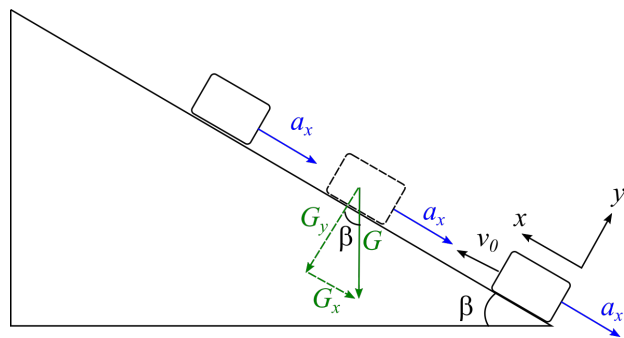
Man kan også argumentere ut i fra energi: begge kulene har samme kinetiske/potensielle energi ved startpunktet. Total mekanisk energi er konstant, og fordi den røde kula har lavest høyde/potensiell energi i toppunktet av de to, må den derfor ha størst fart.

Riktig svar: **den røde**.

b) En curlingstein som beveger seg friksjonsfritt langs et skråplan, påvirkes kun av tyngdekraften og normalkrafta fra underlaget. Komponenten av tyngden som virker langs skråplanet er konstant;

$$\begin{aligned} G_x &= mg \sin \beta \\ ma_x &= mg \sin \beta && \text{(Newtons 2. lov)} \\ a_x &= \underline{g \sin \beta} \end{aligned}$$

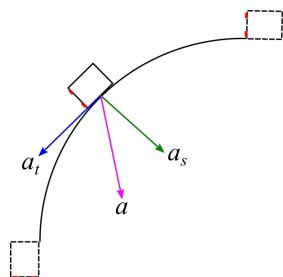
At akselerasjonen er konstant er illustrert på figuren under:



Dette betyr at steinen starter med en viss (positiv) startfart, og har konstant negativ akselerasjon langs skråplanet. Fartsgrafen blir altså en rett linje med negativt stigningstall lik akselerasjonen.

Riktig svar: **B**

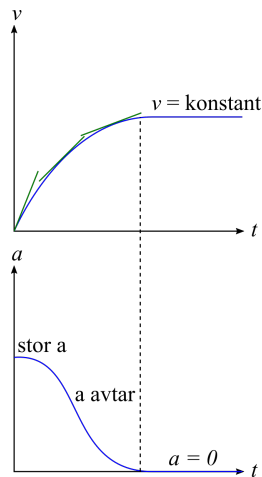
c) Figuren under viser komponentene til akselerasjonen \vec{a} for bilen idet den kjører gjennom svingen med avtakende banefart: sentripetalakselerasjonen \vec{a}_r (pga. sirkelbevegelsen) og tangentialakselerasjonen \vec{a}_t , fordi banefarten avtar.



Akselerasjonen får altså retningen vist på figuren.

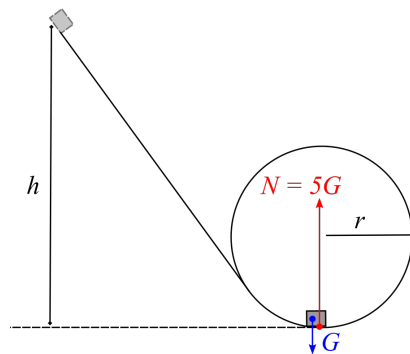
Riktig svar: **D**

d) Akselerasjonen på et tidspunkt er stigningstallet til fartsgrafene. Bilen fartsgraf viser at bilen starter med full gass og stor akselerasjon (grafene stiger bratt i starten), og så avtar farten mer og mer til den når en maksimal fart. Figuren under viser hvilken graf som er i tråd med denne situasjonen.



Riktig svar: **A**

e) Skal bestemme den største høyden h vogna kan slippes fra for at normalkrafta i det laveste punktet skal bli maksimalt $5G$, slik figuren under viser.



I det laveste punktet gir Newtons 2. lov følgende restriksjon på farten v i det laveste punktet:

$$\begin{aligned} \sum F &= ma \\ N - G &= m \frac{v^2}{r} \\ 5G - G &= m \frac{v^2}{r} && \text{(Grensetilfellet)} \\ 4mg &= m \frac{v^2}{r} \\ v^2 &= \underline{4gr} \end{aligned}$$

Energibevaring mellom slippunktet i høyde h og det laveste punktet gir

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v^2 = \underline{2gh}$$

Sammeholdt gir dette følgende verdi for den maksimale sliphøyden h :

$$4gr = 2gh \Rightarrow h = \underline{2r}$$

Langsvar-del

Oppgave 6

a)

i) I det høyeste punktet i banen er farten \vec{v} horisontal ($v_y = 0$), sånn at farten i det høyeste punktet blir lik horisontalkomponenten v_{0x} av startfarten:

$$\begin{aligned} v &= v_{0x} \\ &= v_0 \cos \alpha \\ &= 10 \text{ m/s} \cdot \cos 35^\circ \\ &= \underline{\underline{8,2 \text{ m/s}}} \end{aligned}$$

ii) Finner først falltiden t (velger positiv retning oppover):

$$\begin{aligned} y &= v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \\ y &= v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \\ -1,0 &= 10 \sin 35^\circ \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t^2 \end{aligned} \quad (\text{Sløyfer enheter})$$

Denne andregradslikninga har løsningen

$$t = 1,32 \text{ s,}$$

som gir at

$$\begin{aligned} x &= v_{0x}t \\ &= v_0 \cos \alpha \cdot t \\ &= 10 \text{ m/s} \cos 35^\circ \cdot 1,32 \text{ s} \\ &= 10,8 \text{ m} \\ &\approx \underline{\underline{11 \text{ m}}} \end{aligned}$$

iii) Løser likningen for x -retningen med hensyn på tiden t :

$$x = v_{0x}t = v_0 \cos \alpha t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

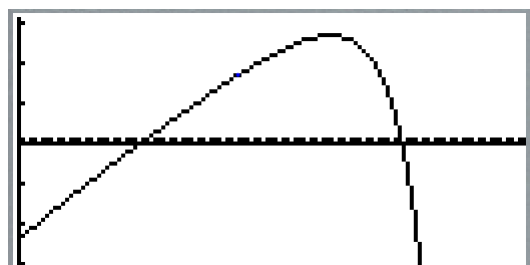
Setter i likningen for y -retningen:

$$\begin{aligned} y &= v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2}gt^2 \\ y &= v_0 \sin \alpha \cdot \frac{x}{v_0 \cos \alpha} - \frac{1}{2}g \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha} \right)^2 \\ y &= x \tan \alpha - \frac{1}{2} \frac{gx^2}{v_0^2} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} \end{aligned}$$

Skal treffe midt i blinken når $x = 7,0 \text{ m}$, og $y = -1,0 \text{ m}$ og $v_0 = 10 \text{ m/s}$ (som før). Setter inn tall (sløyfer enheter):

$$\begin{aligned} -1,0 &= 7,0 \tan \alpha - \frac{1}{2} \frac{9,81 \cdot 7,0^2}{10^2} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} \\ 0 &= 7,0 \tan \alpha - \frac{1}{2} \frac{9,81 \cdot 7,0^2}{10^2} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} + 1,0 \end{aligned}$$

Tegner grafen til høyresiden som en funksjon av α for $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$ og finner nullpunktene:

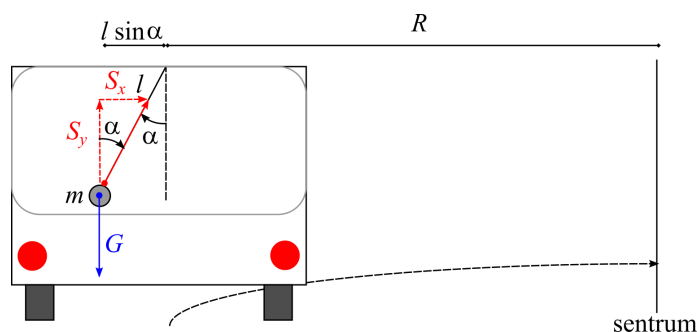


Får løsningene \

$$\alpha = 21,7^\circ \approx \underline{\underline{22^\circ}} \vee \alpha = 68,3^\circ \approx \underline{\underline{68^\circ}}$$

b)

i) Figuren under viser kreftene som virker på kula som henger i snora: snordraget S og tyngden G .



ii) Kula er i ro i vertikalretningen, sånn at

$$\begin{aligned} \sum F_y &= 0 \\ S_y &= mg \end{aligned}$$

Newtons 2. lov i x -retningen gir

$$\begin{aligned} \sum F_x &= ma \\ S_x &= m \frac{v^2}{r}, \end{aligned}$$

der $r = R + l \sin \alpha$ (som er radiusen for kulas sirkelbevegelse). Sammenhengen mellom S_x og S_y vises fra figuren:

$$\begin{aligned} S_x &= S_y \tan \alpha \\ &= \underline{mg \tan \alpha} \end{aligned} \quad (\text{Ettersom } S_y = mg)$$

Kombinerer dette og får

$$\begin{aligned} S_x &= m \frac{v^2}{r} \\ mg \tan \alpha &= m \frac{v^2}{r} \\ v^2 &= gr \tan \alpha \\ v &= \sqrt{gr \tan \alpha} \\ &= \underline{\underline{\sqrt{g(R + l \sin \alpha) \tan \alpha}}} \end{aligned}$$

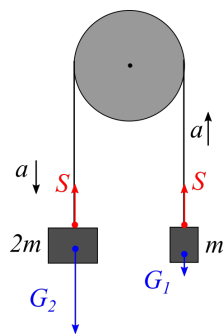
iii) Løser likningen fra forrige oppgave med hensyn på α :

$$\begin{aligned}
 v^2 &= gr \tan \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \frac{v^2}{gr} \\
 \alpha &= \arctan \frac{v^2}{gr} \\
 &= \arctan \frac{\left(\frac{70}{3,6} \text{ m/s}\right)^2}{9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 70 \text{ m}} \\
 &= 28,8^\circ \\
 &\approx \underline{\underline{29^\circ}}
 \end{aligned}$$

Oppgave 7

a)

i) Figuren under viser kreftene på loddene i situasjonen der trinsa og snora begge er masseløse:



Det samme snordraget S virker i hver ende av den masseløse snora, i tillegg til tyngdene $G_1 = mg$ og $G_2 = 2mg$ på hver kloss. Absoluttverdien til akselerasjonen til klossene vil være den samme, så Newtons 2. lov på hver kloss gir:

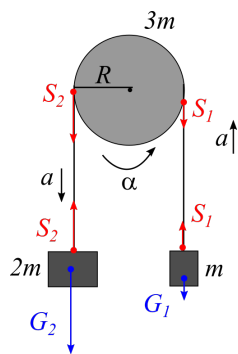
$$\begin{aligned}
 \sum F_1 &= ma \\
 S - G_1 &= ma \\
 S - mg &= ma \Rightarrow S = \underline{\underline{ma + mg}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sum F_2 &= 2m \cdot a \\
 G_2 - S &= 2m \cdot a \\
 2mg - S &= 2m \cdot a
 \end{aligned}$$

Kombinerer disse to likningene ved å sette inn for S :

$$\begin{aligned}
 2mg - S &= 2m \cdot a \\
 2mg - (ma + mg) &= 2ma \\
 2mg - ma - mg &= 2ma \\
 3ma &= mg \\
 a &= \frac{g}{\underline{\underline{3}}}
 \end{aligned}$$

ii) Figuren under viser situasjonen der trinsa har masse $3m$ og radius r :



Nå virker det forskjellige snordrag S_1 og S_2 i hver ende av den masseløse snora. Newtons 2. lov på hver kloss gir:

$$\begin{aligned}\sum F_1 &= ma \\ S_1 - G_1 &= ma \\ S_1 - mg &= ma\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum F_2 &= 2m \cdot a \\ G_2 - S_2 &= 2m \cdot a \\ 2mg - S_2 &= 2ma\end{aligned}$$

Newtons 2. lov for rotasjon anvendt på trinsa, som har treghetsmoment I om rotasjonsaksen og får en vinkelaks. α :

$$\begin{aligned}\sum \tau &= I\alpha \\ S_2R - S_1R &= I\alpha\end{aligned}$$

Ettersom snora ikke glir på trinsa, må klossenes akselersjon a tilsvare den lineære akselerasjonen til et punkt på periferien til trinsa, dvs.

$$a = \alpha R \Rightarrow \alpha = \frac{a}{R}.$$

Dette gir:

$$\begin{aligned}S_2R - S_1R &= I \cdot \frac{a}{R} \\ S_2R - S_1R &= \frac{1}{2} \cdot 3m \cdot R^2 \cdot \frac{a}{R} && \text{(Treghetsmoment for massiv skive)} \\ S_2 - S_1 &= \frac{3}{2}ma && \text{(Forkorter } R\text{)}\end{aligned}$$

Bruker addisjonsmetoden til å løse likningssettet som var resultatet av Newtons 2. lov på de to klossene:

$$\begin{aligned}S_1 - mg &= ma \\ 2mg - S_2 &= 2ma\end{aligned}$$

Adderer rad 1 til rad 2:

$$2mg - S_2 + S_1 - mg = 2ma + ma$$

$$mg - (S_2 - S_1) = 3ma$$

$$mg - \frac{3}{2}ma = 3ma$$

(Setter inn fra rotasjonsdel)

$$3ma + \frac{3}{2}ma = mg$$

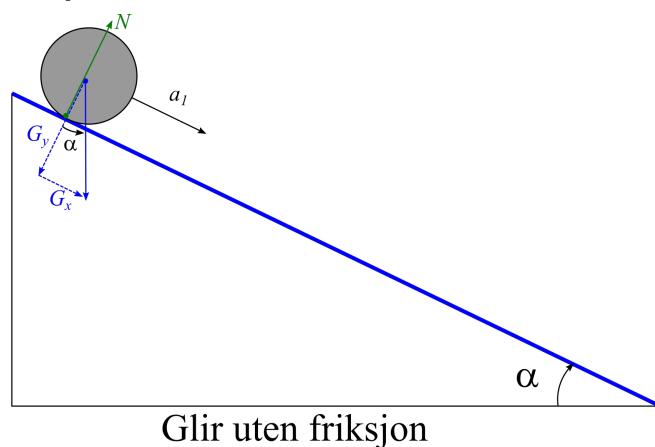
$$\frac{9}{2}ma = mg$$

$$a = \underline{\underline{\frac{2}{9}g}}}$$

Akselerasjonen blir lavere enn i tilfelle i), som forventet.

b)

i) Figuren under viser kreftene som virker på sylinderen når den glir nedover et skråplan uten friksjon:



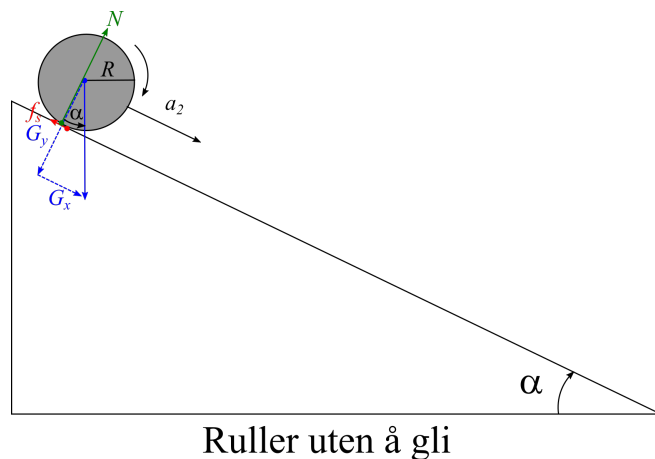
Kun komponenten G_x til tyngden virker langs skråplanet; Newtons 2. lov i denne retningen gir da

$$\sum F_x = ma_1$$

$$mg \sin \alpha = ma_1$$

$$a_1 = \underline{\underline{g \sin \alpha}}$$

ii) I dette tilfellet virker det en friksjonskraft f_s mellom sylinderen og underlaget (det er denne som sørger for at sylinderen ruller), som vist på figuren under:



I dette tilfellet gir Newtons 2. lov for bevegelsen til massesenteret at

$$\begin{aligned}\sum F_x &= ma_2 \\ mg \sin \alpha - f_s &= ma_2\end{aligned}$$

Newton's 2. lov for rotasjon gir sammenhengen (her er I treghetsmomentet til sylindere om massesenteret):

$$\begin{aligned}\sum \tau &= I\alpha \\ f_s \cdot R &= I\alpha\end{aligned}$$

Ettersom sylindere ruller uten å gli, er sammenhengen mellom massesenterets akselerasjon a_2 og vinkelakselerasjonen gitt ved

$$a_2 = \alpha R \Rightarrow \alpha = \frac{a_2}{R}$$

Dette gir

$$\begin{aligned}f_s \cdot R &= I \cdot \frac{a_2}{R} \\ f_s \cdot R &= \frac{1}{2}mR^2 \cdot \frac{a_2}{R} && \text{(Treghetsm. for sylindere)} \\ f_s &= \frac{1}{2}ma_2\end{aligned}$$

Innsatt i den andre likninga:

$$\begin{aligned}mg \sin \alpha - f_s &= ma_2 \\ mg \sin \alpha - \frac{1}{2}ma_2 &= ma_2 \\ \frac{3}{2}ma_2 &= mg \sin \alpha \\ a_2 &= \underline{\underline{\frac{2}{3}g \sin \alpha}}\end{aligned}$$

Forholdet mellom akselerasjonene i de to tilfellene blir altså

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{g \sin \alpha}{\frac{2}{3}g \sin \alpha} = \underline{\underline{\frac{3}{2}}}$$

iii) Skal finne forholdet mellom slutfarten til massesenteret i de to tilfellene: gliding uten friksjon (slutfart v_1) og rulling uten gliding (slutfart v_2). Hvis vi antar at sylindere starter med null startfart i begge tilfellene og ruller en total strekning s nedover skråplanet, er slutfarten v bestemt av

$$\begin{aligned}v^2 - v_0^2 &= 2as \\ v^2 &= 2as && \text{(Når } v_0 = 0\text{)} \\ v &= \underline{\underline{\sqrt{2as}}}\end{aligned}$$

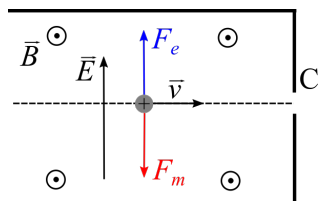
Forholdet mellom v_1 og v_2 blir da¹

$$\begin{aligned}\frac{v_1}{v_2} &= \frac{\sqrt{2a_1s}}{\sqrt{2a_2s}} \\ &= \sqrt{\frac{a_1}{a_2}} \\ &= \underline{\underline{\sqrt{\frac{3}{2}}}}\end{aligned}$$

Oppgave 8

a)

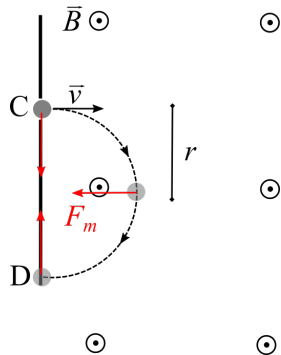
i) Figuren under viser et proton som beveger seg rettlinjet mellom de parallelle platene. I et slikt tilfelle er magnetkraften $F_m = q|\vec{v} \times \vec{B}| = qvB$ og den elektriske kraften $F_e = qE$ på protonet like store og motsatt rettet, slik figuren under viser:



Dette gir:

$$\begin{aligned}qvB &= qE \\ v &= \frac{E}{B} \\ &= \frac{1,0 \cdot 10^5 \text{ V/m}}{0,10 \text{ T}} \\ &= \underline{\underline{1,0 \cdot 10^6 \text{ m/s}}}\end{aligned}$$

ii) I området etter spalten C er det kun et magnetfelt, slik at protonet kun påvirkes av magnetkraften F_m , som hele tiden står normalt på protonets fartsretning. Protonet vil da avbøyes i en sirkel, slik figuren under viser:



¹Det spiller ingen rolle hvorvidt du finner forholdet mellom v_1 og v_2 , eller omvendt.

Newtons 2. lov for sirkelbevegelsen med radius r :

$$\begin{aligned}\sum F &= ma \\ qvB &= m \frac{v^2}{r} && \text{(Sentripetalakselerasjon)} \\ r &= \frac{mv}{qB} \\ &= \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 2,0 \cdot 10^5 \text{ m/s}}{1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,10 \text{ T}} \\ &= 0,021 \text{ m} \\ &= \underline{\underline{2,1 \text{ cm}}}\end{aligned}$$

Avstanden CD utgjør diameteren i sirkelen, slik at denne avstanden blir

$$2 \cdot 2,1 \text{ cm} = \underline{\underline{4,2 \text{ cm}}}$$

b)

i) Fluksen gjennom én sløyfe/spolevinding er gitt ved

$$\Phi_m = BA \cos \phi,$$

der ϕ er vinkelen mellom normalvektoren til sløyfa og magnetfeltet. Den totale fluksen gjennom en spole med N vindinger blir da

$$N\Phi_m = \underline{\underline{NBA \cos \phi}}.$$

Dersom vinkelen $\phi = \phi_0 = 0$ ved $t = 0$ og spolen dreies med konstant vinkelfart ω , gir “bevegelseslikningene” for konstant vinkelfart at

$$\begin{aligned}\phi &= \phi_0 + \omega t \\ &= \underline{\underline{\omega t}}.\end{aligned}$$

Til sammen gir dette at total fluks Φ_{total} gjennom spolen som funksjon av tid blir

$$\Phi_{total} = \underline{\underline{NBA \cos \omega t}}$$

ii) Den induerte emsen i spolen er gitt fra Faradays induksjonslov:

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \frac{d\Phi_{total}}{dt} \\ &= NBA \frac{d}{dt} (\cos \omega t) \\ &= NBA \cdot \omega (-\sin \omega t) \\ &= \underline{\underline{-NBA\omega \sin \omega t}}\end{aligned}$$

Minustegnet er et uttrykk for Lenz’ regel om at emsen motvirker fluksendringene; det er et fullt akseptabelt svar å kun angi absoluttverdien til spenningen, dvs. $|\varepsilon|$.

iii) Skisserer $\varepsilon(t)$ for én omdreining, dvs. ωt som løper fra 0 til 2π , som betyr at t ligger i intervallet $0 \leq t \leq \frac{2\pi}{\omega}$:

