NTNU
Fakultet for Naturvitskap og Teknologi
Institutt for Fysikk

Løysingsframlegg TFY 4104 Fysikk Hausten 2009

Faglærar: Professor Jens O. Andersen
Institutt for Fysikk, NTNU
Telefon: 73593131

Mandag 30. november 2009
kl. 09.00-13.00

Oppgåve 1

a) Vi deler inn staven i bitar av lengde dx med masse masse $dm = (m/L)dx$. Dersom avstanden mellom biten og aksen er x, er bidraget til tregheitsmomentet $dI = x^2 dm = mx^2 dx/L$. Integrasjon gjev då

$$
\begin{aligned}
I &= \int dI \\
&= \frac{m}{L}\int_{-L/2}^{L/2} x^2 dx \\
&= \underline{\underline{\frac{m}{12}L^2}} .
\end{aligned}
$$

b) Bevaring av spinn gjev

$$
I_{\text{før}}\omega_{\text{før}} = I_{\text{etter}}\omega_{\text{etter}}
$$

Tregheitsmomentet etter at lodda er montert er

$$
I_{\text{etter}} = \frac{m}{12}L^2 + 2M\left(\frac{L}{2}\right)^2 .
$$

Dette gjev

$$
\begin{aligned}
\omega_{\text{etter}} &= \frac{I_{\text{før}}}{I_{\text{etter}}}\omega_{\text{før}} \\
&= \underline{\underline{\frac{m}{m+6M}\omega_{\text{før}}}} \ .
\end{aligned}
$$

c) Det verkar ei friksjonskraft F og ei normalkraft N i kontaktpunktet. I tillegg verkar tyngdekrafta mg nedover. Newtons andre lov normalt på skråplanet gjev

$$
mg\cos\beta - N = 0
$$

eller

$$
N = \underline{\underline{mg\cos\beta}} \ .
$$

Det er berre tyngdekrafta som har eit kraftmoment τ om kontaktpunktet. Vi har da $\tau = mgR\sin\beta$. Dreiemomentet I_{kontakt} om kontaktpunktet er gitt ved parallellakseteoremet og vi får $I_{\text{kontakt}} = I_{\text{skive}} + mR^2 = \frac{3}{2}mR^2$. Dette gjev

$$
mgR\sin\beta = \frac{3}{2}mR^2\ddot{\theta} \ ,
$$

der $\ddot{\theta}$ er vinkelakselerasjonen. Rein rulling gjev $a = \ddot{\theta}R$ og vi får difor

$$
a = \underline{\underline{\frac{2}{3}g\sin\beta}} \ .
$$

Newtons andre lov parallelt med skråplanet gjev

$$
mg\sin\theta - F = ma \ ,
$$

eller

$$
F = \underline{\underline{\frac{1}{3}mg\sin\beta}} \ .
$$

<u>Oppgåve 2</u>

a) Arbeidet for delprosessen $1 \to 2$

$$
W_{12} = -\int_{V_1}^{V_2} P\,dV \ ,
$$

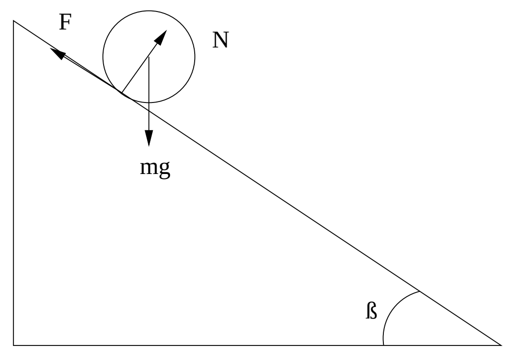

Figure 1: Skive som rullar ned eit skråplan.

der V_1 er volumet i tilstand 1 og V_2 er volumet i tilstand 2. Vi bruker $PV = RT$ $(n = 1)$ og får

$$\begin{aligned} W_{12} &= -RT_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} \\ &= \underline{\underline{-RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}}} \,. \end{aligned}$$

Arbeidet for delprosessen $3 \to 4$ reknast ut heilt analogt og ein får

$$W_{34} = \underline{\underline{-RT_3 \ln \frac{V_4}{V_3}}} \,.$$

For dei andre delprossessane er arbeidet lik null fordi volumet er konstant, altså er

$$\begin{aligned} W_{23} &= \underline{\underline{0}} \,, \\ W_{41} &= \underline{\underline{0}} \,. \end{aligned}$$

b) For ein isoterm er den indre energien til gassen konstant. Det vil seie at $Q + W = 0$. Altså har vi

$$\begin{aligned} Q_{12} &= \underline{\underline{RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}}} \,, \\ Q_{34} &= \underline{\underline{RT_3 \ln \frac{V_4}{V_3}}} \,. \end{aligned}$$

For ein isokor har vi

$$dQ = C_V dT \,.$$

Dette gjev

$$\begin{aligned} Q_{23} &= \int_{T_2}^{T_3} C_V \, dT \\ &= \frac{3}{2} R(T_3 - T_2) \ . \end{aligned}$$

Tilsvarande får vi

$$\begin{aligned} Q_{41} &= \int_{T_4}^{T_1} C_V \, dT \\ &= \frac{3}{2} R(T_1 - T_4) \ . \end{aligned}$$

c) Vi har

$$dS = \frac{dQ_{\text{rev}}}{T} \ .$$

For isotermane får ein difor

$$\begin{aligned} \Delta S_{12} &= \underline{\underline{R \ln \frac{V_2}{V_1}}} \ , \\ \Delta S_{34} &= \underline{\underline{R \ln \frac{V_4}{V_3}}} \ . \end{aligned}$$

For isokorane får vi

$$\begin{aligned} \Delta S_{23} &= \int_{T_2}^{T_3} C_V \frac{dT}{T} \\ &= \underline{\underline{\frac{3}{2} R \ln \frac{T_3}{T_2}}} \ . \end{aligned}$$

og

$$\begin{aligned} \Delta S_{41} &= \int_{T_4}^{T_1} C_V \frac{dT}{T} \\ &= \underline{\underline{\frac{3}{2} R \ln \frac{T_1}{T_4}}} \ . \end{aligned}$$

Summen av desse er

$$\Delta S_{\text{gass}} = R \ln \frac{V_2 V_4}{V_1 V_3} + \frac{3}{2} R \ln \frac{T_1 T_3}{T_2 T_4} \ .$$

Sidan $V_1 = V_4$, $V_2 = V_3$, $T_1 = T_2$ og $T_3 = T_4$ blir

$$\Delta S_{\text{gass}} = \underline{\underline{0}} \ .$$

Entropien S er ein tilstandsfunksjon og etter ein syklus er tilstanden til gassen den same. Ergo er entropien den same og $\Delta S_{\text{gass}} = 0$ er ein konsekvens av dette.

d) Verknadsgraden er

$$\epsilon = -\frac{W_{34} + W_{12}}{Q_{12}} .$$

Innsetting gjev

$$\begin{aligned} \epsilon &= \frac{RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} + RT_3 \ln \frac{V_4}{V_3}}{RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} \\ &= \underline{\underline{1 - \frac{T_3}{T_1}}} \end{aligned}$$

der vi har brukt at $V_1 = V_4$ og $V_2 = V_3$. Dette er same verknadsgrad som ein Carnotmaskin.

Oppgåve 3

a) R_2 og R_3 er kopla parallelt, slik at den effektive motstanden R_{eff} er gjeven ved

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_{\text{eff}}} &= \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} , \\ &= \frac{2}{R} \end{aligned}$$

Dette gjev $R_{\text{eff}} = \frac{1}{2}R$. Denne er kopla i serie med motstanden $R_1 = \frac{1}{2}R$. Difor blir den totale effektive motstanden for kretsen

$$\begin{aligned} R_{\text{tot}} &= R_{\text{eff}} + R_1 \\ &= R . \end{aligned}$$

Straumen I_1 blir da

$$I_1 = \underline{\underline{\frac{V}{R}}} .$$

Spenningsfallet over R_1 er difor

$$\begin{aligned} V_1 &= I_1 R_1 \\ &= \underline{\underline{\frac{1}{2}V}} . \end{aligned}$$

Spenningsfallet over R_2 og R_3 er difor $\frac{1}{2}V$:

$$\begin{aligned} V_2 &= V_3 \\ &= \underline{\underline{\frac{1}{2}V}} \ . \end{aligned}$$

Sidan $R_2 = R_3$ får vi $I_2 = I_3$

$$\begin{aligned} I_2 &= I_3 \\ &= \underline{\underline{\frac{V}{2R}}} \ . \end{aligned}$$

b) Ved innsetting av $Q(t)$ i differensiallikninga får vi

$$\tau = \underline{\underline{RC}} \ .$$

τ kallast tidskonstanten.

c) Energien som er lagra i kondensatoren blir omgjort til varme i motstanden.

Oppgåve 4

a) Ei kraft $\vec{F}$ er konservativ viss og berre viss linjeintegralet rundt ei vilkårleg lukka kurve er lik null:

$$\underline{\underline{\oint \vec{F} \cdot d\vec{l} = 0}} \ .$$

Tyngdekrafta er ei konservativ kraft. Friksjon er ikkje er konservativ kraft.

b) I ein adibatisk prosess blir det ikkje tilført varme til systemet. $Q = 0$. Ein prosess der trykket er konstant kallast ein isobar.

c) La L vere ein del av ein elektrisk krets. Da er V spenningsfallet over L, R er den elektriske motstanden i L og I er den elektrisk straumen gjennom L.

d) La S vere ei lukka flate som omsluttar ei ladning Q. Da er Φ den elektrisk fluksen gjennom flata og ϵ_0 er permitiviteten i vakuum.
Vi legg ei sylinderflate (Gaussflate) med radius r og lengde L som er konsentrisk med det ladde sylinderskallet. Sylindersymmetri gjev at det elektrisk feltet berre avheng av r og ikkje av z og θ:

$$\vec{E} = E(r)\vec{e}_r \ .$$

Fluksen gjennom Gaussflata blir da

$$
\begin{aligned}
\Phi &= \int_{\text{syl}} E(r)\vec{e}_r \cdot \vec{n}\, dA \\
&= \int_{\text{syl}} E(r)\, dA \\
&= 2\pi r L E(r) \ ,
\end{aligned}
$$

For $r < R$ er ladninga innafor Gaussflata lik null. Det impliserer at $E_r = 0$. For $r > R$, er ladninga innafor Gaussflata lik $Q = 2\pi R L \sigma$. Gauss' lov gjev da

$$
2\pi r L E(r) = \frac{2\pi R L \sigma}{\epsilon_0} \ .
$$

Dette gjev

$$
E(r) = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\frac{R}{r} \ .
$$

Eller

$$
\underline{\underline{\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\frac{R}{r}\vec{e}_r}} \ .
$$

Det elektriske feltet er diskontinuerleg for $r = R$.