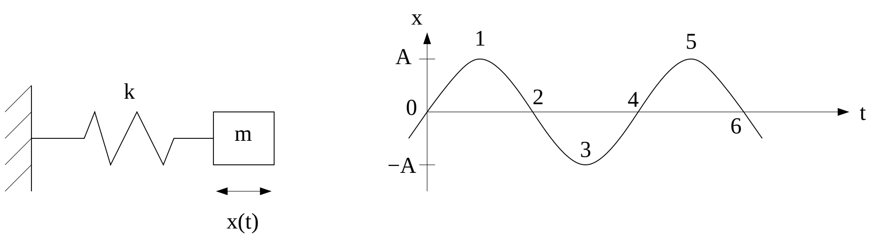
1) Panama gikk offisielt over fra US gallons til liter den 30. april i 2013. Bensinprisen var da ca 4 US dollar pr US gallon. Hvor mange desiliter bensin fikk du omtrent for 1 krone i Panama den 30. april i 2013, når 1 krone er ca 0.164 US dollar og 1 liter er ca 0.264 US gallons?

$(4 \cdot 0.264/0.164)$ (USD/USgal)(NOK/USD)(USg/L) $= 6.44$ NOK/L, dvs ca $1/6.44$ L/NOK, som er ca 1.6 dL/NOK.

A) 1.6



En kloss med masse m er festet til ei ideell fjær med fjærkonstant k, som vist i figuren over. Klossen utfører harmoniske svingninger horisontalt, og $x(t)$ angir klossens utsving fra likevekt ved tidspunktet t. Maksimalt utsving fra likevekt er A. Oppgavene 2 – 8 er knyttet til dette systemet.

2) Hva er klossens posisjon $x(0)$ og hastighet $v(0)$ ved tidspunktet $t = 0$ (merket med 0 i figuren over)?

Grafen til $x(t)$ starter i $x(0) = 0$, med $v(0) = (dx/dt)_{t=0} > 0$.

D) $x(0) = 0$, $v(0) > 0$

3) Når er absoluttverdien av klossens akselerasjon maksimal?

For enkel harmonisk svingning $x(t) = A \sin \omega t$ er akselerasjonen $a(t) = \ddot{x}(t) = -\omega^2 A \sin \omega t$. Dermed maksimal $|a| = \omega^2 A$ når utsvinget er maksimalt, dvs ved 1, 3 og 5.

C) Ved 1, 3 og 5.

4) Når er absoluttverdien av klossens hastighet maksimal?

Utsving $x = A \sin \omega t$ betyr hastighet $v = \dot{x} = \omega A \cos \omega t$. Siden $|\cos \omega t|$ er maksimal (og lik 1) der $\sin \omega t = 0$, har vi maksimal $|v|$ ved 0, 2, 4 og 6.

A) Ved 0, 2, 4 og 6.

5) Hva er svingesystemets periode T?

Klossen svinger med vinkelfrekvens $\omega = \sqrt{k/m}$, dvs med periode $T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{m/k}$.

B) $2\pi\sqrt{m/k}$

6) Hva er svingesystemets totale mekaniske energi?

Total mekanisk energi er (f.eks) gitt ved potensiell energi ved maksimalt utsving (1, 3, 5): $E = kA^2/2$.

A) $kA^2/2$

7) Hvordan påvirkes svingesystemets periode T dersom den svingende klossen utsettes for en svak luftmotstand $f = -bv$, proporsjonal med klossens hastighet v?

Friksjonskraft proporsjonal med $v = \dot{x}$ gir redusert frekvens, og følgelig større verdi for perioden T.

C) T blir større.

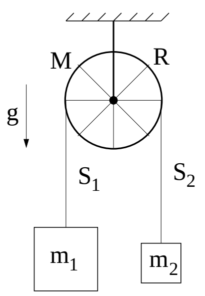
8) Hvordan påvirkes svingesystemets periode T dersom den svingende klossen utsettes for en svak konstant friksjonskraft $f = -\mu mg$, proporsjonal med klossens tyngde mg?

Et konstant ledd $-\mu mg$ i bevegelsesligningen (dvs Newtons 2. lov) for en enkel harmonisk oscillator endrer ikke formen på ligningen:

$$\begin{aligned} -kx - \mu mg &= m\ddot{x} \\ \Rightarrow m\ddot{\xi} + k\xi &= 0 \\ \Rightarrow \xi(t) &= x(t) + \mu mg/k = A\sin\omega t \\ \Rightarrow x(t) &= -\mu mg/k + A\sin\omega t \end{aligned}$$

Her har vi ganske enkelt gjort et variabelskifte, fra $x(t)$ til $\xi(t)$. Med andre ord, harmonisk svingning med uendret vinkelfrekvens $\omega = \sqrt{k/m}$ og dermed uendret periode $T = 2\pi/\omega$. (Men vi ser at likevektsposisjonen er endret, fra 0 til $-\mu mg/k$. En nærmere analyse viser at likevektsposisjonen skifter mellom $-\mu mg/k$ og $+\mu mg/k$ for hver halve periode, inntil klossens bevegelse plutselig stopper helt opp; i tråd med våre erfaringer.)

A) T forblir uendret.



To lodd med masser m_1 og $m_2 < m_1$ er forbundet med ei tilnærmet masseløs snor som er lagt over et hjul med masse M og radius R. Eikene er tilnærmet masseløse, slik at hjulets treghetsmoment om akslingen er $I_0 = MR^2$. Hjulet er festet i taket og kan rotere friksjonsfritt om akslingen som går gjennom hjulets massesenter. I oppgave 9 antar vi at hjulet har neglisjerbar masse. I oppgave 9 og 10 antar vi at det er tilstrekkelig friksjon mellom snor og hjul til at snora ikke glir på hjulet. I oppgave 11 antar vi null friksjon mellom snor og hjul. Tyngdens akselerasjon er g.

9) Hva kan du si om snordragene S_1 og S_2 dersom hjulets masse kan neglisjeres, dvs $M = 0$?

Netto dreiemoment på hjulet er $S_1R - S_2R$. Hvis hjulet er masseløst, må netto dreiemoment være lik null, dvs $S_1 = S_2$.

A) $S_1 = S_2$

10) Ved å måle loddenes hastighet $(\pm)v$ kan du umiddelbart slå fast at hjulet har kinetisk energi

Når snora ikke glir på hjulet, har vi "rullebetingelsen" $v = \omega R$. Hjulets kinetiske energi er dermed $K = I_0\omega^2/2 = MR^2 \cdot (v/R)^2/2 = Mv^2/2$.

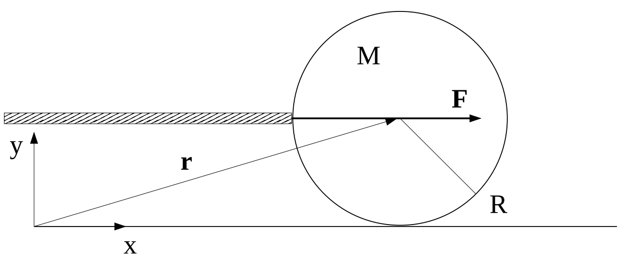
B) $Mv^2/2$

---

11) Anta nå null friksjon mellom snor og hjul, og la $\beta < 1$ betegne forholdet mellom de to loddenes masser, dvs $\beta = m_2/m_1$. Ved å måle loddenes akselerasjon a måler du samtidig tyngdens akselerasjon g. Hvordan kan g uttrykkes ved a og β?
Hva blir da loddenes akselerasjon a?

Uten friksjon mellom snor og hjul blir snordraget S likt i hele snora. N2 gir da $m_1g - S = m_1a$ og $S - m_2g = m_2a$, med positiv retning nedover for m_1 og oppover for m_2 (siden vi vet hvilken vei de to vil bevege seg). Addisjon av disse to eliminerer S og gir $(m_1 - m_2)g = (m_1 + m_2)a$, dvs $g = a(m_1 + m_2)/(m_1 - m_2) = a(1 + \beta)/(1 - \beta)$.

A) $g = a(1 + \beta)/(1 - \beta)$



Ei snookerkule med masse M og radius R får et kraftig, men kortvarig støt av en horisontal kø (stav). Kulas treghetsmoment relativt en akse gjennom dens massesenter er $I_0 = 2MR^2/5$. Vi legger et koordinatsystem xyz med origo på bordflata og xy-planet lik vertikalplanet gjennom kulas massesenter. Køen treffer kula (som ligger i ro) i xy-planet med en kraft F i x-retning. Treffpunktet er i høyde h over massesenteret, se figuren. Dette er høyere enn høyden $h_0 = 2R/5$ som ville ha resultert i ren rulling fra første stund. Støtet er så kraftig og så kortvarig at vi under selve støtet kan neglisjere innvirkningen av friksjonskraften f fra snookerbordet. Etter støtet, derimot, kan f generelt ikke neglisjeres. (Men vi ser bort fra luftmotstand.) Oppgavene 12 – 14 er knyttet til denne figuren.

---

12) Anta at kula har masse 167 gram, og at det virker en konstant kraft på 1000 N i støtet, som varer i 2 millisekunder. Hva blir da kulas hastighet umiddelbart etter at støtet er fullført?

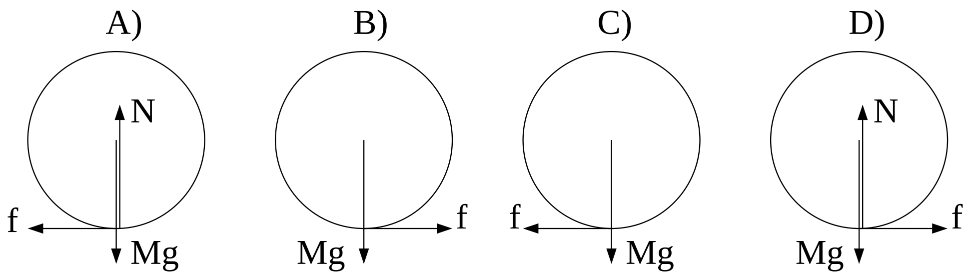
N2: $F = \Delta p/\Delta t = MV_0/\Delta t \Rightarrow V_0 = F\Delta t/M = 1000 \cdot 0.002/0.167 = 12$ m/s.

A) 12 m/s

---

13) Hvilken figur viser kreftene på kula like etter at støtet er fullført?

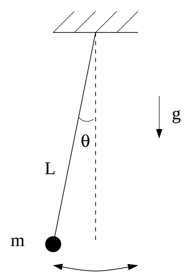
Når $h > h_0 = 2R/5$, vil kula rotere med vinkelhastighet $\omega_0 > V_0/R$ like etter at støtet er fullført. Dermed må friksjonskraften f virke mot høyre, og figur D blir riktig. (Figur B mangler normalkraften N fra bordet på kula.)



14) Etter at støtet er fullført, er kulas dreieimpuls relativt origo, $L = MRV + I_0\omega$, bevart. Her er V og ω hhv kulas hastighet og vinkelhastighet. Like etter støtet har kula hastighet V_0 og vinkelhastighet $\omega_0 = 5hV_0/2R^2$. Anta at køen treffer kula i høyden $h = 4R/5$. Hva blir da kulas hastighet når ren rulling er oppnådd?

Vi bruker dreieimpulsbevarelse: $MRV_0 + I_0\omega_0 = MRV + I_0\omega$ som med ren rulling ($V = \omega R$), oppgitt treghetsmoment $I_0 = 2MR^2/5$, og oppgitt vinkelhastighet $\omega_0 = 5hV_0/2R^2 = 2V_0/R$ gir $MRV_0 + 4MRV_0/5 = MRV + 2MRV/5 = 7MRV/5$, dvs $V = 9V_0/7$.

B) $9V_0/7$



Figuren viser en (tilnærmet matematisk) pendel bestående av ei lita kula med masse m festet til enden av ei tilnærmet masseløs stang med lengde L. Pendelen svinger fram og tilbake med små utsving ($|\theta| \ll 1$) fra likevekt ($\theta = 0$). Tyngdens akselerasjon er g. Se bort fra luftmotstand. Oppgavene 15 og 16 er knyttet til denne figuren.

15) Hvor mye endres pendelens svingeperiode T dersom lengden L øker med 1%?

Perioden for en matematisk pendel med lengde L er $T_0 = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{L/g}$. Dersom lengden øker med 1%, blir perioden

$$T = 2\pi\sqrt{L(1 + 1/100)/g} \simeq 2\pi\sqrt{L/g} \cdot (1 + 1/200),$$

som viser at T øker med ca 0.5%.

B) T øker med ca 0.5%.

16) Hvor mye endres pendelens svingeperiode T dersom massen m øker med 1%?

Perioden til en matematisk pendel avhenger ikke av massen.

A) T forblir uendret.

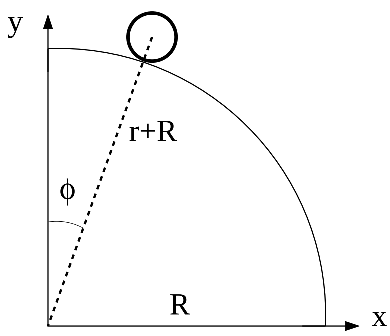
17) På vei mot sydligere breddegrader, med marsjfart ca 900 km pr time og i marsjhøyde ca 10 km over bakken, lar du tankene vandre. Ikke alle dine hypoteser er like fornuftige. Hvilket utsagn er riktig? Det oppgis at jordradien er i overkant av 6000 km.

Tyngdens akselerasjon $g = GM/R$ er praktisk talt like stor på bakken (med R = jordradien) og 10 km over bakken (med R = jordradien + 10 km $\simeq$ jordradien). Vi kan anslå påkrevd hastighet v som gir sentripetalakselerasjon lik g:

$$mg = mv^2/R \quad \Rightarrow \quad v^2 = gR \simeq 6 \cdot 10^7,$$

dvs $v \simeq 7.7 \cdot 10^3$ m/s $\simeq 2.8 \cdot 10^4$ km/h. Siden reell marsjfart bare er ca 900 km/h, er vi nok avhengig av et løft på vingene omtrent lik flyets tyngde. Det er tynnere luft i 10 kilometers høyde enn på bakken, men ikke tynnere enn at nødvendig løft kan oppnås.

C) I denne høyden er tyngdens akselerasjon omtrent som på bakken, og mye større enn sentripetalakselerasjonen. Et løft på flyvingene omtrent lik flyets tyngde er derfor nødvendig for å holde flyet i konstant høyde over bakken.



i	t_i (ms)	x_i (mm)	y_i (mm)
1	0	130	792
2	33	140	791
3	67	151	789
4	100	163	786
5	133	176	783
6	167	190	780
7	200	206	776
8	233	222	771
9	267	241	766
10	300	261	759

Tabellen viser posisjon (x, y), målt i enheten millimeter (mm), og tid t, målt i enheten millisekunder (ms), for massesenteret til en hul messingsylinder (dvs et "sylinderskall") som ruller på utsiden av en kvartsirkel med radius R. Sylinderen har indre radius 17 mm og ytre radius $r = 19$ mm, samt masse $m = 88$ g. Oppgavene 18 – 21 er knyttet til denne figuren og tabellen.

---

18) Messingsylinderens treghetsmoment, målt i SI-enheten kg m^2, med hensyn på sylinderens symmetriakse gjennom dens massesenter er ca

Indre og ytre radius hhv 17 og $r = 19$ mm betyr at treghetsmomentet må bli litt mindre enn mr^2, dvs litt mindre enn $0.088 \cdot 0.019^2 \simeq 3 \cdot 10^{-5}$ kg m^2.

D) $2.9 \cdot 10^{-5}$

---

19) Messingsylinderens treghetsmoment, målt i SI-enheten kg m^2, med hensyn på en akse vinkelrett på papirplanet og gjennom origo (dvs $(x, y) = (0, 0)$), er ca

Med Steiners sats blir treghetsmomentet nå $m(r + R)^2$ større enn i oppgave 18. Siden $r + R$ er betydelig større enn r, kan vi trygt neglisjere bidraget fra oppgave 18, og vi finner ca $0.088 \cdot 0.8^2 \simeq 0.056$ kg m^2. Her har vi brukt tallene i tabellen til å anslå at $r + R \simeq 0.8$ m.

C) $5.7 \cdot 10^{-2}$

---

20) Sylinderens hastighet ved $t = t_4 = 0.100$ s er omtrent

Hastigheten v_4 kan baseres på forflytningen fra 3 til 4, fra 3 til 5 eller fra 4 til 5. Med ett gjeldende siffer gir alle tre samme svar. Så f.eks: $v_{4x} = (x_5 - x_3)/2\Delta t$, tilsvarende for v_{4y}, og $v_4 = \sqrt{v_{4x}^2 + v_{4y}^2} \simeq 0.4$ m/s.

C) 0.4 m/s

---

21) Med konstant tidsintervall $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ kan sylinderens akselerasjon a_i ved tidspunktet t_i tilnærmes med algoritmen ("oppskriften")

Bare A og B er aktuelle, siden C og D har feil enhet (m/s og ikke m/s^2). Alternativ B kan umulig gi en akselerasjon, siden de tre involverte posisjonene alle legges sammen. dermed er A eneste mulighet:
$a_i = (v_{i+1/2} - v_{i-1/2})/\Delta t$ og $v_{i+1/2} = (x_{i+1} - x_i)/\Delta t$ osv gir detaljene.

$$\text{A)} \quad a_i = \frac{\sqrt{(x_{i+1} + x_{i-1} - 2x_i)^2 + (y_{i+1} + y_{i-1} - 2y_i)^2}}{(\Delta t)^2}$$

---

22) En personbil med masse 1500 kg kolliderer fullstendig uelastisk med en lastebil som står i ro. (Dvs, bil og lastebil henger sammen etter kollisjonen.) Lastebilen har masse 6000 kg. Hvor stor andel av den kinetiske energien går tapt i denne kollisjonen? (Dvs $(K_{\text{før}} - K_{\text{etter}})/K_{\text{før}}$.) Se bort fra friksjonskrefter fra bakken i løpet av kollisjonen.

La m og M være massen til hhv bil og lastebil, mens v og v' er hhv bilens hastighet før kollisjon og kjøretøyenes felles hastighet etter kollisjon. Vi har impulsbevarelse, slik at

$$mv = (m + M)v' \quad \Rightarrow \quad v' = mv/(m + M).$$

Kinetisk energi før kollisjon:

$$K = \frac{1}{2}mv^2.$$

Etter kollisjon:

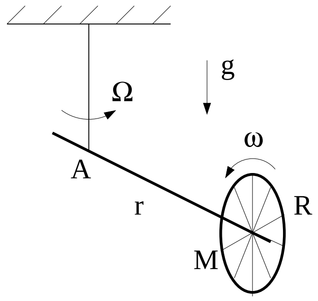
$$K' = \frac{1}{2}(m + M)(v')^2 = \frac{1}{2}mv^2 \frac{m}{m + M}.$$

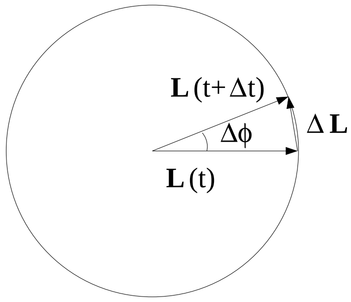
Dermed:

$$\frac{K - K'}{K} = 1 - K'/K = 1 - m/(m + M) = M/(m + M),$$

dvs 6000/7500, som er 0.8.

A) 80%





23) Et sykkelhjul med masse M, radius R og treghetsmoment $I_0 = MR^2$ (mhp akslingen gjennom hjulets massesenter) settes i rask rotasjon med vinkelhastighet ω. Det roterende hjulet henges opp i ei snor festet til akslingen i avstand r fra hjulets massesenter, som vist i figuren over til venstre. Som en følge av tyngdekraftens dreiemoment $\tau = Mgr$ relativt snoras festepunkt (A) *preseserer* hjulet (langsomt) om vertikalaksen med vinkelhastighet Ω, dvs med periode $T = 2\pi/\Omega$. Hva blir perioden T? Tips: Benytt N2 for rotasjon ($\tau = \Delta L/\Delta t$, "spinnsatsen"), $L = I_0\omega$, samt figuren over til høyre.

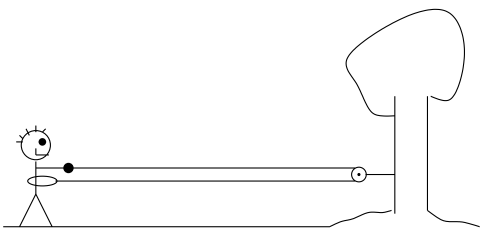
Fra figuren til høyre ser vi at $\Delta\phi = \Delta L/L$ (vinkel = buelengde dividert med radius). Fra N2 for rotasjon har vi $\Delta L = \tau\Delta t = Mgr\Delta t$. Dermed:

$$\Omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{Mgr}{I_0\omega} = \frac{gr}{R^2\omega}.$$

Med andre ord,

$$T = 2\pi/\Omega = 2\pi R^2\omega/gr.$$

D) $2\pi R^2\omega/gr$



24) Du har masse M og står på den glatte, friksjonsfrie isen og trekker med en kraft F i det tilnærmet masseløse tauet, som går via den friksjonsfrie trinsen og tilbake til deg, der du har knyttet det fast rundt midjen. Hvor stor akselerasjon får du?

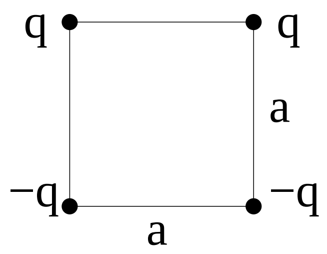
Snordraget er konstant lik trekk-kraften F i hele tauet. Begge ender av tauet trekker derfor med kraften F på deg, dvs total kraft $2F$ og akselerasjon $2F/M$.

B) $2F/M$

25) Dersom et eple bruker tiden T på å falle (med null starthastighet) fra en høyde h her på jorda, hvor lang tid bruker det samme eplet på å falle fra samme høyde på en planet med masse lik 1/8 av jordmassen og radius lik halve jordradien? (Du kan anta at h er mye mindre enn planetradien. Se bort fra luftmotstand og andre former for friksjon.)

Vi har $h = aT^2/2$, med $a = F/m = MG/R^2$. Her er m eplets masse, M er jordas masse, R er jordradien, G er gravitasjonskonstanten, og a er eplets akselerasjon (lik g her på jorda). Falltiden blir dermed $T = \sqrt{2hR^2/MG}$. På en planet med radius $R/2$ og masse $M/8$ blir falltiden $\sqrt{4hR^2/MG}$, dvs en faktor $\sqrt{2}$ større enn på jorda.

C) $\sqrt{2}T$



26) Hva er total potensiell energi for de fire punktladningene i figuren til venstre? Nullpunkt for potensiell energi velges for uendelig avstand mellom to punktladninger. (Tips: Legg sammen bidrag fra par av punktladninger.)

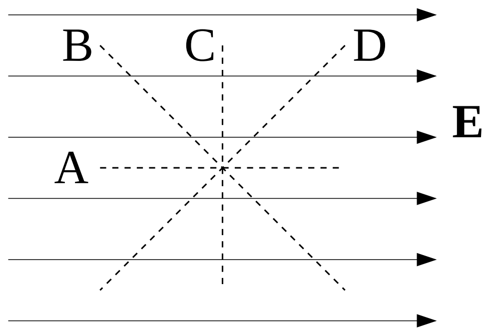
Med 4 punktladninger er det vekselvirkning mellom i alt 6 ladningspar. De 4 parene med innbyrdes avstand a gir til sammen null bidrag. (To positive og to negative bidrag som er like store i absoluttverdi.) De 2 parene med innbyrdes avstand $\sqrt{2}a$ gir hver et bidrag $-q^2/4\pi\varepsilon_0 \cdot \sqrt{2}a$.

C) $-q^2/2\sqrt{2}\pi\varepsilon_0 a$

27) Absoluttverdien av det elektriske dipolmomentet til systemet med fire punktladninger i oppgave 26 er

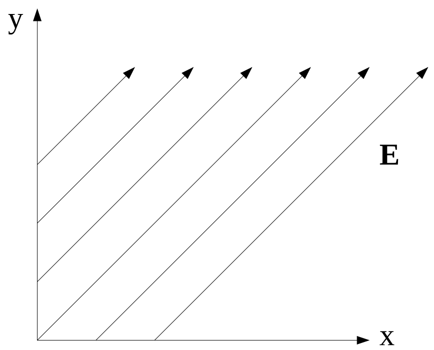
Dette er en sum av to like store dipoler som begge peker oppover. Hver av dem har absoluttverdi qa.

B) $2qa$



28) Langs hvilken stiplet linje endrer potensialet seg ikke?

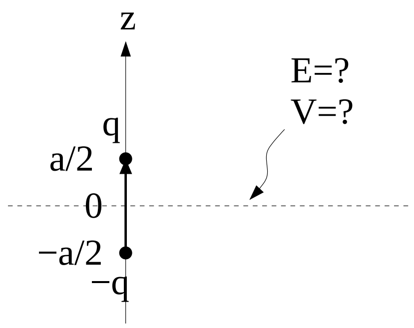
Det elektriske feltet står normalt på linjer og flater med konstant potensial. Linje C er dermed en ekvipotensiallinje.



29) Figuren viser feltlinjer for et uniformt elektrisk felt. Hvilken funksjon kan brukes til å beskrive feltet $\boldsymbol{E}(x, y)$? (Her er k en positiv konstant størrelse, med passende enhet.)

Vi ser fra figuren at $\boldsymbol{E} = k(\hat{x} + \hat{y})$ passer.

A) $\boldsymbol{E}(x, y) = k(\hat{x} + \hat{y})$



30) Figuren viser en elektrisk dipol med dipolmoment $\boldsymbol{p} = qa\hat{z}$. For punkter i xy–planet (dvs $z = 0$), i hvilken retning peker det elektriske feltet $\boldsymbol{E}$?

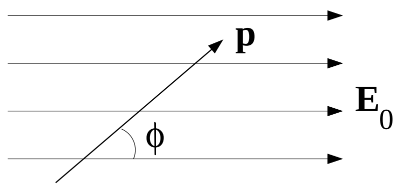
For alle posisjoner i xy–planet har vi to like store bidrag til $\boldsymbol{E}$, et med retning bort fra q og et med retning inn mot $-q$. Vektorsummen blir en vektor som peker i negativ z-retning.

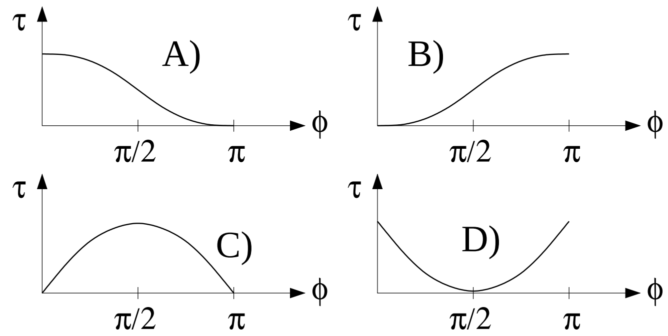
D) I negativ z-retning.

31) For dipolen i oppgave 30, hva er potensialet $V(x, y)$ i xy–planet?

For alle posisjoner i xy–planet har vi to like store bidrag til V, men med motsatt fortegn. Summen blir null.

D) $V(x, y) = 0$



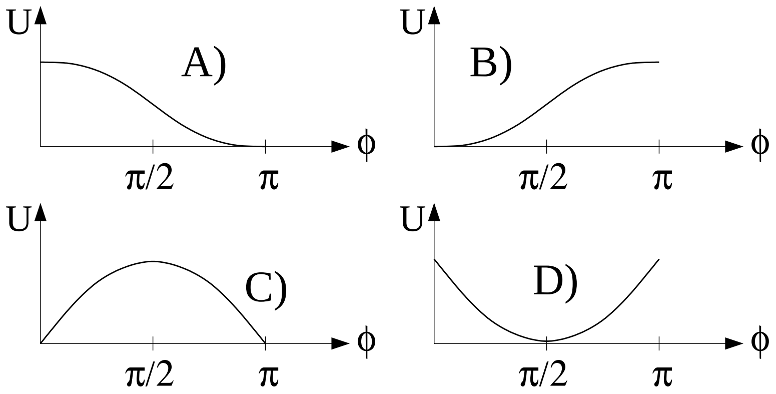


32) Figuren til venstre viser en elektrisk dipol med dipolmoment $\boldsymbol{p}$ i et uniformt ytre elektrisk felt $\boldsymbol{E}_0$. Hvilken av figurene til høyre viser da (kvalitativt) absoluttverdien av dreiemomentet som virker på dipolen, $\tau = |\boldsymbol{\tau}|$, som funksjon av vinkelen ϕ mellom $\boldsymbol{p}$ og $\boldsymbol{E}_0$?

Med $\phi = 0$ eller $\phi = \pi$ vil den elektriske kraften ikke ha noen arm, og dreiemomentet $\tau = 0$. Bare figur C) passer med dette. Mer presist:

$$\tau = |\boldsymbol{p} \times \boldsymbol{E}_0| = pE_0|\sin\phi|,$$

og C) er nettopp en sinusfunksjon.

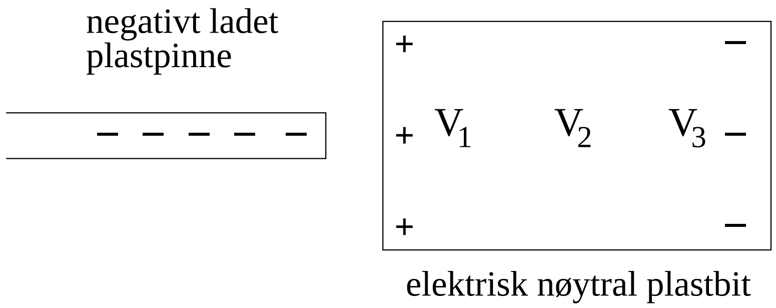


33) Og hvilken av disse figurene viser potensiell energi $U(\phi)$ for dipolen i oppgave 32?

Siden $\boldsymbol{p}$ har retning fra den negative mot den positive ladningen i dipolen, vil $\phi = 0$ tilsvare et minimum og $\phi = \pi$ et maksimum i potensiell energi. Figur B) passer med dette. Mer presist:

$$U(\phi) = -\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{E}_0 = -pE_0 \cos \phi,$$

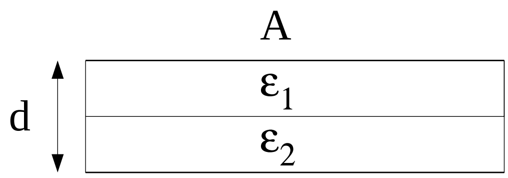
og B) er nettopp minus en cosinusfunksjon (eventuelt pluss en konstant, som vi vet ikke har noen fysisk betydning).



34) En negativt ladet plastpinne holdes i nærheten av en (totalt sett) elektrisk nøytral plastbit (som kan betraktes som et dielektrikum). V_1, V_2 og V_3 angir potensialet på tre ulike steder i plastbiten, som vist i figuren. Hvordan vil du rangere disse?

Den negativt ladde plastpinnen omgir seg med et elektrisk felt, med retning inn mot plastpinnen. På molekylært nivå får vi en tendens til innretting av elektriske dipoler i den nøytrale plastbiten, med netto resultat at det induseres overflateladning som vist i figuren. Dermed induseres det et elektrisk felt inne i plastbiten, motsatt rettet feltet som skyldes plastpinnen. Dette induserte feltet er imidlertid ikke sterkt nok til å kansellere feltet fra plastpinnen; det bidrar kun til å svekke feltet. Dermed er det fortsatt et elektrisk felt inne i plastbiten, med retning mot den negativt ladde plastpinnen, og ettersom elektrisk felt er rettet fra høyt mot lavere potensial, må vi ha $V_1 < V_2 < V_3$.

C) $V_1 < V_2 < V_3$



35) En platekondensator har metallplater med areal $A = 5$ cm^2 og avstand $d = 1$ mm mellom platene. Volumet mellom platene er fylt med to like store dielektriske skiver, som vist i figuren, med permittivitet hhv $\varepsilon_1 = 4\varepsilon_0$ (øverst) og $\varepsilon_2 = 5\varepsilon_0$ (nederst). Hva er kondensatorens kapasitans? (Tips: Dette kan betraktes som en seriekobling av to kapasitanser.)

For seriekobling av to kapasitanser (se formelvedlegg):

$$C = (C_1^{-1} + C_2^{-1})^{-1},$$

med

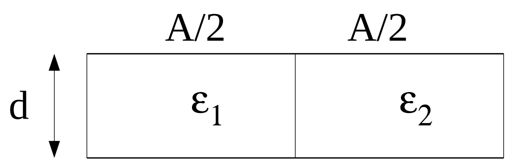
$$C_1 = \varepsilon_1 A/(d/2) = 8\varepsilon_0 A/d$$

og

$$C_2 = \varepsilon_2 A/(d/2) = 10\varepsilon_0 A/d.$$

Siden $\varepsilon_0 A/d = 8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 5 \cdot 10^{-4}/10^{-3} \simeq 4.4 \cdot 10^{-12}$, dvs 4.4 pF, er det klart at bare A) kan være et aktuelt svaralternativ. Og med $(1/8 + 1/10)^{-1} = 40/9$, får vi nettopp ca 20 pF.

A) 20 pF



36) En platekondensator har metallplater med areal $A = 5$ cm^2 og avstand $d = 1$ mm mellom platene. Volumet mellom platene er fylt med to like store dielektriske skiver, som vist i figuren, med permittivitet hhv $\varepsilon_1 = 4\varepsilon_0$ (til venstre) og $\varepsilon_2 = 5\varepsilon_0$ (til høyre). Hva er kondensatorens kapasitans? (Tips: Dette kan betraktes som en parallellkobling av to kapasitanser.)

For parallellkobling av to kapasitanser (se formelvedlegg):

$$C = C_1 + C_2,$$

med

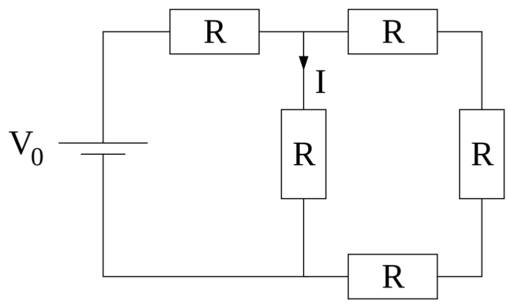
$$C_1 = \varepsilon_1 (A/2)/d = 2\varepsilon_0 A/d$$

og

$$C_2 = \varepsilon_2 (A/2)/d = 2.5\varepsilon_0 A/d.$$

Med $\varepsilon_0 A/d \simeq 4.4$ pF (som i oppgave 35), er det klart at også her er det bare A) som kan være et aktuelt svaralternativ. Og med $2 + 2.5 = 4.5$ får vi også her ca 20 pF.

A) 20 pF



37) Hva blir strømmen I i kretsen til venstre?

Kretsen er en seriekobling av R og parallellkoblingen (de fire lengst til høyre) av R og $R + R + R = 3R$. Kretsens totale ("ekvivalente") resistans blir dermed

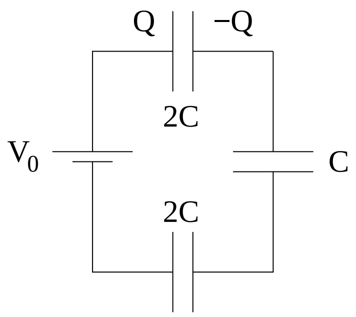
$$R_{\text{tot}} = R + (1/R + 1/3R)^{-1} = R + 3R/4 = 7R/4,$$

og total strøm levert av spenningskilden blir

$$V_0/R_{\text{tot}} = 4V_0/7R.$$

Gjennom parallellkoblingen av R og $3R$ vil det gå 3 ganger så mye strøm gjennom R som gjennom $3R$, dvs $I = 3V_0/7R$.

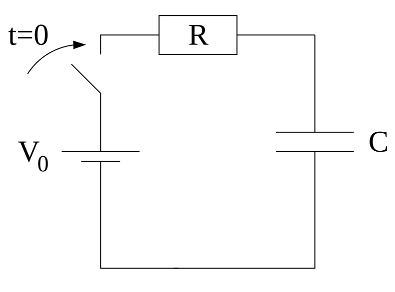
C) $3V_0/7R$



38) Hva blir ladningen $(\pm)Q$ på kondensatoren med kapasitans $2C$ øverst i kretsen til venstre?

Siden hver enkelt sammenhengende lederbit er elektrisk nøytral, blir det *lik ladning* $\pm Q$ på hver av de seriekoblede kapasitansene. Den påtrykte spenningen V_0 fordeler seg med $Q/2C$ på hver av kapasitansene $2C$ og med Q/C på kapasitansen C. Følgelig er $V_0 = Q/2C + Q/C + Q/2C = 4Q/2C = 2Q/C$, dvs $Q = V_0C/2$.

B) $V_0C/2$



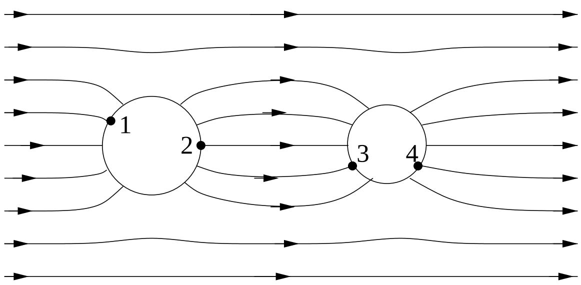
39) En likespenningskilde V_0 kobles til en seriekobling av en motstand $R = 3$ MΩ og en kapasitans $C = 3$ mF ved tidspunktet $t = 0$. Vel vitende om Ohms lov, $V_R = RI$, velger vi å måle strømstyrken $I(t)$ i kretsen via spenningen $V_R(t)$ over motstanden. Siden kondensatoren er uten ladning i utgangspunktet, kan vi fastslå at $V_R(t)$ blir maksimal umiddelbart etter at spenningskilden er koblet til. Men hvor lang tid vil det ta før $V_R(t)$ er redusert til 10% av sin maksimale verdi?

Kretsens tidskonstant er $\tau = RC = 3 \cdot 10^6 \cdot 0.003 = 9000$ s. Dermed må riktig svar bli D). Mer presist er tidspunktet t bestemt ved at

$$V_R(t) = V_0 e^{-t/\tau} = 0.10V_0 \quad \Rightarrow \quad t = \tau \ln(1/0.10) = 9000 \cdot \ln 10 \simeq 2 \cdot 10^4 \text{ s},$$

dvs i underkant av 6 timer.

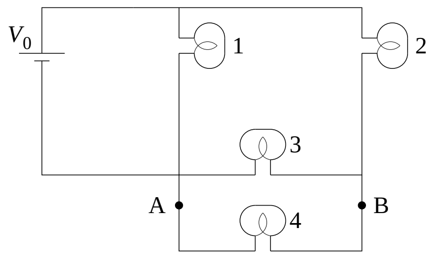
D) Flere timer.



40) To metallkuler (dvs to perfekte elektriske ledere) er plassert mellom to store uniformt men motsatt ladde metallplater. Figuren viser en kvalitativ skisse av det resulterende elektriske feltet omkring de to kulene. Ranger potensialene i de fire avmerkede posisjonene 1 – 4.

De to metallkulene er ekvipotensialer. Dermed er $V_1 = V_2$ og $V_3 = V_4$. Det elektriske feltet er rettet fra 2 mot 3, og dermed er $V_2 > V_3$.

D) $V_1 = V_2 > V_3 = V_4$



Lyspærene 1 – 4 i kretsen til venstre kan betraktes som identiske resistanser R. Økt strøm gjennom ei gitt lyspære resulterer i økt lysstyrke i denne pæra. Skrus ei pære ut, blir det der en åpen krets, dvs det går ingen strøm der. Kortsluttes det mellom to punkter i kretsen, betyr det at punktene forbindes med en perfekt leder uten motstand. Oppgavene 41 – 43 er relatert til denne kretsen.

---

41) Hva skjer med lysstyrken i pære 3 dersom pære 1 skrus ut?

Vi har spenningen V_0 over 2 i serie med (3 og 4 i parallell), og dette er uavhengig av om pære 1 er på plass (dvs en motstand R i parallell) eller om 1 er skrudd ut (dvs en uendelig motstand i parallell). Dermed lyser 3 like sterkt.

C) Lyser med uendret styrke.

---

42) Hva skjer med lysstyrken i pære 2 dersom vi kortslutter mellom A og B?

Før vi kortslutter mellom A og B er motstanden til 2 i serie med (3 og 4 i parallell) lik $R + (1/R + 1/R)^{-1} = R + R/2 = 3R/2$. Etter kortslutning mellom A og B har denne grenen motstand lik R (dvs kun nr 2). Redusert motstand betyr økt strøm.

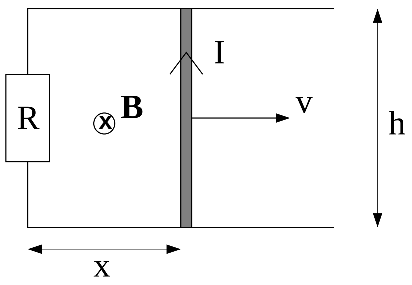
B) Lyser sterkere.

---

43) Med alle fire lyspærer på plass i kretsen (og uten kortslutning mellom A og B), hva blir strømstyrken i pære 4 dersom $V_0 = 12$ V og $R = 5\ \Omega$?

Motstanden til seriekoblingen av 2 og (3 og 4 i parallell) er, som funnet i forrige oppgave, lik $3R/2 = 7.5\ \Omega$. Strømmen i denne grenen er dermed $12/7.5 = 1.6$ A. Halvparten går gjennom nr 4, dvs 0.8 A.

A) 0.8 A



44) I figuren til venstre lukkes den elektriske kretsen ved hjelp av en rett elektrisk leder med lengde h. Kretsen har resistans R. Et uniformt magnetfelt $\boldsymbol{B}$ har retning inn i planet. Den rette lederen trekkes mot høyre med hastighet v. Hva blir indusert elektrisk strøm I i kretsen?

Indusert spenning: $\Delta V = d\phi/dt = BdA/dt = Bhv$. Gir indusert strøm $I = \Delta V/R = Bhv/R$.

A) $I = vhB/R$

---

45) En vekselspenningskilde $V(t) = V_0 \cos\omega t$ er koblet til en kondensator med kapasitans C. Strømmen i kretsen blir da $I(t) = -I_0 \sin\omega t$, med amplitude

Kirchhoffs spenningsregel gir $V_0 \cos\omega t = Q/C$, og dermed $I(t) = dQ/dt = -V_0\omega C \sin\omega t$.

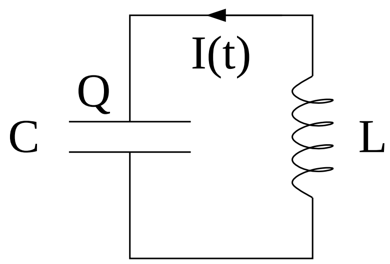
D) $I_0 = \omega C V_0$

---

46) En vekselspenningskilde $V(t) = V_0 \cos\omega t$ er koblet til en spole med induktans L. Strømmen i kretsen blir da $I(t) = I_0 \sin\omega t$, med amplitude

Kirchhoffs spenningsregel gir $V_0 \cos\omega t = L\, dI/dt$, som betyr at vi må ha $I(t) = (V_0/\omega L) \sin\omega t$.

B) $I_0 = V_0/\omega L$



47) Strømmen i LC–kretsen til venstre bestemmes av Kirchhoffs spenningsregel,

$$-LdI/dt - Q/C = 0.$$

Hva blir perioden T for harmonisk svingning av I og Q i denne kretsen?

K2 gir $-L\, dI/dt - Q/C = 0$, som med $I = dQ/dt$ gir $d^2Q/dt^2 + Q/LC = 0$. Dette er ligningen for en enkel (udempet) harmonisk oscillator med vinkelfrekvens $\omega = 1/\sqrt{LC}$, dvs periode $T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{LC}$.

C) $T = 2\pi\sqrt{LC}$

---

48) En partikkel med masse m, ladning q og hastighet $\boldsymbol{v}$ befinner seg i et uniformt magnetfelt $\boldsymbol{B}$. Magnetfeltet står normalt på partikkelens hastighetsvektor. Partikkelen går da i sirkulær bane med radius

Magnetisk kraft på partikkelen er $\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$, med absoluttverdi $F = qvB$ og med retning normalt på både $\boldsymbol{v}$ og $\boldsymbol{B}$. Dermed er $v = |\boldsymbol{v}|$ konstant, akselerasjonen er v^2/r, og Newtons 2. lov gir

$$qvB = mv^2/r \quad \Rightarrow \quad r = mv/qB.$$

D) $r = mv/qB$

---

49) Hva er magnetisk feltstyrke $B = |\boldsymbol{B}|$ inne i en luftfylt spole med lengde 10 cm, 800 viklinger, spolestrøm 1.0 A, og tverrsnitt 0.5 cm^2?

$B = \mu_0(N/l)I = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot (800/0.10) \cdot 1.0 = 0.01$, dvs $B = 0.01$ T.

A) $B = 0.01$ T

---

50) Hva er det magnetiske dipolmomentet til spolen i oppgave 49?

Hver vikling bidrar med et magnetisk dipolmoment IA, der I er spolestrømmen og A er tverrsnittet. Totalt magnetisk dipolmoment er derfor

$$m = NAI = 800 \cdot 0.5 \cdot 10^{-4} \cdot 1.0 = 0.04,$$

dvs $m = 0.04$ A m^2.

C) $m = 0.04$ A m^2
