TFY4104 Fysikk Eksamen 4. desember 2015

Løsningsforslag

---

1) $m = \rho V = \rho \cdot 4\pi r^2 \cdot t = 19.32 \cdot 4\pi \cdot 100^2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{g} \simeq 24\,\mathrm{g}$.
C

---

2) $a = v^2/r = (130 \cdot 1000/3600)^2/(300/2\pi)\,\mathrm{m/s^2} \simeq 27\,\mathrm{m/s^2}$.
E

---

3) $\omega(4) = 0.25 \cdot (1 - e^{-0.25\cdot 4}) = 0.25 \cdot (1 - 1/e) = 0.25 \cdot 0.632 \simeq 0.16\,\mathrm{s^{-1}}$.
C

---

4) Ved $r = 2.5$ m er $v_{\mathrm{max}} = \omega_0 r = 0.25 \cdot 2.5 = 0.625\,\mathrm{m/s} \simeq 63\,\mathrm{cm/s}$.
A

---

5) Helt i starten er Silvias hastighet praktisk talt lik null, slik at hennes sentripetalakselerasjon kan neglisjeres. Hun har imidlertid en vinkelakselerasjon

$$\alpha(t) = \frac{d\omega}{dt} = \omega_0^2 e^{-\omega_0 t},$$

og dermed en baneakselerasjon

$$a_{\|}(t) = r\alpha(t) = r\omega_0^2 e^{-\omega_0 t},$$

som helt i starten, ved $t = 0$, har verdien $2.5 \cdot 0.25^2 \simeq 0.16$ m/s^2, i fartsretningen.
B

---

6) Når maksimal vinkelhastighet ω_0 er oppnådd, har Silvia ikke lenger noen baneakselerasjon. Hun har imidlertid en sentripetalakselerasjon

$$a_\perp = r\omega_0^2 = 2.5 \cdot 0.25^2 \simeq 0.16\,\mathrm{m/s^2},$$

rettet radielt innover.
D

---

7) Newtons 2. lov for rotasjon gir

$$F(t)r = \tau(t) = \frac{dL}{dt} = I_0 \frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{2}MR^2\alpha(t) = \frac{1}{2}MR^2 \cdot \omega_0^2 e^{-\omega_0 t},$$

som gir

$$F(0) = \frac{MR^2\omega_0^2}{2r} = \frac{2000 \cdot 4.0^2 \cdot 0.25^2}{2 \cdot 2.5}\,\mathrm{N} = 400\,\mathrm{N}.$$

D

---

8) Omløpt vinkel er altså 2π etter tid T:

$$2\pi = \phi(T) = \int_0^T \omega(t)\,dt = |_0^T \left(\omega_0 t + e^{-\omega_0 t}\right) = \omega_0 T + e^{-\omega_0 T} - 1.$$

Med $x = \omega_0 T$:

$$x = 2\pi + 1 - e^{-x}.$$

Her kan vi "gjette" en verdi x_1, sette inn på høyre side, regne ut x_2, sette x_2 inn på høyre side, regne ut x_3 osv. Med andre ord:

$$x_{n+1} = 2\pi + 1 - e^{-x_n}.$$

E

---

9) Med masseløs snor og trinse er snordraget S konstant i hele snora. (Trinsen sørger bare for å endre retningen på snordraget.) Massen m i ro betyr null nettokraft på m, dvs $S = mg$. Massen M i ro betyr null nettokraft på M, dvs $f = S = mg$, der f er den statiske friksjonskraften fra bordet på M. Maksimal f er $\mu_s N$, og her er normalkraften $N = Mg$ (ingen bevegelse av M vertikalt). Dermed:

$$mg = f \leq \mu_s M g \quad \Rightarrow \quad m \leq \mu_s M.$$

B

---

10) Med konstant hastighet v for de to massene må fortsatt nettokraften være null på begge to. Den kinetiske friksjonskraften fra bordet på M er $f = \mu_k N = \mu_k M g$, og som i oppgave 9 er $S = mg$ (null nettokraft på m) og $f = S$ (null nettokraft på m). Dermed er $m = \mu_k M$.
B

---

11) Her kan vi benytte energibevarelse, bare vi husker å ta hensyn til friksjonsarbeidet, eller bruke Newtons 2. lov for m og M. Det er ingen stor forskjell i arbeidsmengde på de to metodene i denne oppgaven. La oss bruke energibevarelse: Hvis vi velger potensiell energi $U = 0$ for m 0.30 m under starthøyden h, er total energi for systemet $E = mgh = 0.30 \cdot 9.81 \cdot 0.30$ J $= 0.883$ J. Tap av mekanisk energi pga friksjonsarbeid er $W_f = fh = \mu_k N h = \mu_k M g h = 0.40 \cdot 0.40 \cdot 9.81 \cdot 0.30$ J $= 0.471$ J. Kinetisk energi når m har falt 0.30 m blir dermed $K = E - W_f = 0.412$ J. Siden $K = (m + M)v^2/2$, blir hastigheten $v = \sqrt{2K/(m + M)} = \sqrt{2 \cdot 0.412/(0.30 + 0.40)}$ m/s $= 1.08$ m/s $\simeq 1.1$ m/s.
E

---

12) En tangent til grafen $x(t)$ i $t = 5$ s tilsvarer en forflytning ca 4 m i løpet av 10 s, dvs en hastighet ca 0.4 m/s.
A

---

13) Snordraget S_3 må være lik tyngden av kassa, mg. De to andre snordragene fastlegges ved å kreve at nettokraften på knutepunktet mellom de tre snorene må være lik null. Det gir

$$S_1 \sin 45^\circ + S_2 \sin 60^\circ = mg \quad , \quad S_1 \cos 45^\circ - S_2 \cos 60^\circ = 0.$$

Subtraksjon av ligningen til høyre fra ligningen til venstre gir

$$S_2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\right) = mg \quad \Rightarrow \quad S_2 = \frac{2mg}{\sqrt{3} + 1}.$$

Og endelig

$$S_1 = S_2 \cdot \frac{1/2}{1/\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}mg}{\sqrt{3}+1}.$$

Konklusjon: $S_1 = 0.518mg < S_2 = 0.732mg < S_3 = mg$.
E

---

14) $S_2 = 0.732 \cdot 25 \cdot 9.81$ N $= 180$ N.
C

---

15) Andel mekanisk energi som har gått tapt:

$$\frac{U-K}{U} = \frac{mgh - mv^2/2}{mgh} = 1 - \frac{v^2}{2gh} = 1 - \frac{4.0}{2 \cdot 9.81 \cdot 2.0} = 1 - 1/9.81 = 0.90,$$

dvs 90%.
E

---

16) Steiners sats gir

$$I = I_0 + Md^2 = \frac{1}{12}ML^2 + M(L/4)^2 = \frac{7}{48}ML^2 = \frac{7 \cdot 7 \cdot 100}{48} = 102\,\mathrm{kgm}^2.$$

A

---

17) En figurbetraktning gir at hvert C-atom har avstand 0.7 Å$/\sin 36^\circ = 1.19$ Å til massesenteret, og at hvert H-atom dermed har avstand 2.29 Å til massesenteret. Dermed:

$$I_0 = 5 \cdot (12 \cdot 1.19^2 + 1 \cdot 2.29^2) = 111,$$

i enheten u Å^2.
C

---

18) Friksjonskraften f har arm R mhp CM og gir dermed, med Newtons 2. lov for rotasjon og rullebetingelsen $\alpha = A/R$, $fR = I_0\alpha = (2MR^2/5)(A/R) = 2MRA/5$, dvs $f = 2MA/5$. Newtons 2. lov gir $Mg\sin\phi - 2MA/5 = MA$, dvs $\sin\phi = 7A/5g$. Her er A målt til 0.74 m/s^2, slik at $\phi = \arcsin(7 \cdot 0.74/5 \cdot 9.81) = 6^\circ$.
B

---

19) Energibevarelse gir $mgh = mv^2/2 + MV^2/2$. Impulsbevarelse horisontalt (ingen ytre krefter horisontalt) gir $mv = MV$, dvs $v = MV/m$, som innsatt i ligningen for energibevarelse gir $mgh = M^2V^2/2m + MV^2/2$, dvs

$$V = \sqrt{\frac{2mgh}{M + M^2/m}}.$$

D

---

20) $T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi\sqrt{L/g} = 2\pi\sqrt{0.098/9.81} \simeq 2\pi/10 \simeq 0.63\,\mathrm{s}$.
B

---

21) Svingetid for fysisk pendel er $T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi\sqrt{I/Mgd}$, der I er pendelens treghetsmoment mhp en akse gjennom festepunktet, og d er avstanden fra festepunktet til pendelens massesenter. Her er $d = 3R$, og (med Steiners sats) $I = I_0 + Md^2 = MR^2 + 9MR^2 = 10MR^2$. Dermed: $T = 2\pi\sqrt{10R/3g}$.
E

---

22) Massens egenfrekvens: $f_0 = \omega_0/2\pi = \sqrt{k/m}/2\pi = \sqrt{500}/2\pi = 3.56$ Hz. (Her er dempingen så svak, $\gamma = b/2m = 0.025\ \mathrm{s}^{-1} \ll \omega_0 = 22.4\ \mathrm{s}^{-1}$, at den ikke påvirker egenfrekvensen.)
D

---

23) Amplituden avtar eksponentielt med tiden: $A(t) = A_0 \exp(-\gamma t) = A_0 \exp(-bt/2m)$, her med $A_0 = A(0) = 50$ mm. Etter 30 hele svingninger er $t = 30T = 60\pi/\omega_0 = 60\pi\sqrt{m/k}$, slik at $A(30T) = A_0 \exp(-30\pi b/\sqrt{mk}) = 50 \cdot \exp(-30\pi \cdot 0.010/\sqrt{0.200 \cdot 100}) = 50 \cdot 0.81 = 40$ mm.
E

---

24) $Q = f_0/\Delta f = \omega_0/\Delta\omega = \sqrt{k/m}/(b/m) = \sqrt{mk}/b = \sqrt{20}/0.010 = 447$.
A

---

25) Kassa begynner å gli når tyngdens komponent $mg \sin\theta$ parallelt med skråplanet overstiger den maksimale statiske friksjonskraften $f_s^{\max} = \mu_s N = \mu_s mg \cos\theta$. Dermed er $\mu_s = \tan\theta = \tan 35^\circ = 0.70$.
B

---

26) Det er like mange elektroner og protoner, og i følge oppgaven også nøytroner, i julenissen. 1 e og 1 p og 1 n har masse $2 \cdot 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg. (Elektronet har til sammenligning neglisjerbar masse.) Antall elektroner i julenissen er dermed $N_e = 100/(2 \cdot 1.67 \cdot 10^{-27}) = 3 \cdot 10^{28}$.
C

---

27) Molekylets dipolmoment kan betraktes som summen av to stykker, hver av dem bestående av punktladninger $\pm Q = \pm 0.03e$ i innbyrdes avstand 201 pm, og med en vinkel 103° i mellom:

$$p = 2 \cdot 0.03e \cdot 201 \cdot 10^{-12} \cdot \cos 51.5^\circ = 1.2 \cdot 10^{-30}\ \mathrm{Cm}.$$

A

---

28) Et par av punktladninger q_1 og q_2 i innbyrdes avstand d bidrar til potensiell energi med $q_1 q_2/4\pi\varepsilon_0 d$. Dermed:

$$U = -2 \cdot \frac{2Q^2}{4\pi\varepsilon_0 d} + \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot 2d \sin 51.5^\circ} = -3.5 \cdot 10^{-21}\ \mathrm{J}.$$

B

---

29) $C = \varepsilon_r \varepsilon_0 A/d = 2.4 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 4 \cdot 10^{-4}/4 \cdot 10^{-3} = 2.1 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{F} = 2.1$ pF.
B

---

30) I punktet P peker feltet fra den positivt ladde staven radielt bort fra denne, mens feltet fra den negativt ladde staven peker radielt inn mot denne. Komponentene horisontalt mot høyre "overlever", og disse får vi ved å gange de to feltstyrkene med faktoren $\cos 60^\circ = 1/2$. Dermed:

$$E_P = 2 \cdot \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 d} \cdot \frac{1}{2} = 18 \cdot 10^9 \cdot 2.5 \cdot 10^{-9}/0.50 = 90\ \mathrm{V/m}.$$

E

---

31) Ladningen på 1 m av de to stavene er 2.5 nC. Avstanden mellom de to stavene er 0.50 m. Dermed er dipolmomentet pr lengdeenhet 2.5 nC/m $\cdot$0.50 m = 1.25 nC.
A

---

32) Vi har

$$V(r) - V(r_0) = -\int_{r_0}^{r} E(r)dr$$

for potensialforskjellen mellom en valgt referanseavstand r_0 (der $V = 0$) og avstanden r. På linjen mellom de to stavene, med den positive staven i $r = 0$ og den negative i $r = 0.50$ m, er feltstyrken

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} - \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0(r - 0.50)},$$

slik at

$$\begin{aligned} V(0.10) - V(0.25) &= -\int_{0.25}^{0.10} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r - 0.50}\right) dr \\ &= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(\ln\frac{0.25}{0.10} + \ln\frac{0.40}{0.25}\right) \\ &= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{0.40}{0.10} \\ &= 18 \cdot 10^9 \cdot 2.5 \cdot 10^{-9} \cdot \ln 4 \\ &= 62\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

E

---

33) En sammenhengende elektrisk leder er et ekvipotensial.
A

---

34) Alle fem koblet i serie gir total kapasitans 1.0 mF.
A

---

35) Kretsens totale kapasitans er

$$C = (1/5 + 1/5 + 1/(5 + 5 + 5))^{-1}\ \mathrm{mF} = \frac{15}{7}\ \mathrm{mF}.$$

Ladningen på hver av de to seriekoblede og til sammen på de tre parallellkoblede er dermed $Q = CV_0 = 135/7$ mC. Denne fordeles likt på de tre parallellkoblede, altså 135/21 mC = 6.4 mC på hver av dem.
C

---

36) $R_1 = l/\sigma A = 40/5.95 \cdot 10^7 \cdot 2.5 \cdot 10^{-6} = 0.27\ \Omega$.
B

---

37) $R(T) = R_0(1 + \alpha(T - T_0))$, slik at

$$\frac{R - R_0}{R_0} = \alpha(T - T_0) = 0.0039 \cdot 40 = 0.156 \simeq 16\%.$$

D

---

38) Gjennomsnittlig effekt gjennom året: $P = U/t = 20000\,\mathrm{kWh}/365 \cdot 24\,\mathrm{h} = 2.28\,\mathrm{kW}$. Gjennomsnittlig rms-verdi for strømmen, pr kurs: $I_{\mathrm{rms}} = P/10V_{\mathrm{rms}} = 2.28 \cdot 10^3/10 \cdot 220 = 1.0\,\mathrm{A}$.
E

---

39) $Q = CV = 50 \cdot 10^{-3} \cdot 5.0\,\mathrm{C} = 0.25\,\mathrm{C}$.
B

---

40) Kretsens tidskonstant er $RC = 100$ s, og 0.5 mA er mindre enn $1/e$ av startverdien $I(0) = V_0/R = 2.5$ mA, så alternativ E, 160 s, er åpenbart det riktige. Utregning:

$$I(t) = I(0)e^{-t/RC} \quad \Rightarrow \quad t = RC \ln \frac{I(0)}{I(t)} = 100\,\mathrm{s} \cdot \ln 5 \simeq 160\,\mathrm{s}.$$

E

---

41) $F = e|\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}| = ev_0B_0 = 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 3.0 \cdot 10^6 \cdot 7.5 = 3.6 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{N} = 3.6\mathrm{pN}$.
B

---

42) Sentripetalakselerasjon v_0^2/R og Newtons 2. lov gir $m_p v_0^2/R = ev_0B_0$, dvs $R = m_p v_0/eB_0 = 1.67 \cdot 10^{-27} \cdot 3.0 \cdot 10^6/1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 7.5 = 4.2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m} = 4.2\,\mathrm{mm}$.
C

---

43) Lik hastighet langs z-aksen som i den sirkulære banen betyr en forflytning lik sirkelbanens omkrets langs z-aksen, dvs $\Delta z = 2\pi R = 26$ mm.
D

---

44) Magnetfeltet gjør ikke arbeid på protonet, slik at kinetisk energi er uendret.
A

---

45) Omsluttet fluks er

$$\phi(t) = N\boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{A}(t) = NBA \sin \omega t.$$

Indusert spenning:

$$V(t) = \frac{d\phi}{dt} = NBA\omega \cos \omega t,$$

med amplitude $V_0 = NBA\omega = 2\pi NBA/T$. Dermed:

$$N = V_0T/2\pi BA = 311 \cdot 0.02/2\pi \cdot 0.150 \cdot 20 \cdot 10^{-4} = 3300.$$

D

---

46) Ligningen for Q kan skrives på formen

$$\ddot{Q} + \omega_0^2 Q = 0,$$

med $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. Dermed er $Q(t) = Q_0 \cos \omega_0 t$, og strømmen i kretsen blir $I(t) = -\omega_0 Q_0 \sin \omega_0 t$, med amplitude $I_0 = Q_0/\sqrt{LC} = 25 \cdot 10^{-3}/7.0 \cdot 10^{-3} = 3.6$ A.
D

---

47) Kirchhoffs spenningsregel gir $V_0 \sin \omega t = Q/C$, dvs $Q(t) = V_0 C \sin \omega t$, og dermed $I(t) = V_0 \omega C \cos \omega t$, med amplitude $I_0 = V_0 \omega C = 2\pi V_0 f C = 2\pi \cdot 50 \cdot 50 \cdot 50 \cdot 10^{-6} = 0.79$ A.
B

---

48) Kirchhoffs spenningsregel gir $V_0 \sin \omega t = L dI/dt$, slik at $I(t) = -I_0 \cos \omega t$ med amplitude $I_0 = V_0/\omega L = V_0/2\pi f L = 50 \cdot 10^{-3}/2\pi \cdot 50 \cdot 50 \cdot 10^{-6} = 3.18$ A.
C

---

49) Dreiemomentet er

$$\tau = pE \sin \alpha = 1.7 \cdot 10^{-4} \cdot 17 \cdot 10^3 \cdot \sin 17^\circ = 0.84\,\mathrm{Nm}.$$

E

---

50) Det magnetiske dipolmomentet er $m = IA = 8.0 \cdot 64 \cdot 10^{-4} = 0.051$ Am^2. Da er dreiemomentet

$$\tau = mB \sin \alpha = 0.051 \cdot 8.0 \cdot 10^{-3} \cdot \sin 8^\circ = 5.7 \cdot 10^{-5} = 57\,\mu\mathrm{Nm}.$$

A
