TFY4104 Fysikk Eksamen 17. august 2016

Løsningsforslag

1)

$$M_k = \rho V = \rho \cdot 4\pi R^3/3 = 7850 \cdot 4\pi \cdot 0.0400^3/3 = 2.10\,\text{kg}.$$

E) 2.10 kg

2) Med indre radius r og ytre radius R er kuleskallets masse

$$M = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi \left(R^3 - r^3\right),$$

dvs

$$r = \left(R^3 - \frac{3M}{4\pi\rho}\right)^{1/3},$$

som med $R = 0.0400$ m, $\rho = 7850$ kg/m^3 og $M = 0.800$ kg gir $r = 34.1$ mm. Kuleskallets tykkelse er følgelig $t = R - r = 40.0 - 34.1 = 5.9$ mm.

B) 5.9 mm

3) Her er mekanisk energi bevart:

$$Mgy = \frac{1}{2}Mv^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2gy} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot 4.50} \simeq 9.40\,\text{m/s}.$$

D) 9.40 m/s

4) Kula har oppnådd terminalhastighet når friksjonskraften akkurat balanserer tyngdekraften: $Dv_t^2 = Mg$. Dermed:

$$D = Mg/v_t^2 = 0.800 \cdot 9.81/69.6^2 = 1.62 \cdot 10^{-3}\,\text{kg/m},$$

dvs $D = 1.62$ g/m.

E) 1.62 g/m

5) Newtons 2. lov, $F = dp/dt$, gir at kulas impuls umiddelbart etter fullført støt blir (med støtvarighet $T = 0.005$ s) $P_0 = F \cdot T = 140 \cdot 0.005 = 0.70$ kg m/s. Kulas hastighet umiddelbart etter fullført støt er dermed $V_0 = P_0/m = 0.70/0.130 = 5.4$ m/s.

A) 5.4 m/s

6) Newtons 2. lov for rotasjon om fast akse (gjennom kulas massesenter), $\tau = I_0 d\omega/dt$, gir $\omega_0 = \tau T/I_0 = FyT/(2mr^2/5) = 140 \cdot 6.0 \cdot 10^{-3} \cdot 0.005/(2 \cdot 0.130 \cdot 26.25^2 \cdot 10^{-6}/5) = 117$ rad/s.

C) 117 rad/s

7) Etter fullført støt er det den kinetiske friksjonskraften fra bordet på kula som sørger for å gi kula en vinkelakselerasjon:

$$\alpha = \dot{\omega} = \tau_f/I_0 = \mu_k mgr/(2mr^2/5) = 5\mu_k g/2r = 5 \cdot 0.40 \cdot 9.81/2 \cdot 26.25 \cdot 10^{-3} = 374,$$

med enhet rad/s^2.

D) 374 rad/s^2

8) Hvis tyngdens komponent nedover langs skråplanet, $mg \sin\beta$, overstiger den maksimale statiske friksjonskraften $\mu_s N = \mu_s mg\cos\beta$, vil klossen gli. Maksimal vinkel β er derfor gitt ved $mg\sin\beta = \mu_s mg\cos\beta$, dvs $\beta = \arctan\mu_s = \arctan 0.45 = 24.2°$. Normalkraften er nå $N = mg\cos 24.2° = 3.1$ N. (Hvis resultatet hadde blitt større enn 45 grader, ville klossen ha veltet ved $\beta = 45°$. Men det skjer ikke her.)

C) 3.1 N

9) N2 gir $mg\sin\beta - \mu_k mg\cos\beta = ma$, dvs $a = g(\sin\beta - \mu_k\cos\beta)$, som med $\beta = 30°$ og $\mu_k = 0.35$ gir $a = 1.9$ m/s^2.

E) 1.9 m/s^2

10) Snora er stram, og snordraget S virker nedover langs skråplanet på den øverste klossen og oppover langs skråplanet på den nederste klossen. Newtons 2. lov (evt 1. lov) langs skråplanet gir dermed de to ligningene

$$\begin{aligned} S + mg\sin\beta - \mu_k mg\cos\beta &= ma = 0 \\ -S + mg\sin\beta &= ma = 0 \end{aligned}$$

Dvs $2mg\sin\beta = \mu_k mg\cos\beta$, dvs $\beta = \arctan\mu_k/2 = \arctan 0.175 = 10°$.

E) 10°

11) $a = v^2/r$. Her er $v = 65000/3600 = 18.06$ m/s og $r = 300/2\pi = 47.75$ m, slik at $a = 18.06^2/47.75 = 6.8$ m/s^2.

D) 6.8 m/s^2

12) Gjennomsnittsfarten ser ut til å ha vært omtrent 5 m/s; dermed ca 45 m.

E) ca 45 m

13) Kassa henger i ro, så snordraget i den vertikale snora må være lik mg, tyngden av kassa. N1 anvendt på knutepunktet der de tre snorene møtes tilsier at S må ha vertikalkomponent lik $mg/2$, med andre ord $S\sin 9° = mg/2$, som gir $S = mg/2\sin 9° = 1.5 \cdot 9.81/2 \cdot 0.156 = 47$ N.
B) $S = 47$ N

14) $W_f = fL = \mu_k Mg\cos\theta \cdot L = 188$ J.

C) 188 J

15) $S(\phi + 4\pi)/S(\phi) = \exp(4\pi\mu) \simeq 20$, dvs en økning i S på ca 1900%.
D) 1900%

16) Stanga:

$$I = I_0 + Md^2 = M \cdot (4R)^2/12 + M \cdot (4R/2)^2 = MR^2(16/12 + 4) = 64MR^2/12 = 320MR^2/60.$$

Kula:

$$I = I_0 + Md^2 = 2MR^2/5 + M \cdot (5R)^2 = MR^2(2/5 + 25) = 127MR^2/5 = 1524MR^2/60.$$

Totalt:

$$I = 1844MR^2/60 \simeq 31MR^2.$$

E) $I \simeq 31MR^2$

17) Steiners sats gir

$$I_1 = 4\left(2MR^2/3 + M(5R/2)^2\right) = 83MR^2/3.$$

C) $I_1 83MR^2/3$

18) Steiners sats gir

$$I_2 = 4 \cdot 2MR^2/3 + 2 \cdot M(\sqrt{50}R/2)^2 = 83MR^2/3.$$

C) $I_1 83MR^2/3$

19) Energibevarelse gir $mgh = mv^2/2 + MV^2/2$. Impulsbevarelse horisontalt (ingen ytre krefter horisontalt) gir $mv = MV$, dvs $v = MV/m$, som innsatt i ligningen for energibevarelse gir $mgh = M^2V^2/2m + MV^2/2$, dvs

$$V = \sqrt{\frac{2mgh}{M + M^2/m}}.$$

A) $V = \sqrt{2mgh/(M + M^2/m)}$

20) For fysisk pendel er $\omega = \sqrt{Mgd/I}$, med I lik treghetsmomentet mhp akslingen og d lik avstanden fra CM til akslingen, her $d = L/2 = 19$ cm. Steiners sats gir $I = ML^2/12 + ML^2/4 = ML^2/3$, slik at $\omega = \sqrt{(MgL/2)/(ML^2/3)} = \sqrt{3g/2L}$. Svingetiden er dermed

$$T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{2L/3g} = 2\pi\sqrt{2 \cdot 0.38/3 \cdot 9.81} = 1.0\,\mathrm{s}.$$

B) 1.0 s

21) $f = \sqrt{g/L}/2\pi = \sqrt{9.81/25}/2\pi = 0.1\,\mathrm{Hz}$.

B) $f = 0.1$ Hz

22) Kula har maksimal hastighet hver gang den passerer likevektsposisjonen, med loddrett snor. Da er også snordraget maksimalt, og bestemt av N2, med $a = v^2/L$: $S - Mg = Mv^2/L$, dvs $S = M(g + v^2/L) = 40 \cdot (9.81 + 0.63^2/25) = 393$ N.

B) 393 N

23) Her er det snakk om en liten vinkel, slik at $\theta_0 \simeq \tan\theta_0 \simeq \sin\theta_0 = 1/25 = 0.04$.

D) 0.04

24) Amplituden for en fri, dempet svingning avtar eksponentielt med tiden, og vi skal finne tiden τ som det tar før amplituden er redusert til en femtedel:

$$\exp(-\gamma\tau) = 1/5 \quad \Rightarrow \quad \tau = (\ln 5)/\gamma = (\ln 5)/(b/2M) = (\ln 5)/(0.0060/80) = 21459 \text{ s}.$$

Dette er ca 6 timer.

D) ca 6

25) $\rho = M/V = M/(4\pi R^3/3) = 40/(4\pi \cdot 0.001/3) \simeq 9.5 \cdot 10^3$ kg/m^3.

C) $9.5 \cdot 10^3$ kg/m^3

26) Det er like mange nøytroner og protoner i kjøttstykket. 1 p og 1 n har til sammen masse $2 \cdot 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg. (Elektronet har til sammenligning neglisjerbar masse.) Antall protoner er dermed $N_p = 0.200/(2 \cdot 1.67 \cdot 10^{-27}) = 6 \cdot 10^{25}$.
E

27) Molekylets dipolmoment kan betraktes som summen av to stykker, hver av dem bestående av punktladninger $\pm Q = \pm 0.03e$ i innbyrdes avstand 2.01 Å, og med en vinkel 103° i mellom:

$$p = 2 \cdot 0.03e \cdot 2.01 \cdot \cos 51.5° = 0.075\, e\, \mathrm{AA}.$$

D

28) Et par av punktladninger q_1 og q_2 i innbyrdes avstand d bidrar til potensiell energi med $q_1 q_2/4\pi\varepsilon_0 d$. Dermed:

$$U = -2 \cdot \frac{2Q^2}{4\pi\varepsilon_0 d} + \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot 2d\sin 51.5°} = -3.467 \cdot 10^{-21} \text{ J}.$$

Divisjon med $1.6 \cdot 10^{-19}$ for omregning fra J til eV gir $U = -0.022$ eV.
C

29) $C = \varepsilon_r \varepsilon_0 A/d = 2.4 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 9 \cdot 10^{-4}/2 \cdot 10^{-3} = 9.6 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{F} = 9.6$ pF.
E

30) I punktet P peker feltet fra den positivt ladde staven radielt bort fra denne, mens feltet fra den negativt ladde staven peker radielt inn mot denne. Komponentene horisontalt mot høyre "overlever", og disse får vi ved å gange de to feltstyrkene med faktoren $\cos 60° = 1/2$. Dermed:

$$E_P = 2 \cdot \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 d} \cdot \frac{1}{2} = 18 \cdot 10^9 \cdot 4.7 \cdot 10^{-6}/0.50 = 169200\,\mathrm{V/m},$$

eller ca 0.17 MV/m.
A

31) Ladningen på 1 m av de to stavene er 4.7 μC. Avstanden mellom de to stavene er 0.50 m. Dermed er dipolmomentet pr lengdeenhet 4.7 μC/m $\cdot$0.50 m = 2.35 μC.
B

32) Vi har

$$V(r) - V(r_0) = -\int_{r_0}^{r} E(r)dr$$

for potensialforskjellen mellom en valgt referanseavstand r_0 (der $V = 0$) og avstanden r. På linjen mellom de to stavene, med den positive staven i $r = 0$ og den negative i $r = 0.50$ m, er feltstyrken

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} - \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 (r - 0.50)},$$

slik at

$$\begin{aligned}
V(0.10) - V(0.25) &= -\int_{0.25}^{0.10} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r - 0.50}\right) dr \\
&= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \left(\ln\frac{0.25}{0.10} + \ln\frac{0.40}{0.25}\right) \\
&= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{0.40}{0.10} \\
&= 18 \cdot 10^9 \cdot 4.7 \cdot 10^{-6} \cdot \ln 4 \\
&= 0.12\,\mathrm{MV}
\end{aligned}$$

A

33) En sammenhengende elektrisk leder er et ekvipotensial.
A

34) Alle fem koblet i parallell gir total kapasitans 12 nF.
B

35) Kretsens totale kapasitans er

$$C = (1/5 + 1/5 + 1/(5 + 5 + 5))^{-1}\ \mu\mathrm{F} = \frac{15}{7}\,\mu\mathrm{F}.$$

Ladningen på hver av de to seriekoblede og til sammen på de tre parallellkoblede er dermed $Q = CV_0 = 135/7$ μC $\simeq 19$ μC.
C

36) $R_1 = l/\sigma A = 30/5.95 \cdot 10^7 \cdot 2.5 \cdot 10^{-6} = 0.20\ \Omega$.
D

37) $R(T) = R_0(1 + \alpha(T - T_0))$, slik at

$$\frac{R - R_0}{R_0} = \alpha(T - T_0) = 0.0039 \cdot 20 = 0.0078 \simeq 8\%.$$

A

38) Gjennomsnittlig effekt gjennom året: $P = U/t = 25000\,\mathrm{kWh}/365 \cdot 24\,\mathrm{h} = 2.85\,\mathrm{kW}$. Gjennomsnittlig rms-verdi for strømmen, pr kurs: $I_{\mathrm{rms}} = P/15V_{\mathrm{rms}} = 2.85 \cdot 10^3/15 \cdot 220 = 0.86\,\mathrm{A}$.
B

39) $Q = CV = 70 \cdot 10^{-6} \cdot 5000\,\mathrm{C} = 0.35\,\mathrm{C}$.
E

40) Kretsens tidskonstant er $RC = 140$ s, og 0.5 mA er mindre enn $1/e$ av startverdien $I(0) = V_0/R = 2.5$ mA, så alternativ A, 225 s, er åpenbart det riktige. Utregning:

$$I(t) = I(0)e^{-t/RC} \quad \Rightarrow \quad t = RC \ln \frac{I(0)}{I(t)} = 140\,\mathrm{s} \cdot \ln 5 \simeq 225\,\mathrm{s}.$$

A

41) $F = e|\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}| = ev_0B_0 = 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 4.0 \cdot 10^6 \cdot 80 \cdot 10^{-3} = 5.1 \cdot 10^{-14}$ N.
D

42) Sentripetalakselerasjon v_0^2/R og Newtons 2. lov gir $m_e v_0^2/R = ev_0B_0$, dvs $R = m_e v_0/eB_0 = 9.11 \cdot 10^{-31} \cdot 4.0 \cdot 10^6/1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 80 \cdot 10^{-3} = 2.8 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m} \simeq 0.3\,\mathrm{mm}$.
B

43) Konstant hastighet langs z-aksen betyr en forflytning lik $\Delta z = v_z t = 4.0 \cdot 10^6 \cdot 3.4 \cdot 10^{-6} = 13.6$ m.
E

44) Magnetfeltet gjør ikke arbeid på elektronet, slik at kinetisk energi er uendret.
A

45) Omsluttet fluks er

$$\phi(t) = N\boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{A}(t) = NBA \sin \omega t.$$

Indusert spenning:

$$V(t) = \frac{d\phi}{dt} = NBA\omega \cos \omega t,$$

med amplitude $V_0 = NBA\omega = 2\pi NBA/T$. Dermed:

$$V_0 = 2\pi \cdot 2000 \cdot 0.080 \cdot 60 \cdot 10^{-4}/0.01 = 603\,\mathrm{V}.$$

C

46) Ligningen for Q kan skrives på formen

$$\ddot{Q} + \omega_0^2 Q = 0,$$

med $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. Dermed er $Q(t) = Q_0 \cos\omega_0 t$, og strømmen i kretsen blir $I(t) = -\omega_0 Q_0 \sin\omega_0 t$, med amplitude $I_0 = Q_0/\sqrt{LC} = 15 \cdot 10^{-6}/\sqrt{6.0} \cdot 10^{-6} = 6.1$ A.
E

47) Kirchhoffs spenningsregel gir $V_0 \sin\omega t = Q/C$, dvs $Q(t) = V_0 C \sin\omega t$, og dermed $I(t) = V_0 \omega C \cos\omega t$, med amplitude $I_0 = V_0 \omega C = 2\pi V_0 f C = 2\pi \cdot 230 \cdot 50 \cdot 85 \cdot 10^{-6} = 6.1$ A.
E

48) Kirchhoffs spenningsregel gir $V_0 \sin\omega t = L dI/dt$, slik at $I(t) = -I_0 \cos\omega t$ med amplitude $I_0 = V_0/\omega L = V_0/2\pi f L = 230/2\pi \cdot 50 \cdot 85 \cdot 10^{-3} = 8.6$ A.
D

49) Dreiemomentet er

$$\tau = pE \sin\alpha = 3.8 \cdot 10^{-3} \cdot 38 \cdot \sin 38^\circ = 0.089\,\mathrm{Nm}.$$

B

50) Det magnetiske dipolmomentet er $m = IA = 0.0025 \cdot 6.25 \cdot 10^{-4} = 1.56 \cdot 10^{-6}$ Am^2. Da er dreiemomentet

$$\tau = mB \sin\alpha = 1.56 \cdot 10^{-6} \cdot 2.5 \cdot \sin 25^\circ = 1.65 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{Nm}.$$

B