*TFY4104 Fysikk Eksamen 16. desember 2017*

Løsningsforslag

**1. A.** I vakuum er det ingen luftmotstand, og eneste kraft på W og B er tyngdekraften. Dermed null snordrag. Snordrag forskjellig fra null ville ha gitt større akselerasjon for W enn for B.

**2. D.** Skyvkraften $F = 275$ N er større enn maksimal statisk friksjonskraft $\mu_s mg$, slik at kassen akseleres, med $a = (F - \mu_k mg)/m = F/m - \mu_k g = 5.5 - 3.4 = 2.1$ m/s$^2$.

**3. D.** Klossen i ro: $\sum F = 0$ langs planet, som gir $f = mg\sin\theta$.

**4. D.** $v = ds/dt = 6.0\,t + 2.0 \Rightarrow v = 14$ m/s ved $t = 2.0$ s $\Rightarrow P = Fv = 140$ W ved $t = 2.0$ s.

**5. E.** Når kulene henger sammen, er dette et fullstendig uelastisk støt, og det vil tapes mekanisk energi, dvs $K$ er ikke bevart. I kollisjonen virker det ingen ytre (horisontale) krefter på de to kulene. Dermed er $p$ bevart. I kollisjonen virker det heller ikke noe ytre dreiemoment (mhp snorenes festepunkt i taket) på de to kulene. Dermed er også $L$ bevart.

**6. D.** Energibevaring: $K_B = mv_B^2/2 = U_A - U_B = 3mg\ell/4 \Rightarrow v_B^2/\ell = 3g/2 \Rightarrow S_B = mg + mv_B^2/\ell = 5mg/2$.

**7. B.** $2as = v_2^2 - v_1^2 = (2v_1)^2 - v_1^2 = 3v_1^2$. Videre er $2as = v_3^2 - v_2^2 = v_3^2 - 4v_1^2$. Kombinerer vi disse har vi $v_3^2 = 7v_1^2$, dvs $v_3 = \sqrt{7}v_1$.

**8. C.** Uten friksjon er det kun snakk om translasjon. En ytre kraft $Mg$ virker nå på den totale massen $2M$, slik at $a = g/2$.

**9. D.** Med ren rulling er $a = \alpha R$. Vinkelakselerasjonen $\alpha$ for sylinderen kommer fra friksjonskraften $f$ som må virke mot venstre. N2 (translasjon) for systemet kloss+sylinder gir

$$Mg - f = 2Ma, \tag{1}$$

mens N2 for rotasjon for sylinderen gir

$$\tau = I_0\alpha \quad \Rightarrow \quad fR = \frac{1}{2}MR^2\frac{a}{R} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{1}{2}Ma. \tag{2}$$

Uttrykket for $f$ innsatt i N2 for translasjon gir

$$Mg - \frac{1}{2}Ma = 2Ma \quad \Rightarrow \quad \frac{5}{2}Ma = Mg \quad \Rightarrow \quad a = \frac{2}{5}g.$$

**10. E.** Sylinderen vil gli (slure) bortover med delvis rulling. Friksjonen blir kinetisk, med friksjonskoeffisient $\mu = 0.100$. Friksjonskraften virker mot venstre og er lik $f = 0.100 \cdot N = 0.100 \cdot Mg$. N2 for translasjon gir nå

$$Mg - f = 2Ma \quad \Rightarrow \quad Mg - 0.100 \cdot Mg = 2Ma \quad \Rightarrow \quad a = \frac{9}{20}g.$$

**11. C.** Da ingen ytre krefter virker, er dreieimpulsen $L$ konstant. Studenten gjør et indre arbeid ved å trekke bøkene inntil kroppen, slik at den kinetiske energien øker. Dette kan også beregnes: Dreieimpuls $L = I_0\omega$ konstant mens $I_0$ avtar og $\omega$ øker. $K = \frac{1}{2}I_0\omega^2 = \frac{1}{2}L\omega$ må da øke.

**12. C.** Punktet A sin translasjonhastighet er $v_t = v$ mot venstre. A's hastighet pga rotasjonen er $v_r = \omega R = v_t = v$ med retning rett oppover. Vektorsummen blir $\sqrt{2}v$ med retning 45° oppover mot venstre.

**13. C.** Treghetsmoment om akse gjennom sentrum: $I_0 = \frac{1}{12}mL^2$ (f.eks fra formelark). Akse $\frac{1}{3}L$ fra den ene enden $= \frac{1}{2}L - \frac{1}{3}L = \frac{1}{6}L$ fra sentrum. Steiners sats gir treghetsmoment om denne aksen:

$$I = I_0 + m\left(\frac{1}{6}L\right)^2 = m\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{36}\right)L^2 = m\frac{4}{36}L^2 = m\frac{1}{9}L^2.$$

**14. D.** Translasjonsfarten $v = \omega R$ er gitt ved energibevarelse:

$$Mgh = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2 = \frac{1}{2}Mv^2\left(1 + \frac{I_0}{MR^2}\right) = \text{lik for alle.}$$

En sylinder har større treghetsmoment enn massive baller, $\frac{1}{2}MR^2$ vs $\frac{2}{5}MR^2$. Da blir $v$ ved bunnen minst for sylinderen og lik for de to ballene. (Også **E** ble godtatt som riktig svar, da startposisjon og starthastighet til de ulike objektene strengt tatt ikke var spesifisert.)

**15. C.** For harmonisk svingning er $a = -\omega^2 x$, slik at her er vinkelhastigheten $\omega = 4.0\,\mathrm{s}^{-1}$. Da er perioden $T = 2\pi/\omega = 1.57$ s.

**16. C.** $dx/dt = -0.040\,\mathrm{m}\cdot 30\mathrm{s}^{-1}\cdot\sin\left(30\mathrm{s}^{-1}\,t + \pi/6\right)$ og maksimal hastighet er $= |-0.040\,\mathrm{m}\cdot 30\mathrm{s}^{-1}| =$ 1.2 m/s.

**17. C.** Tyngden $Mg$ av legemet fordeles med halvparten på hver av de to snorene i overkant av nedre trinse, dvs $\frac{1}{2}Mg$. Snorkraften i denne høyre snora må være lik over øvre trinse og over til venstre snor der $F$ virker. Ved likevekt er derfor $F = \frac{1}{2}Mg$.

**18. E.** La $L$ være bjelkens lengde. Vertikalkomponenten $F_y$ finnes enkelt ved dreiemomentbalanse om ytterpunktet på bjelken, der kun denne kraften og bjelkens tyngde $G_B$ har dreiemoment: $F_y\cdot L - G_B\cdot L/2 = 0$, som gir $F_y = G_B/2 = 50.0\,\mathrm{N}$.

**19. B.** Dette er med god tilnærmelse en matematisk pendel med lengde $L = 9$ m, og med egenfrekvens (vinkelfrekvens) $\omega_0 = \sqrt{g/L}$. Du dytter mest effektivt på resonans, med $\omega = \omega_0$, dvs med periode $T = 2\pi\sqrt{L/g} \simeq 6$ sekunder.

**20. D.** Dette er en fysisk pendel med treghetsmoment $I = ML^2/3$ mhp akslingen i enden av metallstanga. Den svinger med vinkelfrekvens $\omega_0 = \sqrt{Mgd/I}$, der $d = L/2$ er avstanden fra akslingen til stangas massesenter. Dermed:

$$\omega_0^2 = \frac{MgL/2}{ML^2/3} = \frac{3g}{2L} \quad\Rightarrow\quad L = \frac{3g}{2\omega_0^2} = \frac{3gT_0^2}{8\pi^2} = 0.70\text{ m.}$$

**21. D.** Minst kinetisk energi og hastighet der potensiell energi er størst, dvs på toppen av banen. Total kinetisk energi er

$$K = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2 = (1+c)\frac{1}{2}Mv^2,$$

med $c = 2/5$ for kompakt kule, og der vi har brukt rullebetingelsen $\omega = v/R$. Med andre ord, $K = 7Mv^2/10$. Energibevarelse gir nå

$$MgA = \frac{7}{10}Mv_0^2 - \frac{7}{10}Mv_{\mathrm{min}}^2 \quad\Rightarrow\quad v_{\mathrm{min}} = \left(v_0^2 - 10gA/7\right)^{1/2} = 0.54\text{ m/s.}$$

**22. B.** Helningsvinkelen er gitt ved

$$\tan\theta = dy/dx = (2\pi A/\lambda)\cos(2\pi x/\lambda),$$

som er maksimal i (f eks) $x = 0$,

$$\theta_{\mathrm{max}} = \arctan(2\pi A/\lambda) = \arctan(0.196) = 11^\circ.$$

**23. E.** Maksimal normalkraft $N$ ved bunnen av banen, for der er farten $v$ størst, krumningsradien $\rho$ minst, og dermed sentripetalakselerasjonen størst:

$$N - Mg = Mv^2/\rho.$$

Krumningsradien er

$$\rho = \frac{\left[1 + (dy/dx)^2\right]^{3/2}}{|d^2y/dx^2|}.$$

Ved bunnen av banen er $dy/dx = 0$ og $|d^2y/dx^2| = 4\pi^2 A/\lambda^2$, slik at $\rho = \lambda^2/4\pi^2 A$. Farten ved bunnen av banen er

$$v = v_{\max} = \left(v_0^2 + 10gA/7\right)^{1/2} = 0.995 \text{ m/s}.$$

Dette gir en maksimal normalkraft

$$N = M(g + v^2/\rho) = 0.32 \text{ N}.$$

**24. A.** Siden farten er maksimal i banens bunnpunkt, er baneakselerasjonen $a = dv/dt = 0$. Da kan det heller ikke være noen horisontale krefter som virker på kula. Siden det ikke er andre kandidater til horisontalkrefter enn friksjonskraften akkurat her, må vi ha $f = 0$.

**25. E.** N2 for translasjon tangentielt: $f - Mg\sin\theta = M dv/dt$. N2 for rotasjon om CM: $fR = -I_0 d\omega/dt = -(2/5)MR^2(dv/dt)/R$, slik at $f = -(2M/5)dv/dt$. Som innsatt i translasjonsligningen gir $dv/dt = -(5g/7)\sin\theta$.

**26. C.** Med avstand $d$ fra hver av ladningene befinner vi oss i planet som halverer linjen mellom de to. Retningen på $\boldsymbol{E}$ er her horisontalt mot venstre, når vi adderer bidragene fra de to ladningene. Feltstyrken til hvert av de to bidragene er $q/4\pi\varepsilon_0 d^2$. Vi trenger komponentene horisontalt, og må derfor gange dette med cosinus til vinkelen mellom horisontallinjen og linjen fra $q$ til den aktuelle posisjonen. Det gir en faktor $\cos\theta = (d/2)/d = 1/2$. Dermed:

$$E = 2 \cdot (q/4\pi\varepsilon_0 d^2) \cdot (1/2) = q/4\pi\varepsilon_0 d^2.$$

**27. E.** $p = 1.82 \cdot 10^{-21}/3 \cdot 10^8$ Cm $= q \cdot 0.92 \cdot 10^{-10}$ m, slik at $q = 6.59 \cdot 10^{-20}$ C, som er $0.41\,e$.

**28. A.** Potensialet fra et elektron er $V(r) = -e/4\pi\varepsilon_0 r$ når $V(r \to \infty)$ er satt til null. Med $V = -1.44$ V og $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C finner vi $r = 1.0$ nm.

**29. E.** Liten ladning $dq$ i posisjon $x$ bidrar med $dp = xdq = x\lambda(x)dx = \lambda_0 x^2 dx/L$ til totalt dipolmoment. Integrasjon over staven gir

$$p = \frac{\lambda_0}{L}\int_{-L/2}^{L/2} x^2 = \frac{1}{12}\lambda_0 L^2.$$

**30. B.** $\boldsymbol{E} = -\nabla V = -(V_0/a^2)(2x, 4y, 6z)$ som i punktet $(0, 2a, a)$ er $\boldsymbol{E} = -(V_0/a)(0, 8, 6)$, med absoluttverdi $10V_0/a$.

**31. B.** Ser på $3q$ som tre stk $q$, som sammen med de tre stk $-q$ danner tre dipoler, to med dipolmoment $p = qa$ og retning hhv mot venstre og oppover, og en med dipolmoment $p = \sqrt{2}qa$ med retning diagonalt opp mot venstre. Vektorsummen av de to første er samme vektor som den tredje, slik at totalt dipolmoment er $2\sqrt{2}qa$.

**32. A.** Vi summerer over de 6 ladningsparene:

$$U = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}\left[1 + 1 + 1/\sqrt{2} - 3 - 3 - 3/\sqrt{2}\right] = -(4 + \sqrt{2})\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}$$

**33. D.** Midt i kvadratet har ladningene nederst til venstre og øverst til høyre elektriske felt som kansellerer hverandre. Bidragene fra de to resterende ladningene peker begge diagonalt ned mot høyre, og total feltstyrke blir

$$E = \frac{3q + q}{4\pi\varepsilon_0 (a/\sqrt{2})^2} = \frac{2q}{\pi\varepsilon_0 a^2}$$

**34. B.** Ladningene nederst til venstre og øverst til høyre bidrar til sammen med like stort potensial i punktene 1 og 2. Disse kan vi derfor se bort fra når vi beregner potensialforskjellen mellom 1 og 2. Vi finner dermed

$$V_1 - V_2 = \frac{3q - (-q)}{4\pi\varepsilon_0 a/2} - \frac{3q + q)}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{5}a/2} = (1 - 1/\sqrt{5})\frac{2q}{\pi\varepsilon_0 a}$$

**35. A.** $C$ avtar med plateavstanden $d$.

**36. D.** Nettoladningen fordeler seg (ikke nødvendigvis jevnt) på *overflaten* av et metallstykke, ikke over hele volumet.

**37. E.** Total kapasitans: $C = (1 + 1/8 + 1/4 + 1/8 + 1/2)^{-1}$ mF $= 0.5$ mF. Her er det lik ladning på alle kondensatorer, $Q = 0.5 \cdot 9.0 = 4.5$ mC. Spenningen over kapasitansen 1.0 mF er derfor 4.5 V.

**38. C.** Likespenningskilden sørger for å opprettholde potensialforskjell $V_0$ mellom kondensatorplatene, selv om plateavstanden endres. (Halvering av plateavstanden gir halvert kapasitans, og dermed halvert plateladning, siden $C = Q/V$.)

**39. A.** Kretsen blir en seriekobling av de to kobberledningene og den ene motstanden på 0.23 Ω. Hver kobberledning har motstand $R_l = l/\sigma A = 0.90/6.0 \cdot 10^7 \cdot 1.5 \cdot 10^{-6} = 0.90/90 = 0.010\,\Omega$, slik at total motstand blir 0.25 Ω. Strømstyrken blir dermed $I = V/R = 1.5/0.25 = 6.0$ A.

**40. E.** Total motstand i kretsen er $R + R + (1/2R + 1/3R)^{-1} = 2R + 6R/5 = 16R/5 = 6.4\,\Omega$. Total strømstyrke blir dermed $9.0/6.4 = 1.4$ A. Av dette går en andel 3/5 gjennom motstanden $2R$, dvs $I = 0.84$ A.

**41. D.** Energibevarelse gjennom spenningsfallet $V$ gir $mv^2/2 = qV$, dvs $v = \sqrt{2qV/m}$. Sentripetalakselerasjon $v^2/r$ og Lorentzkraft $qvB$ gir $qvB = mv^2/r$, dvs $r = mv/qB = m\sqrt{2qV/m}/qB \sim \sqrt{m}$.

**42. A.** $m = NIA = 1600 \cdot 4.0 \cdot 64 \cdot 10^{-4} = 41$ Am$^2$.

**43. A.** $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{m} \times \boldsymbol{B}$, slik at maksimalt dreiemoment er $\tau_{\max} = NIAB = mB = 40.96 \cdot 0.25 = 10$ Nm.

**44. D.** Ferromagnetiske materialer blir paramagnetiske dersom temperaturen blir høy nok.

**45. B.** Ved et gitt tidspunkt $t$, dvs en gitt strøm $I(t)$, er magnetfeltet omtrent konstant over flaten som omsluttes av spolen: $B \simeq \mu_0 I/2\pi x$, med $x = 5.5a = 11$ cm. Total omsluttet magnetisk fluks er dermed (omtrent) lik $\phi(t) = B(t)A \simeq (\mu_0 I_0 \cos\omega t/2\pi x) \cdot Nab$. Dette gir en indusert spenning i spoletråden med amplitude

$$V_0 = (\mu_0 I_0 \omega/2\pi x) \cdot Nab = (4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 200 \cdot 2\pi \cdot 50/2\pi \cdot 0.11) \cdot 10 \cdot 36 \cdot 10^{-4} = 0.004\,\mathrm{V}$$

**46. C.** I tilsvarende mekaniske svingesystem ville massen $m$ svinge med periode $T = 2\pi/\omega$, med $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$, der $\omega_0^2 = k/m$ og $\gamma = b/2m$. Elektriske analogier til $b$, $k$ og $m$ er hhv $R$, $1/C$ og $L$, slik at

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{1/LC - R^2/4L^2}} \simeq 2\pi\sqrt{LC} = 0.055 \text{ s},$$

siden vi her har $R^2/4L^2 \ll 1/LC$ (svak demping).

**47. C.** I tilsvarende mekaniske system ville vi i utgangspunktet ha en potensiell energi $kx_0^2/2$, med $x_0$ lik strekket i fjæra før massen slippes. I den analoge elektriske kretsen har vi potensiell energi $Q_0^2/2C$, med startladning $\pm Q_0$ på kondensatorplatene. Denne energien tapes som varme i motstanden, dvs $0.0087^2/2 \cdot 0.0087 = 0.0044$ J.

**48. A.** Midlere effekt er $P = V_{\rm rms} I_{\rm rms} = V_0 I_0/2$. Her er $V_0 = 325$ V og $I_0 = V_0/R = 0.325$ A, slik at $P = 52.8$ W. I løpet av 1 time er da $52.8 \cdot 3600 = 1.9 \cdot 10^5$ J omdannet til varme.

**49. B.** Kirchhoffs spenningsregel gir $L dI/dt = V_0 \sin\omega t$, slik at $I_0 = V_0/\omega L = 3.0/2\pi \cdot 50 \cdot 47 \cdot 10^{-3} = 0.20$ A.

**50. B.** Kirchhoffs spenningsregel gir $Q/C = V_0 \sin\omega t$, slik at $I_0 = V_0 \omega C = 3.0 \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot 0.21 \cdot 10^{-3} = 0.20$ A.