Institutt for fysikk, NTNU
Faglig kontakt under eksamen:
Professor Johan S. Høye
Tlf. 93654
Sensurfrist: 28. august

Kontinuasjonseksamen i fag TFY4106 Fysikk

Tirsdag 7. august 2007
Kl. 09.00 - 13.00

Tillatte hjelpemidler: Godkjent lommekalkulator
Rottmann: Mathematisk Formelsamling
Vedlegg: Formelliste for faget TFY4106 Fysikk høsten 2006
(Hver av oppgavene 1, 2, 3 og 4 teller like mye.)

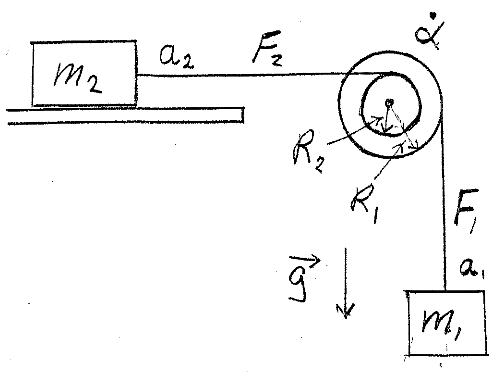
Oppgave 1

a) En hul sylinder har indre radius R_i og ytre radius R_y. Sylinderen har masse m som er jevnt fordelt mellom radiene R_i og R_y. Vis at treghetsmomentet I til sylinderen om sylinderaksen eller sentrum av sylinderen er gitt ved

$$I = \gamma m(R_i^2 + R_y^2),$$

og bestem med det koeffisienten γ. [Hint: Benytt at treghetsmomentet om sylinderaksen til en massiv sylinder med masse M og radius R_y er gitt ved $\frac{1}{2}MR_y^2$. Fjern så en sylinder med radius R_i, og som har masse MR_i^2/R_y^2, fra denne.]

b)



En masse m_1 henger i et tau som går over ei trinse eller talje på et sted der radien er R_1. En annen masse m_2 ligger på et horisontalt bord og er festet med et tau til den samme trinsa på et annet sted der radien er R_2, som vist på figuren. Massen m_2 holdes først fast slik at systemet er i ro. Hva er da strekkene eller kreftene F_1 og F_2 i tauene når tyngdeakselerasjonen er g?

Massen m_2 slippes så, og den vil begynne å bevege seg fordi massen m_1 begynner å falle. Anta at massen m_2 glir friksjonsfritt bortover og at trinsa roterer friksjonsfritt. Hva blir vinkelakselerasjonen α til trinsa når den har treghetsmoment I? [Hint: Bestem først hvordan akselerasjonene a_1 og a_2 til m_1 og m_2 kan uttrykkes ved α, og bestem videre hvordan F_1 og F_2 avhenger av akselerasjonene.]

Oppgitt: $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$.

Oppgave 2

a) To tog med med samme hastighet v beveger seg mot hverandre (på dobbeltsporet jernbane) på en vindfri dag der lydhastigheten i luft er 340 m/s. Det ene toget sender ut et fløytesignal som blir observert på det andre toget mens de passerer hverandre. Etter denne passeringen synker den observerte tonehøyden eller frekvensen til 3/4 av frekvensen før passering. Hva er hastigheten v til togene?

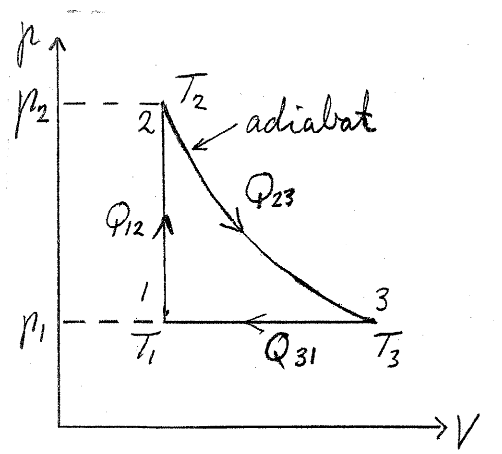
b) En oppspent stålstreng har tverrsnitt 0,20 mm^2. Transversale bølger beveger seg langs strengen med hastigheten 300 m/s. Hvor stor er kraften F som strekker strengen når massetettheten til stål er $\rho = 7,8\,\text{kg/dm}^3$?

Den gitte strengen har en grunnfrekvens (laveste frekvens) 264 Hz. Hva er avstanden L mellom ende- eller festepunktene til strengen?

Oppgitt: $f_r = f_s \dfrac{c \pm u_r}{c \pm u_s}$ (dopplereffekten).

Oppgave 3

a)



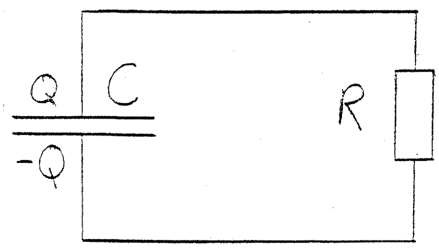
En mengde på $n = 2$ mol av en ideell to-atomig gass med spesifikk varme pr. mol ved konstant volum $c_V' = \frac{5}{2}R$ gjennomgår en kretsprosess som angitt på figuren. Prosessen fra 1 til 2 skjer ved konstant volum, prosessen fra 2 til 3 er adiabatisk og prosessen fra 3 tilbake til 1 er ved konstant trykk. Anta at trykket p_1 og temperaturene T_1 og T_2 er kjente størrelser. Hva blir uttrykkene for trykket p_2 i tilstand 2 og for temperaturen T_3 i tilstand 3? Bestem de numeriske verdiene til p_2 og T_3 når $p_1 = 105\,\text{kPa}$, $T_1 = 300\,\text{K}$ og $T_2 = 750\,\text{K}$.

b) Ved de tre delprosessene mellom punktene 1, 2 og 3 på figuren tilføres varmemengdene Q_{12}, Q_{23} og Q_{31}. Finn uttrykkene for disse 3 varmemengdene uttrykt ved gitte og beregnede størrelser under punkt a). Hva blir så de numeriske verdiene til disse 3 varmemengdene når $R = 8,314\,\text{J/K·mol}$?

c) Hva blir virkningsgraden $\varepsilon = W/Q_{12}$ der W er netto utført arbeid for denne kretsprosessen?

Oppgave 4

a)



Den elektriske kretsen på figuren består av en kondensator eller kapasitans C koplet i serie med en motstand R. Sett opp differensiallikningen for kretsen. Denne likningen bestemmer ladningen Q på kondensatoren, og den har løsning av formen

$$Q = Q_0 e^{-\gamma t}$$

der Q_0 og γ er konstanter mens t er tiden. Vis dette ved å sette inn i differensiallikningen for kretsen.

Bestem de numeriske verdiene til størrelsene γ og Q_0 når $C = 350\,\mathrm{pF}$, $R = 700\,k\Omega$ og spenningen mellom kondensatorplatene er $60\,\mathrm{V}$ ved tiden $t = 0$.

b) Et varierende magnetfelt $\mathbf{B} = \mathbf{B_0} \cos \omega t$ der $\mathbf{B_0}$ og ω er konstanter, vil indusere elektromotorisk spenning eller kraft i en spole eller strømsløyfe. La strømsløyfen danne en sirkelformet ring med areal A og ha N vindinger. La rotasjonsaksen til den sirkelformede ringen (flatenormalen for vindingene) danne en vinkel ϕ med retningen til magnetfeltet. Hva blir indusert elektromotorisk spenning $\mathcal{E} = \mathcal{E}(t)$?

Oppgitt: $Q = CV$.

Vedlegg: Eksamen i fag TFY4106 Fysikk den ~~7.desember 2006~~ 7. august 2007

Formelliste for faget TFY4106 Fysikk høsten 2006

Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas å være kjent.
Symbolbruk er for det meste som i forelesninger og kompendium.

Fysiske konstanter:

$g = 9,8\,\mathrm{m/s^2}$ $\quad N_A = 6,02\cdot 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$ $\quad k_B = 1,38\cdot 10^{-23}\,\mathrm{J/K}$ $\quad R = N_A k_B = 8,31\,\mathrm{J\,mol^{-1}K^{-1}}$

$1\,\mathrm{atm} = 101,3\,\mathrm{kPa}$ $\quad 0\,^\circ\mathrm{C} = 273\,\mathrm{K}$ $\quad \sigma = 5,67\cdot 10^{-8}\,\mathrm{Wm^{-2}K^{-4}}$ $\quad h = 6,63\cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js}$

$\epsilon_0 = 8,85\cdot 10^{-12}\,\mathrm{C^2/Nm^2}$ $\quad \mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}\,\mathrm{N/A^2}$ $\quad e = 1,6\cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$ $\quad m_e = 9,1\cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$

Elementær mekanikk:

$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}(\vec{r},t)$ med $\vec{p}(\vec{r},t) = m\vec{v} = m\dot{\vec{r}}$ $\quad \vec{F} = m\vec{a}$ $\quad$ Konstant a: $v = v_0 + at$ $\quad s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

$dW = \vec{F}\cdot d\vec{s}$ $\quad$ Kinetisk energi $W_k = \frac{1}{2}mv^2$ $\quad V(\vec{r})$ = potensiell energi (f.eks. tyngde: mgh, fjær: $\frac{1}{2}kx^2$)

$F_x = -\frac{\partial}{\partial x}V(x,y,z)$ $\quad E = \frac{1}{2}m\vec{v}^2 + V(\vec{r})$ + friksjonsarbeide = konstant

$|F_f| = \mu_s\cdot F_\perp$ $\quad |F_f| = \mu_k\cdot F_\perp$ $\quad \vec{F}_f = -k_f\vec{v}$

Dreiemoment $\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F}$ $\quad dW = |\vec{\tau}|\,d\alpha$ $\quad$ Statisk likevekt: $\Sigma\vec{F}_i = \vec{0}$ $\quad \Sigma\vec{\tau}_i = \vec{0}$

Massefellespunkt: $\vec{R}_M = \frac{m_A}{M}\vec{r}_A + \frac{m_B}{M}\vec{r}_B$ $\quad$ Relativ koordinat: $\vec{r} = \vec{r}_A - \vec{r}_B$

Elastisk støt: $\vec{p}$ = konstant $\quad W_k$ = konstant $\quad$ Uelastisk støt: $\vec{p}$ = konstant

Vinkelhastighet $\vec{\omega} = \omega\,\hat{e}_z$ $\quad |\vec{\omega}| = \omega = \dot{\theta}$ $\quad$ Vinkelakselerasjon $\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$ $\quad \alpha = \frac{d\omega}{dt} = \ddot{\theta}$

$v = r\omega$ $\quad$ Sentripetalaksel. $a_r = -v\omega = -\frac{v^2}{r} = -\omega^2 r$ $\quad$ Baneaksel. $a_\theta = \frac{dv}{dt} = r\frac{d\omega}{dt} = r\,\alpha$

Kinetisk energi $W_k = \frac{1}{2}I\omega^2$ $\quad$ der treghetsmoment $I = \sum_i m_i r_i^2 \to \int r^2 dm$

Massiv kule: $I_T = \frac{2}{5}MR^2$ $\quad$ Ring: $I_T = MR^2$ $\quad$ Sylinder/skive: $I_T = \frac{1}{2}MR^2$ $\quad$ Kuleskall: $I_T = \frac{2}{3}MR^2$

Lang, tynn stav: $I_T = \frac{1}{12}M\ell^2$ $\quad$ Parallellakseteoremet: $I = I_T + MR_T^2$

Dreieimpuls (rotasjonsmengde) $\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p}$ $\quad \vec{\tau} = \frac{d}{dt}\vec{L}$ $\quad$ Stive legemer: $\vec{L} = I\cdot\vec{\omega}$ $\quad \vec{\tau} = I\cdot\frac{d\vec{\omega}}{dt}$

Hookes lov: $F = -kx$ $\quad T = \frac{F}{A} = E\epsilon = E\frac{\Delta\ell}{\ell}$ $\quad T = \mu\gamma = \mu\frac{\Delta x}{y}$ $\quad \Delta p = -B\frac{\Delta V}{V}$ $\quad \tau = \frac{\pi}{32}\mu\frac{D^4}{\ell}\theta$

Skjærspenning og viskositet: $T = \frac{F}{A} = \eta\,\frac{v}{b}$

Svingninger og bølger:

Udempet svingning: $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad \omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}} \quad T = \dfrac{2\pi}{\omega_0} \quad f_0 = \dfrac{1}{T} = \dfrac{\omega_0}{2\pi}$

$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin\theta = 0 \quad \omega_0 = \sqrt{\dfrac{mgd}{I}}$ eller $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{g}{\ell}}$

Dempet svingning: $\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad \omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}} \quad \delta = \dfrac{1}{2}\dfrac{b}{m}$

$\delta < \omega_0$ Underkritisk dempet: $x(t) = A\,\mathrm{e}^{-\delta t}\cos(\omega_d t + \theta_0) \quad \omega_\mathrm{d} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$

$\delta > \omega_0$ Overkritisk dempet: $x(t) = A^+ \mathrm{e}^{-\alpha^{(+)}t} + A^- \mathrm{e}^{-\alpha^{(-)}t} \quad \alpha^{(\pm)} = \delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$

$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = a_0 \cos\omega t$ når t er stor: $x(t) = x_0\cos(\omega t + \phi)$, der $x_0(\omega) = \dfrac{a_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}}$

Bølger: $\dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2} - v^2 \dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \quad y(x,t) = f(x \pm vt) \quad y(x,t) = y_0\cos(kx)\cos(\omega t) \quad y(x,t) = y_0\cos(kx \pm \omega t)$

$v = \pm\dfrac{\omega}{k} \quad |v| = \dfrac{\omega}{k} = \dfrac{\lambda}{T} = \lambda f \quad v_\mathrm{g} = \dfrac{\partial\omega}{\partial k}$ Streng: $v = \sqrt{\dfrac{T}{\rho}} = \sqrt{\dfrac{F}{\mu}}$ hvor $T = \dfrac{F}{A}$ og $\mu = \rho A = \dfrac{\Delta m}{\Delta \ell}$

Lydbølger: $\xi(x,t) = \xi_0\cos(kx \pm \omega t) \quad p_\mathrm{lyd} = kv^2\rho\xi_0$ Luft: $v = \sqrt{\dfrac{B}{\rho}} = \sqrt{\dfrac{\gamma k_\mathrm{B} T}{m}}$ Fast stoff: $v = \sqrt{\dfrac{E}{\rho}}$

$P = \dfrac{1}{2}\mu v\omega^2 y_0^2 \quad I = \dfrac{P}{A} = \dfrac{1}{2}\rho\, v\, \omega^2 \xi_0^2 \quad I = \dfrac{1}{2}\dfrac{p_\mathrm{lyd}^2}{\rho v} = \dfrac{1}{2}\dfrac{p_\mathrm{lyd}^2}{\sqrt{\rho B}}$

$\beta(\text{i dB}) = 10\,\log_{10}\dfrac{I}{I_\mathrm{min}}$ der $I_\mathrm{min} = 10^{-12}\,\mathrm{W/m^2}$

Stående bølger: $y(t) = \dfrac{1}{2}y_0\cos[kx + \omega t] + \dfrac{1}{2}y_0\cos[kx - \omega t] \quad L = n\,\dfrac{\lambda}{2} \quad f_n = n\,\dfrac{v}{2L}$

Termisk fysikk:

n_M (iblant også n) = antall mol $\quad N$ = antall molekyler $\quad n = N/V \quad n_\mathrm{f}$ = antall frihetsgrader

$\alpha = \dfrac{1}{\ell}\dfrac{\mathrm{d}\ell}{\mathrm{d}T} \quad \Delta U = Q - W \quad C = \dfrac{Q}{\Delta T} = mc = n_\mathrm{M}c' = Nc_\mathrm{m}$

Varmetransport: $j_\mathrm{Q} = \dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}A} = -\lambda\dfrac{\partial T}{\partial x} \quad j = \sigma T^4 \quad j = e\,\sigma T^4 \quad j_\nu(\nu,T) = \dfrac{2\pi h\nu^3}{c^2}\dfrac{1}{\mathrm{e}^{h\nu/k_\mathrm{B}T} - 1}$

$pV = n_\mathrm{M}RT \quad pV = N\dfrac{2}{3}E \quad E = \dfrac{1}{2}m\overline{v^2}$ van der Waals: $\left(p + \dfrac{a}{v_\mathrm{M}^2}\right)(v_\mathrm{M} - b) = RT$

$c_V' = \dfrac{1}{2}n_\mathrm{f}R \quad c_p' = \dfrac{1}{2}(n_\mathrm{f} + 2)R = c_V' + R \quad \Delta W = p\Delta V \quad W = \displaystyle\int_1^2 p\mathrm{d}V \quad \mathrm{d}U = C_V \cdot \mathrm{d}T$

$\gamma = \dfrac{C_p}{C_V} = \dfrac{n_\mathrm{f} + 2}{n_\mathrm{f}} \quad pV^\gamma = \text{konstant} \quad TV^{\gamma-1} = \text{konstant} \quad p^{1-\gamma}T^\gamma = \text{konstant} \quad v_\mathrm{lyd} = \sqrt{\dfrac{\gamma k_\mathrm{B}T}{m}}$

Molekylære kollisjoner: $\sigma = \pi\, d^2 \quad \ell_0 = \dfrac{1}{n\sigma} \quad \tau = \dfrac{1}{nv\sigma}$

Effektivitet (virkningsgrad/kjølefaktor): $e = \dfrac{W}{Q_\mathrm{H}} \overset{\text{Carnot}}{\longrightarrow} 1 - \dfrac{T_\mathrm{L}}{T_\mathrm{H}}$ Otto: $e = 1 - \dfrac{1}{r^{\gamma-1}}$

$K = \left|\dfrac{Q_\mathrm{L}}{W}\right| \overset{\text{Carnot}}{\longrightarrow} \dfrac{T_\mathrm{L}}{T_\mathrm{H} - T_\mathrm{L}} \quad \epsilon = \left|\dfrac{Q_\mathrm{H}}{W}\right| \overset{\text{Carnot}}{\longrightarrow} \dfrac{T_\mathrm{H}}{T_\mathrm{H} - T_\mathrm{L}}$ Clausius: $\sum\dfrac{\Delta Q}{T} \le 0 \quad \oint\dfrac{\mathrm{d}Q}{T} \le 0$

Entropi: $\mathrm{d}S = \dfrac{\mathrm{d}Q_\mathrm{rev}}{T} \quad \Delta S_{12} = S_2 - S_1 = \displaystyle\int_1^2 \dfrac{\mathrm{d}Q_\mathrm{rev}}{T} \quad S = k_\mathrm{B}\ln w$

Elektrisitet og magnetisme:

Coulombs lov: $\vec{F}(r) = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}\hat{r}$ Coulomb potensialet: $V(r) = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r}$

Gauss lov: $Q = \sum q_i = \epsilon_0 \Phi_E = \epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot \vec{dA}$

Kapasitans: $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$ $W = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}Q^2/C$ $\frac{W}{V} = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$

Kraft på strømleder: $\vec{F} = I\,\vec{l} \times \vec{B}$ Lorentzkraften: $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

Kraft mellom to ledere: $F = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2 l}{r}$ Biot-Savarts lov: $\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} I_2 \frac{\vec{dl} \times \vec{r}}{r^3}$

Amperes lov: $\oint \vec{B} \cdot \vec{ds} = \mu_0 I$ Magnetisk fluks: $\Phi_B = \int_A \vec{B} \cdot \vec{dA}$

Faradays induksjonslov: $V_{ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$ Selvinduksjon: $V_{ind} = -L\frac{dI}{dt}$ $\frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0}$

Maxwells ligninger: $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ $\nabla \times \vec{B} = \mu_0[\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}]$ $\epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E} = \rho$ $\nabla \cdot \vec{B} = 0$