Eksamen i fag TFY4106 Fysikk,
den 7/12 – 06.

①

Forslag til Løsning.

Oppgave 1.

a) Akselerasjonen blir.

$$a = a(t) = \dot{v} = \underline{\underline{\gamma v_0 e^{-\gamma t}}}.$$

Posisjonen blir.

$$x = x(t) = \int_0^t v\,dt' = \int_0^t v_0(1-e^{-\gamma t'})dt' = \Big|_0^t \left[vt' + \frac{v_0}{\gamma}e^{-\gamma t'}\right]dt'$$

$$= \underline{\underline{v_0\left[t + \frac{1}{\gamma}(e^{-\gamma t}-1)\right]}}.$$

Akselerasjon ved starten

$$a = a(0) = \gamma v_0 = 0{,}20\,s^{-1} \cdot 25\,m/s = \underline{\underline{5\,m/s^2}}.$$

Posisjonen etter 10 s

$$x = 25\,m/s\left[10\,s + \frac{1}{20\,s^{-1}}\left(e^{-0{,}20\cdot 10} - 1\right)\right] = \underline{\underline{142\,m.}}$$

b) Treghetsmoment av stav med lodd

$$I = I(r) = \underline{\underline{\tfrac{1}{3}m_sR^2 + 2m_Lr^2.}}$$

Siden det ikke virker noe ~~netto~~ dreie-moment på staven vil dreieimpulsen L være bevart. Når loddene glir fra posisjonen $m = \frac{1}{2}R$ til $r = R$ må en da ha

②

$$L = I(\tfrac{1}{2}R)\,\omega_0 = I(R)\,\omega$$

som gir

$$\omega = \omega_0\frac{I(\frac{1}{2}R)}{I(R)} = \omega_0\frac{\frac{1}{3}m_sR^2 + 2m_L(\frac{1}{2}R)^2}{\frac{1}{3}m_sR^2 + 2m_LR^2} =$$

$$\omega_0\frac{\frac{1}{3}m_s + \frac{1}{2}m_L}{\frac{1}{3}m_s + 2m_L} = \frac{2 + 3\frac{m_L}{m_s}}{2 + 12\frac{m_L}{m_s}}\,\omega_0 = \frac{2+3\cdot 0{,}2}{2+12\cdot 0{,}2}\,20\,s^{-1}$$

$$= \underline{\underline{11{,}8\,s^{-1}.}}$$

Oppgave 2

a) Før passering er tonehøyden

$$f_f = f_s\frac{c+v}{c-v}$$

Etter passering er tonehøyden

$$f_e = f_s\frac{c-v}{c+v} = \frac{3}{4}f_f = \frac{3}{4}f_s\frac{c+v}{c-v}$$

Fra dette finner en

$$\frac{c-v}{c+v} = \frac{3}{4}\,\frac{c+v}{c-v}$$

$$(c-v)^2 = \frac{3}{4}(c+v)^2$$

$$c - v = \frac{\sqrt{3}}{2}(c+v)$$

$$(2-\sqrt{3})\,c = (2+\sqrt{3})\,v$$

slik at hastigheten til togene blir

$$v = \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}c = \frac{(2-\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}c = (2-\sqrt{3})^2 c = (2-\sqrt{3})^2 \cdot 340\,\mathrm{m/s}$$

$$= \underline{\underline{24{,}4\,\mathrm{m/s}}} \approx \underline{\underline{88\,\mathrm{km/h}}}$$

b) Masse pr. lengdeenhet

$$\mu = \rho A = 7{,}8\cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3}\cdot 0{,}20\cdot 10^{-6}\,\mathrm{m^2} = 1{,}56\cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg/m}$$

$$= \underline{\underline{1{,}56\,\mathrm{g/m}}}$$

Bølgehastighet $c = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ gir kraften

$$F = \mu c^2 = 1{,}56\cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg/m}\cdot(300\,\mathrm{m/s})^2 = \underline{\underline{140\,\mathrm{N}}}.$$

For grunnfrekvensen er strengen en halv bølgelengde, dvs. $\lambda = 2L$ der λ er bølgelengden. Videre er $c = \lambda f$ der f er frekvensen. Lengden mellom endepunktene blir derfor

$$L = \frac{1}{2}\lambda = \frac{c}{2f} = \frac{300\,\mathrm{m/s}}{2\cdot 264\,\mathrm{s^{-1}}} = \underline{\underline{56{,}8\,\mathrm{cm}}}.$$

Oppgave 3

a) Varme tilført vannet

$$Q_V = m_V C_V (T_V - T)$$

der m_V og T_V er henholdsvis masse og temperatur til vannet. Tilsvarende har en for Al

$$Q_{AL} = m_{AL} C_{AL} (T_{AL} - T)$$

Energibevarelse innebærer så at

$$Q_{AL} + Q_V = 0$$

$$m_{AL} C_{AL} (T_{AL} - T) + m_V C_V (T_V - T) = 0.$$

Slutttemperaturen blir derfor

$$T = \frac{m_V C_V T_V + m_{AL} C_{AL} T_{AL}}{m_V C_V + m_{AL} C_{AL}} = T_V + \frac{m_{AL} C_{AL} (T_{AL} - T_V)}{m_V C_V + m_{AL} C_{AL}}$$

$$= 10^\circ C + \frac{3\cdot 0{,}91\cdot(80-10)^\circ C}{2\cdot 4{,}19 + 3\cdot 0{,}91} = \underline{\underline{27{,}2^\circ C}}.$$

b) Tilført varme.

$$Q_{bc} = \underline{\underline{C_V (T_c - T_b)}}.$$

Avgitt varme

$$Q_{ad} = \underline{\underline{C_V (T_d - T_a)}}.$$

Sammenhengen mellom temperaturene finner en ved å benytte adiabatlikningen $TV^{\gamma-1} = \text{konst.}$

$$T_c V_b^{\gamma-1} = T_d V_a^{\gamma-1} \qquad (V_c = V_b,\ V_d = V_a)$$

eller

$$T_d = T_c\left(\frac{V_b}{V_a}\right)^{\gamma-1} = \frac{1}{r^{\gamma-1}}\,T_c,$$

Tilsvarende finner en

$$T_a = T_b\left(\frac{V_c}{V_a}\right)^{\gamma-1} = \frac{1}{r^{\gamma-1}}\,T_b,$$

Energibevarelse tilsier at utført arbeid er

$$W = Q_{bc} + Q_{da} = Q_{bc} - Q_{ad}$$

slik at virkningsgraden blir

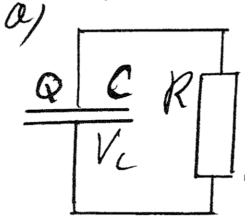
$$\varepsilon = \frac{W}{Q_{bc}} = 1 - \frac{Q_{ad}}{Q_{bc}} = 1 - \frac{T_d - T_a}{T_c - T_b} = 1 - \frac{T_c - T_b}{T_c - T_b}\,\frac{1}{r^{\gamma-1}}$$

$$= 1 - \frac{1}{r^{\alpha}}$$

der $\alpha = \gamma - 1.$

Oppgave 4.

a)



Spenning over kondensatoren

$$V_c = \frac{1}{C}Q$$

Spenning over motstanden

$$V_R = RI = R\dot{Q}\left(= R\frac{dQ}{dt}\right)$$

Samlet spenning rundt kretsen er så $V_R + V_c = 0$

slik at differensiallikningen for kretsen blir

$$R\dot{Q} + \frac{1}{C}Q = 0,$$

Med løsning $Q = Q_0 e^{-\gamma t}$ har en $\dot{Q} = -\gamma Q_0 e^{-\gamma t}$ som innsatt i likningen gir

$$-\gamma R Q_0 e^{-\gamma t} + \frac{1}{C}Q_0 e^{-\gamma t} = 0$$

som er løsning dersom

$$-\gamma R + \frac{1}{C} = 0$$

$$\gamma = \frac{1}{RC}$$

mens Q_0 bestemmes av grensebetingelsen. Her er denne

$$V = V(0) = \frac{1}{C}Q(0) = \frac{1}{C}Q_0 \quad \text{slik at}$$

$$Q_0 = CV = 350\cdot10^{-12}F\cdot 60V = 2{,}1\cdot10^{-8}C = 21\,nC$$

Videre er

$$\gamma = \frac{1}{700\cdot10^{3}\Omega\cdot 350\cdot10^{-12}F} = 4{,}1\cdot10^{3}s^{-1} \qquad \left(\Omega = \frac{V}{A},\ F = \frac{C}{V}\right)$$

b) Magnetisk fluks gjennom én vinding av spolen

$$\phi_{m1} = BA\cos\varphi$$

Total fluks blir så

$$\phi_m = N\phi_{m1} = NB_0A\cos\varphi\cos\omega t$$

slik at indusert elektromotorisk spenning blir

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_m}{dt} = \omega N B_0 A\cos\varphi\sin\omega t.$$