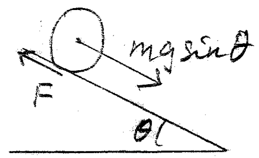
Eksamen i fag TFY4106
Fysikk, den 18/12 - 2007.

Forslag til løsning

Oppgave 1

a/ 

Newtons likning for translasjons-bevegelsen

$$ma = mg\sin\theta - F$$

Vinkelakselerasjonen er bestemt av netto dreiemoment

$$I\alpha = FR$$

Med sammenhengen $\alpha = a/R$ (rulling uten å skli) kan en sette inn for F i den første likningen

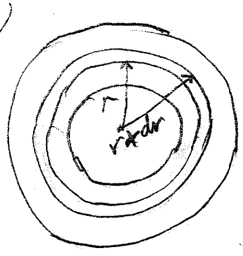
$$ma = mg\sin\theta - I\frac{\alpha}{R}$$

$$mg\sin\theta - \beta m a$$

Følgelig

$$(1+\beta)ma = mg\sin\theta$$

$$\underline{\underline{a = \frac{1}{1+\beta}g\sin\theta}}$$

b) 

Volum av sylinderskall

$$dV = 2\pi r\, l\, dr$$

Massen til sylinderskallet

$$dm = \rho(r)\,dV = 2\pi l A r^2 dr$$

Dette gir massen

$$m = \int dm = 2\pi l A\int_0^R r^2 dr = \underline{\underline{\frac{2}{3}\pi l A R^3}}$$

Treghetsmomentet om rotasjonsaksen blir så

$$I = \int r^2 dm = 2\pi l A\int_0^R r^4 dr = \underline{\underline{\frac{2}{5}\pi l A R^5}}$$

Innsatt for m finner en så

$$I = \beta m R^2 = \beta\frac{2}{3}\pi l A R^5 = \frac{2}{5}\pi l A R^5$$

$$\beta = \frac{2}{5}\Big/\left(\frac{2}{3}\right) = \underline{\underline{\frac{3}{5}}}.$$

Oppgave 2.

a/ Ved derivering finner en

$$\dot{y} = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega A\cos(kx-\omega t)$$

$$\ddot{y} = -(-\omega)^2 A\sin(kx-\omega t) = \underline{-\omega^2 y}$$

$$y' = \frac{\partial y}{\partial x} = kA\cos(kx-\omega t)$$

$$y'' = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -k^2 A\sin(kx-\omega t) = \underline{-k^2 y}.$$

Innsatt i bølgelikningen finner en så

$$-\omega^2 y = -c^2(-k^2)y$$

Dette innebærer sammenhengen

$$\omega^2 = c^2 k^2$$

eller

$$\underline{\underline{\omega = ck}} \quad (\text{evt. } c = \omega/k)$$

b) Den stående bølgen blir

$$y = A(\sin(kx - \omega t) + \sin(kx + \omega t))$$
$$= \underline{2A \sin(kx)\cos(\omega t)}.$$

Med dette er $y(x=0,t) = 0$ automatisk oppfylt. Videre har en

$$\left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|_{x=L} = 2Ak\cos(kL)\cos(\omega t) = 0$$

eller $\cos(kL) = 0$

Dette betyr at tillatte verdier på k blir

$$kL = \frac{\pi}{2} + \pi n = \underline{\pi\left(n + \tfrac{1}{2}\right)}$$

$$k = k_n = \underline{\underline{\frac{\pi}{L}\left(n + \tfrac{1}{2}\right)}}, \quad n = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

To punkter i ro på strengen innebærer $n=1$ som gir bølgelengden

$$\lambda = \lambda_1 = \frac{2\pi}{k_1} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{L}(1+\frac{1}{2})} = \underline{\underline{\frac{4}{3}L}}.$$

Oppgave 3

a) Varmestrømmen gjennom veggen blir

$$I = \lambda_t A \frac{\Delta T_t}{\Delta x_t} = 0{,}080 \frac{W}{m\cdot K} 60\,m^2 \cdot \frac{(20-8)^\circ C}{0{,}15\,m} = \underline{\underline{384\,W}}$$

Da I skal være uendret vil temperaturdifferensen ΔT_t være uendret. Samme varmestrøm gjennom tre og mineralull betyr da at

$$I = \lambda_t A \frac{\Delta T_t}{\Delta x_t} = \lambda_m A \frac{\Delta T_m}{\Delta x_m}$$

Fra dette finner en

$$\Delta T_m = \frac{\lambda_t}{\lambda_m}\frac{\Delta x_m}{\Delta x_t}\Delta T_t = \frac{0{,}080 \cdot 0{,}05}{0{,}040 \cdot 0{,}15}\Delta T_t = \underline{\underline{\frac{2}{3}\Delta T_t}}.$$

Temperaturen på ytterveggen blir da

$$T_y = 8^\circ C - \frac{2}{3}(20-8)^\circ C = \underline{\underline{0^\circ C.}}$$

b) For adiabaten har en

$$p_1 V_1^{\gamma} = p_2 V_2^{\gamma}$$

$$V_2 = V_1 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{1/\gamma} = 24\,dm^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{1{,}4}} = \underline{\underline{10{,}95\,dm^3}}$$

Siden punktene 1 og 3 har samme temperatur har en for ideell gass

$$p_1 V_1 = p_2 V_3 \quad (= nRT_1)$$

⑤

$$V_3 = V_1 \frac{p_1}{p_2} = 24\,dm^3 \cdot \frac{1}{3} = \underline{\underline{8\,dm^3}}$$

Langs adiabaten har en videre

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

slik at
$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = 290K \left(\frac{24}{10{,}95}\right)^{0{,}4} = \underline{\underline{397K.}}$$

Oppgave 4

a) Volum mellom ytre og indre kuleskall

$$V_{R_2} = \frac{4\pi}{3}(R_2^3 - R_1^3).$$

Volum mellom kuleskall med radius r og indre kuleskall
$$V_r = \frac{4\pi}{3}(r^3 - R_1^3).$$

Med jevn fordeling blir ladning innenfor radien r

$$Q_r = \frac{V_r}{V_{R_2}} Q = \underline{\underline{\frac{r^3 - R_1^3}{R_2^3 - R_1^3} Q}}$$

Med kuleflate med radius r gir Gauss lov

$$\oint \vec{E}\, d\vec{A} = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q_r}{\varepsilon_0}$$

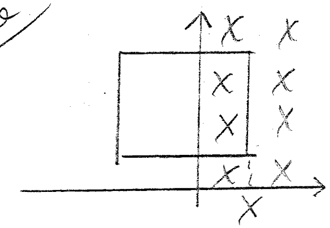
⑥

$$E = \frac{Q_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \underline{\underline{\frac{(r^3 - R_1^3)Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2 (R_2^3 - R_1^3)}}}$$

for $R_1 < r < R_2$. For $r < R_1$ er $Q_r = 0$, og for $R_2 < r$ er $Q_r = Q_2$ slik at

$$E = \begin{cases} \underline{\underline{0}} & \text{for } r < R_1 \\ \underline{\underline{\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}} & \text{for } R_2 < r. \end{cases}$$

b)



For $t<0$ er sløyfen utenfor magnetfeltet slik at $\phi_B = 0$ for $t<0$. Når sløyfen er delvis inne i magnet~~feltet~~ dekker magnetfeltet et areal $xb = vtb$ slik at

$$\phi_B = Bvtb$$

Sløyfen er helt inne i magnetfeltet etter tidspunktet bestemt ved $x = vt = a$, dvs. $t = a/v$. Etter denne tiden er fluksen $\phi_B = Bba =$ konst. Indusert elektromotorisk kraft blir følgelig

$$\mathcal{E} = \left| -\frac{d\phi_B}{dt} \right| = \begin{cases} \underline{\underline{0}}, & t<0 \\ \underline{\underline{Bbv}}, & 0<t<a/v \\ \underline{\underline{0}}, & a/v<t. \end{cases}$$