Eksamen i fag TFY4106 Fysikk, den 18/12 - 2009



Forslag til Løsning.

Oppgave 1

a) Akselerasjonen blir

$$a = a(t) = \dot{v} = -\gamma v_0 e^{-\gamma t} + v_1 \frac{6}{t_0}\left[t/t_0 - (t/t_0)^2\right].$$

Posisjonen blir

$$x = x(t) = \int_0^t v\,dt' = \int_0^t \left\{v_0 e^{-\gamma t'} + v_1\left[3(t'/t_0)^2 - 2(t'/t_0)^3\right]\right\}dt'$$

$$= \Big|_0^t \left\{-\frac{v_0}{\gamma}e^{-\gamma t'} + v_1 t_0\left[(t'/t_0)^3 - \frac{1}{2}(t'/t_0)^4\right]\right\}$$

$$= \frac{v_0}{\gamma}(1-e^{-\gamma t}) + v_1 t_0\left[(t/t_0)^3 - \frac{1}{2}(t/t_0)^4\right].$$

Kjørt veilengde etter 8 s

$$x = \frac{10\,m/s}{0{,}12\,s^{-1}}\left(1-e^{-0{,}12\cdot 8{,}0}\right) + 15{,}0\,m/s\cdot 8{,}0\,s\left(1-\frac{1}{2}\right) = 111\,m.$$

b) Impulsbevarelse i støtet tilsier

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1+m_2)V.$$

Dette gir felles hastighet etter støtet

$$V = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1+m_2} = \frac{25\cdot 8{,}0 + 45\cdot 2{,}0}{25+45}\,m/s = 4{,}14\,m/s.$$

Etter delvis uelastisk støt gjelder fremdeles impulsbevarelsen slik at

$$m_1 v_{1e} + m_2 v_{2e} = (m_1+m_2)V$$

Eliminerer $v_{2e}$ ved $v_{2e} - v_{1e} = v_r$ eller $v_{2e} = v_r + v_{1e}$ og finner



$$m_1 v_{1e} + m_2(v_{1e}+v_r) = (m_1+m_2)V$$

$$(m_1+m_2)v_{1e} = (m_1+m_2)V - m_2 v_r$$

$$v_{1e} = V - \frac{m_1}{m_1+m_2}v_r = 4{,}14\,m/s - \frac{45}{25+45}3{,}0\,m/s = 2{,}21\,m/s.$$

$$v_{2e} = v_{1e} + v_r = (2{,}21+3{,}0)\,m/s = 5{,}21\,m/s.$$

c) Ved å benytte parallellakseteoremet finnes treghetsmomentet til hver av skivene om rotasjonsaksen

$$I_R = \frac{1}{2}m_R R^2 + m_R r^2$$

Treghetsmomentet til stav med skiver blir følgelig

$$I = I(r) = \frac{1}{3}m_s L^2 + 2I_R = I_0 + I_1 r^2$$

der $I_0 = \frac{1}{3}m_s L^2 + m_R R^2$ og $I_1 = 2m_R$.

Dreieimpulsen er gitt ved $L = I\omega$. Endring av denne er bestemt av dreiemomentet $\tau$. En finner

$$\tau = \frac{dL}{dt} = \frac{d}{dt}(I_0 + I_1 r^2)\omega_0 = I_1\omega_0\frac{d}{dr}(r^2) = 2I\omega_0 r\frac{dr}{dt}$$

$$= 2I_1\omega_0 r\frac{d}{dt}(r_0 + r_1\sin(\Omega t)) = 2I_1\omega_0 r r_1\Omega\cos(\Omega t)$$

$$= 2I_1\omega_0(r_0 + r_1\sin(\Omega t))r_1\Omega\cos(\Omega t).$$

## Oppgave 2.

a) Masse pr. lengdeenhet

$$\mu = \rho A = 7{,}8\cdot 10^{3}\,\mathrm{kg/m^3}\cdot 0{,}15\cdot 10^{-6}\,\mathrm{m^2} = 1{,}17\ \mathrm{g/m}.$$

Bølgehastighet $c = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ gir kraften

$$F = \mu c^2 = 1{,}17\cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg/m}\cdot (350\,\mathrm{m/s})^2 = 143\,\mathrm{N}.$$

For grunnfrekvensen er strengen en halv bølgelengde, dvs. $\lambda = 2L$ der $\lambda$ er bølgelengden. Videre er $c = \lambda f$ der $f$ er frekvensen. Lengden $L$ mellom endepunktene blir derfor

$$L = \tfrac{1}{2}\lambda = \frac{c}{2f} = \frac{350\,\mathrm{m/s}}{2\cdot 440\,\mathrm{s^{-1}}} = 39{,}8\,\mathrm{cm}.$$

b) Bevegelseslikningen er gitt ved Newtons lov

$$m\ddot{x} = F = -kx - b\dot{x}$$

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0.$$

Med den gitte $x$ finner en for hastigheten ved derivering

$$\dot{x} = Ae^{-\delta t}\left[-\delta\sin(\omega_d t+\varphi) + \omega_d\cos(\omega_d t+\varphi)\right].$$

Grensebetingelsene $x = x(0) = x_0$ og $\dot{x} = \dot{x}(0) = 0$ gir så likningene

$$x_0 = A\sin\varphi$$

$$0 = A(-\delta\sin\varphi + \omega_d\cos\varphi)$$



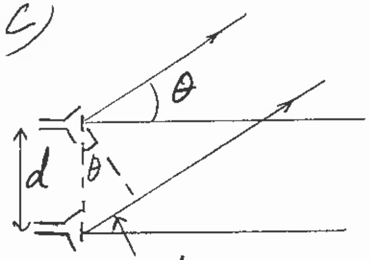
Av den siste likninga finner en for fasevinkelen $\varphi$ $\quad \mathrm{tg}\,\varphi = \omega_d/\delta$

$$\varphi = \mathrm{Arctg}\left(\frac{\omega_d}{\delta}\right) = \mathrm{Arctg}(1{,}5) = 56^\circ\ (= 0{,}98\ \mathrm{rad}),$$

som innsatt i den første likninga gir

$$A = \frac{x_0}{\sin\varphi} = \frac{4{,}0\,\mathrm{cm}}{\sin(56^\circ)} = 4{,}8\,\mathrm{cm}.$$

c)




$\Delta L = d\sin\theta$

Veiforskjell for de 2 bølgene

$$\Delta L = d\sin\theta$$

Det er konstruktiv interferens når veiforskjellen er et helt antall bølgelengder $\lambda$. Følgelig

$$d\sin\theta = n\lambda, \quad \text{der } n \text{ er heltall}$$

Med $\lambda = \frac{c}{f}$ gir dette vinkelen $\theta$ bestemt ved

$$\sin\theta = \frac{n\lambda}{d} = \frac{nc}{fd} = n\frac{340\,\mathrm{m/s}}{2{,}0\,\mathrm{m}\cdot 400\,\mathrm{s^{-1}}} = n\cdot 0{,}425;$$

$$\theta = \mathrm{Arcsin}(n\cdot 0{,}425) = \begin{cases} 25^\circ, & n=1 \\ 58^\circ, & n=2. \end{cases}$$

Oppgave 3.

a) Siden ikke all isen smelter, vil sluttemperaturen bli $T_s = 0°C$. Avgitt varme fra vannet blir følgelig

$$Q_v = C_v m_v (T_v - T_s)$$

der massen av 3,5 l vann er $m_v = 3{,}5\,kg$.
Opptatt varme i isen blir tilsvarende

$$Q_{is} = C_{is} m_{is} (T_s - T_{is})$$

Forskjellen i varmemengde brukes til å smelte is slik at

$$Q_v - Q_{is} = L_{is} \Delta m_{is}$$

$$\Delta m_{is} = \frac{Q_v - Q_{is}}{L_{is}} = \frac{C_v m_v (T_v - T_s) - C_{is} m_{is} (T_s - T_{is})}{L_{is}}$$

$$= \frac{4{,}18\,kJ/(kg\cdot K)\cdot 4{,}5\,kg\cdot 42\,K - 2{,}0\cdot 3{,}5\cdot 18\,kJ}{334\,kJ/kg} = 1{,}99\,kg \approx \underline{\underline{2{,}0\,kg.}}$$

b) Med ideell gass blir arbeidet

$$W_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV = nRT_h \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nRT_h \Big|_{V_1}^{V_2} \ln V = \underline{\underline{nRT_h \ln(V_2/V_1).}}$$

Mellom punktene 3 og 4 er arbeidet tilsvarende

$$W_{34} = nRT_c \ln(V_1/V_2) = -nRT_c \ln(V_2/V_1) = \underline{-\frac{T_c}{T_h} W_{12}.}$$

For ideell gass er indre energi U uavhengig av volumet. Følgelig er $\Delta U_{12} = U_1 - U_2 = 0$ og $\Delta U_{34} = 0$. Med $Q = \Delta U + W$ finner en dafor tilført og avgitt varme



$$Q_h = \underline{\underline{W_{12}}} \quad \text{og} \quad Q_c = -W_{34} = \underline{\underline{\frac{T_c}{T_h} W_{12}.}}$$

(dersom $Q_c > 0$ er varme regnet positivt ut av systemet)
For et helt omløp er endring i indre energi lik 0 slik at netto arbeid blir $W_n = Q_h - Q_c$.
Virkningsgraden blir følgelig

$$\eta = \frac{W_n}{Q_h} = \frac{Q_h - Q_c}{Q_h} = 1 - \frac{Q_c}{Q_h} = \underline{\underline{1 - \frac{T_c}{T_h}.}}$$

c) Oppvarmingen mellom punktene 4 og 1 skjer ved konstant volum slik at

$$Q_r = C_V (T_h - T_c)$$

Med $C_p = \gamma C_V = C_V + nR$ har en

$$C_V = \frac{nR}{\gamma - 1} = \frac{0{,}15\,mol\cdot 8{,}314\,J/(mol\cdot K)}{1{,}4 - 1} = \underline{3{,}12\,J/K.}$$

slik at

$$Q_r = C_V (T_h - T_c) = 3{,}12\,J/K\,(410 - 40)\,K = \underline{\underline{1{,}15\,kJ.}}$$

Entropiendringen mellom punktene 4 og 1 bli så

$$\Delta S_{41} = \int dS = \int \frac{dQ}{T} = \int_{T_c}^{T_h} C_V \frac{dT}{T} = C_V \Big|_{T_c}^{T_h} \ln T = C_V \ln(T_h/T_c)$$

$$= 3{,}12\,J/K \cdot \ln\left(\frac{410+273}{40+273}\right) = \underline{\underline{2{,}43\,J/K.}}$$