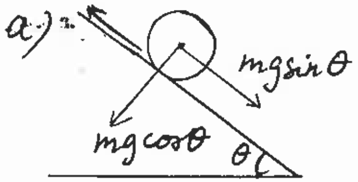
Eksamen i fag TFY4106
Fysikk, den 10/12 – 2010

①

Forslag til løsning.

Oppgave 1

a)



Normalkrafta fra kula mot planet er $F_N = mg\cos\theta$. Når kula sklir er da friksjonskrafta

$$F = \mu F_N = \underline{\underline{\mu mg\cos\theta.}}$$

Newtons likning for translasjonsbevegelsen gir

$$ma = mg\sin\theta - F = mg(\sin\theta - \mu\cos\theta)$$

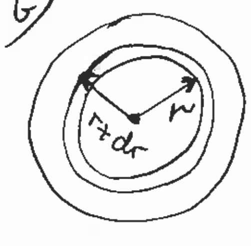
$$a = \underline{\underline{g(\sin\theta - \mu\cos\theta).}}$$

Vinkelakselerasjonen er bestemt av netto dreiemoment (om sylindersenteret)

$$I\alpha = FR$$

$$\alpha = F\frac{R}{I} = \frac{\mu mg\cos\theta\, R}{\gamma m R^2} = \underline{\underline{\frac{\mu g\cos\theta}{\gamma R}.}}$$

b)



Volum av sylinderskall

$$dV = 2\pi r L\, dr$$

Massen til sylinderskallet

$$dm = \rho(r)\, dV = 2\pi L\rho_0\left(1 - \frac{r}{R}\right) r\, dr.$$

Dette gir massen

②

$$m = \int dm = 2\pi L\rho_0 \int_0^R \left(1 - \frac{r}{R}\right) r\, dr = \underline{\underline{\tfrac{1}{3}\pi L\rho_0 R^2.}}$$

Treghetsmomentet om rotasjonsaksen blir så

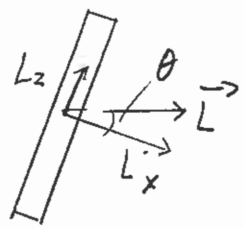
$$I = \int r^2 dm = 2\pi L\rho_0 \int_0^R \left(1 - \frac{r}{R}\right) r^3 dr = \underline{\underline{\tfrac{1}{10}\pi L\rho_0 R^4.}}$$

Innsatt for m finner en så

$$I = \gamma m R^2 = \gamma \tfrac{1}{3}\pi L\rho_0 R^4 = \tfrac{1}{10}\pi L\rho_0 R^4$$

$$\gamma = \tfrac{1}{10} / \tfrac{1}{3} = \underline{\underline{\tfrac{3}{10}.}}$$

c)



Komponentene til L langs x- og z-aksen er henholdsvis

$$L_x = L\cos\theta$$
$$L_z = L\sin\theta$$

For separate rotasjonen rundt hver av aksene har en så

$$L_x = I_x\omega_x$$
$$L_z = I_z\omega_z$$

slik at

$$I_x\omega_x = L\cos\theta$$
$$I_z\omega_z = L\sin\theta$$

L kan elimineres ved å dividere likningene på hverandre, og en finner

$$\frac{I_x\omega_x}{I_z\omega_z} = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

$$\omega_z = \operatorname{tg}\theta\,\frac{I_x}{I_z}\omega_x = \operatorname{tg}18^\circ \cdot 12{,}0 \cdot 3{,}2\,\mathrm{s}^{-1} = \underline{\underline{12{,}5\,\mathrm{s}^{-1}.}}$$

Oppgave 2.

a) Lydhastigheten i gasser er gitt ved $c = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m}}$ $= \sqrt{\frac{\gamma R T}{M}}$ der $R = N_A k$ og $M = N_A m$. (N_A er Avogadros tall).

1 mol av Ar veier $M = 39{,}95\,\mathrm{g/mol} = 3{,}995 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{kg/mol}$. For Ar ved $10\,^\circ\mathrm{C}$, dvs. $T = 283\,\mathrm{K}$ finnes derved

$$c = \sqrt{\frac{5 \cdot 8{,}314 \cdot 283}{3 \cdot 3{,}995 \cdot 10^{-2}}}\ \mathrm{m/s} = \underline{\underline{313\ \mathrm{m/s}}}.$$

For ei orgelpipe med gitt lengde er frekvensen f proporsjonal med c $[f = c/\lambda = c/2L$ evt $c/4L]$.

Så med Ar blir frekvensen

$$f = f_0 \cdot \frac{c_{Ar}}{c_L} = f_0 \sqrt{\frac{\gamma_{Ar} M_L}{M_A \gamma_L}} = 440 \sqrt{\frac{5/3 \cdot 28{,}8}{1{,}4 \cdot 39{,}95}}\ \mathrm{Hz} = \underline{\underline{408\ \mathrm{Hz}}}.$$

b) I avstanden R fra lydkilden fordeles lydeffekten P over ei kuleflate med areal

$$A = 4\pi R^2.$$

Lydintensiteten blir da

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi R^2}$$

slik at lydintensitetsnivået blir

$$\beta = 10 \log (I/I_0) = \underline{80\ \mathrm{dB}}.$$

Ut fra dette finner en for I

$$I = I_0 \cdot 10^8 = \underline{10^{-4}\ \mathrm{W/m^2}}.$$

Fra sammenhengen mellom I og P finner en så for avstanden R

$$R = \sqrt{\frac{P}{4\pi I}} = \sqrt{\frac{1{,}7\ \mathrm{W}}{4\pi \cdot 10^{-4}\ \mathrm{W/m^2}}} = \underline{\underline{37\ \mathrm{m}}}.$$

c) Vinkelfrekvensen er $\omega = 2\pi f$. Bølgehastigheten er $c = \omega/k$ slik at bølgetallet blir

$$k = \frac{\omega}{c} = 2\pi \frac{f}{c} = 2\pi \frac{2625\ \mathrm{s^{-1}}}{344\ \mathrm{m/s}} = \underline{\underline{4{,}79\ \mathrm{m^{-1}}}}.$$

Amplitudene til de 2 bølgene blir

$$A_1 = \frac{1}{a}\sqrt{I_1}, \quad A_2 = \frac{1}{a}\sqrt{I_2}$$

Ved konstruktiv interferens blir amplituden $A = A_1 + A_2$ slik at lydintensiteten blir

$$I_M = a^2 A^2 = \left(\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2}\right)^2 = \underline{I_1 + 2\sqrt{I_1 I_2} + I_2}$$

$$= \left(2{,}0 + 2\sqrt{2{,}0 \cdot 3{,}5} + 3{,}5\right) 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2} = \underline{\underline{10{,}8 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2}}}.$$

Oppgave 3

a) Varmestrømmen gjennom isolasjonslaget er

$$I = \lambda A \frac{\Delta T}{\Delta x} = 0{,}010\ \mathrm{W/(m\cdot K)}\ 0{,}20\,\mathrm{m^2} \cdot \frac{50\,\mathrm{K}}{0{,}012\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{8{,}33\,\mathrm{W}}}.$$

Varmestrømmen ut gir avkjøling. Energibalansen blir da

$$mc\,\Delta T = I\,\Delta t$$

slik at medgått tid blir (1 J = 1 Ws)

$$\Delta t = \frac{mc\,\Delta T}{I} = \frac{5{,}0\,\mathrm{kg}\cdot 4{,}18\,\mathrm{kJ/kg\cdot K}\cdot 1{,}0\,\mathrm{K}}{8{,}33\,\mathrm{W}} =$$

$$2{,}51\cdot 10^3\,\mathrm{s} \approx \underline{\underline{42\,\mathrm{min}}}.$$

[NB feil i oppgaveteksten: ~~dm³~~ → dm², ~~per flateenhet~~.]

b) For adiabaten har en

$$p_1 V_1^{\gamma} = p_2 V_2^{\gamma}$$

$$V_2 = V_1 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{1/\gamma} = 12\,\mathrm{dm^3}(3{,}5)^{1/1{,}4} = \underline{\underline{29{,}4\,\mathrm{dm^3}}}$$

Siden punktene 1 og 3 har samme temperatur, har en for ideell gass

$$p_1 V_1 = p_2 V_3 \quad (= nRT_1)$$

$$V_3 = V_1 \frac{p_1}{p_2} = 12\,\mathrm{dm^3}\cdot 3{,}5 = \underline{\underline{42\,\mathrm{dm^3}}}.$$

Langs adiabaten har en videre

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

slik at

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = 350\,\mathrm{K}\left(\frac{12}{29{,}4}\right)^{0{,}4} = \underline{\underline{245\,\mathrm{K}}}.$$

c) Uttrykket for entropien blir

$$S = S(T) = \int dS = \int \frac{dQ}{T} = C\int \frac{dT}{T} = \underline{C\ln T}\ (+\,\mathrm{konst}).$$

Entropiendringen ved avkjølingen blir

$$\Delta S = S_0 - S_1 = C\ln T_0 - C\ln T_1 = \underline{\underline{C\ln\left(\frac{T_0}{T_1}\right)}}.$$

Avgitt energi som går til omgivelsene

$$\Delta Q = C(T_1 - T_0)$$

Omgivelsene har hele tiden samme temperatur T_0 slik at entropiendringa der blir

$$\Delta S_0 = \frac{\Delta Q}{T_0} = \underline{\underline{C\left(\frac{T_1}{T_0} - 1\right)}}.$$

[slik at $\Delta S_{tot} = \Delta S + \Delta S_0 > 0$, irreversibel prosess, $T_1 \gtrless T_0$.]