Kontinuasjonseksamen i fag

TFY 4106 Fysikk, den 12/8-11.

Forslag til løsning

Oppgave 1

a) Ved å ta ut en indre sylinder blir massen til den hule sylinderen

$$m = M - M\left(R_i/R_y\right)^2 = M\left(1 - R_i^2/R_y^2\right)$$

slik at

$$M = m\,\frac{R_y^2}{R_y^2 - R_i^2}.$$

Treghetsmomentet blir følgelig

$$I = \frac{1}{2}\left(M R_y^2 - M\left(\frac{R_i}{R_y}\right)^2 R_i^2\right) = \frac{1}{2} M\,\frac{R_y^4 - R_i^4}{R_y^2}$$

$$= \frac{1}{2} m\,\frac{R_y^4 - R_i^4}{R_y^2 - R_i^2} = \frac{1}{2} m\left(R_y^2 + R_i^2\right) \quad (\text{dvs. } \gamma = \tfrac{1}{2})$$

b) Når massen m_1 henger i ro er strekket eller kraften i tauet den henger i gitt ved

$$F_1 = \underline{m_1 g}.$$

Dreiemomentet om trinseaksen vil være lik 0 slik at

$$F_2 R_2 = F_1 R_1$$

$$F_2 = F_1\left(\frac{R_1}{R_2}\right) = \underline{\underline{m_1 g\,\frac{R_1}{R_2}.}}$$

Ved akselerasjon har en sammenhengene

$$a_1 = R_1\,\alpha \quad \text{og} \quad a_2 = R_2\,\alpha$$

Kreftene i tauene blir dermed

$$F_1 = m_1(g - a_1) = m_1 g - m_1 R_1 \alpha$$

$$F_2 = m_2 a_2 = m_2 R_2 \alpha$$

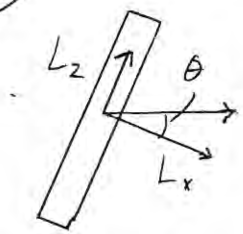
Vinkelakselerasjonen er så bestemt av netto dreiemoment

$$I\alpha = F_1 R_1 - F_2 R_2 = m_1 g R_1 - m_1 R_1^2 \alpha - m_2 R_2^2 \alpha$$

eller

$$\alpha = \underline{\underline{\frac{m_1 g R_1}{I + m_1 R_1^2 + m_2 R_2^2}.}}$$

c)



Komponentene langs x- og z-aksen er henholdsvis

$$L_x = L\cos\theta$$

$$L_z = L\sin\theta$$

For den separate rotasjonen rundt hver av aksene har en så

$$I_x \omega_x = L_x = L\cos\theta$$

$$I_z \omega_z = L_z = L\sin\theta$$

Ved å dividere likningene på hverandre kan L elimineres, og en finner

$$\frac{I_x \omega_x}{I_z \omega_z} = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

$$I_z = I_x\,\frac{\omega_x}{\omega_z}\,\mathrm{tg}\,\theta = 24 \cdot 0{,}30\,\mathrm{tg}\,15^\circ\ \mathrm{kgm}^2 = \underline{\underline{1{,}93\ \mathrm{kgm}^2.}}$$

Oppgave 2.

a) Dreiemomentet bestemmer vinkelakselerasjonen slik at svingelikninga blir

$$I\ddot{\theta} = \tau = -K\theta$$

$$\ddot{\theta} + \omega^2\theta = 0$$

der

$$\omega = \underline{\underline{\sqrt{K/I}}}.$$

En finner

$$K = \frac{\mu \pi d^4}{32 l} = \frac{3{,}5\cdot 10^{10}\,\mathrm{N/m^2}\cdot(1{,}2\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m})^4\cdot\pi}{32\cdot 0{,}60\,\mathrm{m}}$$

$$= \underline{1{,}19\cdot 10^{-2}\,\mathrm{Nm}}.$$

Med $\omega = 2\pi/T$ blir svingeperioden ($1\mathrm{N} = 1\mathrm{kg\,m/s^2}$)

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{2{,}3\cdot 10^{-4}\,\mathrm{kg\,m^2}}{1{,}19\cdot 10^{-2}\,\mathrm{kg\,m^2/s^2}}} = \underline{\underline{0{,}87\,\mathrm{s}}}.$$

b) Før passering er tonehøyden

$$f_f = f_s\frac{c+v}{c-v}$$

Etter passering er tonehøyden

$$f_e = f_s\frac{c-v}{c+v} = \frac{2}{3}f_f = \frac{2}{3}f_s\frac{c+v}{c-v}$$

Fra dette finner en

$$\frac{c-v}{c+v} = \frac{2}{3}\,\frac{c+v}{c-v}$$

$$(c-v)^2 = \frac{2}{3}(c+v)^2$$

$$c-v = \sqrt{\frac{2}{3}}\,c+v$$

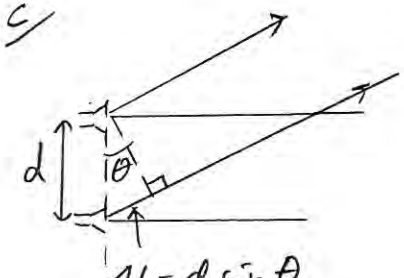
$$(1-\sqrt{2/3})\,c = (1+\sqrt{2/3})\,v$$

slik at hastigheten til togene blir

$$v = \frac{1-\sqrt{2/3}}{1+\sqrt{2/3}}\,c = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\cdot 340\,\mathrm{m/s} = \underline{\underline{34{,}3\,\mathrm{m/s}}} \approx \underline{\underline{124\,\mathrm{km/h}}}.$$

$$\left[\text{Evt. } \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = (\sqrt{3}-\sqrt{2})^2.\right]$$

c)



Veiforskjell for de 2 bølgene

$$\Delta l = d\sin\theta$$

Det er destruktiv interferens når veiforskjellen er et halvt antall bølgelengder. Følgelig

$$d\sin\theta = (n+\tfrac{1}{2})\lambda \quad \text{der } n \text{ er heltall.}$$

Med $\lambda = c/f$ gir dette vinkelen θ bestemt ved

$$\sin\theta = \frac{(n+\frac{1}{2})\lambda}{d} = \frac{(n+\frac{1}{2})c}{fd} = (n+\tfrac{1}{2})\frac{340\,\mathrm{m/s}}{300\,\mathrm{s^{-1}}\cdot 2{,}0\,\mathrm{m}}$$

$$= \underline{(n+\tfrac{1}{2})\cdot 0{,}567};$$

$$\theta = \mathrm{Arcsin}\left((n+\tfrac{1}{2})\cdot 0{,}567\right) = \begin{cases} 16^\circ, & n=0 \\ 58^\circ; & n=1. \end{cases}$$

Oppgave 3.

a) Utstrålt effekt pr. m² fra sola

$$j = \sigma T_0^4 = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4} \cdot (5785 K)^4 = \underline{\underline{6{,}35 \cdot 10^7 W/m^2}}$$
$$= \underline{\underline{6{,}35\ kW/cm^2.}}$$

Total utstråling

$$P = A_0 j = A_0 \sigma T_0^4$$

der $A_0 = \pi R_0^2 = \pi d_0^2/4$ er overflate-arealet til sola. For at mottatt effekt på jorda skal være uendret må P være uendret. Med dette må en da ha

$$P = A_0 \sigma T_0^4 = \frac{\pi \sigma}{4} d_0^2 T_0^4 = \frac{\pi \sigma}{4} d_1^2 T_1^4$$

slik at diameteren måtte ha vært

$$d_1 = d_0 \left(\frac{T_0}{T_1}\right)^2 = 1{,}392 \cdot 10^6 km \cdot \left(\frac{5785}{5600}\right)^2 = \underline{\underline{1{,}485 \cdot 10^6 km.}}$$

b) Ved fordampingen er endringen av volumet til 2,5 kg vann gitt ved

$$\Delta V = 2{,}5 kg \cdot (0{,}824 - 0{,}001) m^3/kg = \underline{2{,}06 m^3.}$$

Arbeidet dampen utfører mot omgivelsene blir med det

$$W = p \Delta V = 2 atm \cdot \Delta V = 2 \cdot 1{,}013 \cdot 10^5 N/m^2 \cdot 2{,}06 m^3$$
$$= \underline{\underline{4{,}17 \cdot 10^5 J}} = \underline{\underline{417 kJ.}}$$

Med energibevarelse eller varmelærens første hovedsetning er tilført varme gitt ved $Q = \Delta U + W$. Økning i indre energi blir dermed

$$\Delta U = Q - W = 2{,}5 kg \cdot 2{,}2 \cdot 10^6 J/kg - 4{,}17 \cdot 10^5 J$$
$$= \underline{\underline{5{,}1 \cdot 10^6 J}} = \underline{\underline{5{,}1 \cdot 10^3 kJ.}}$$

c) For en ideell gass er indre energi uavhengig av volumet, dvs. $U(T,V) = U(T)$. Følgelig mellom punktene 1 og 2 på isotermen

$$\Delta U_{12} = U_2 - U_1 = \underline{\underline{0.}}$$

Med ideell gass blir arbeidet

$$W_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p\, dV = RT_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = RT_1 \Big|_{V_1}^{V_2} \ln V = \underline{\underline{RT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right).}}$$

Da $\Delta_{12} = 0$ blir tilført varme

$$Q_t = \Delta U_{12} + W_{12} = \underline{\underline{W_{12}.}}$$

For et helt omløp er endringen i indre energi lik 0 slik at netto arbeid blir $W_n = Q_t + Q_a$. Virkningsgraden blir følgelig

$$\eta = \frac{W_n}{Q_t} = \frac{Q_t + Q_a}{Q_t} = 1 - \frac{Q_a}{Q_t} = \underline{\underline{1 - \frac{T_2}{T_1}.}}$$