Eksamen i fag TFY4106
Fysikk, den 17/12 – 2011.

Forslag til Løsning.

Oppgave 1

a) Hastighetskomponentene blir

$$V_{1x} = V_1 \cos\varphi_1 = 18{,}0\,\text{m/s}\cdot\cos 30° = \underline{\underline{15{,}6\,\text{m/s}}}$$

$$V_{1y} = V_1 \sin\varphi_1 = 18{,}0\,\text{m/s}\cdot\sin 30° = \underline{\underline{9{,}0\,\text{m/s}}}$$

$$V_{2x} = V_2 \cos\varphi_2 = 8{,}0\,\text{m/s}\cdot\cos 45° = \underline{\underline{5{,}66\,\text{m/s}}}$$

$$V_{2y} = V_2 \cos\varphi_2 = 8{,}0\,\text{m/s}\,\sin(-45°) = \underline{\underline{-5{,}66\,\text{m/s}}}$$

Ved delingen er impulsen bevart i både x- og y-retningen slik at (med $V_y = 0$)

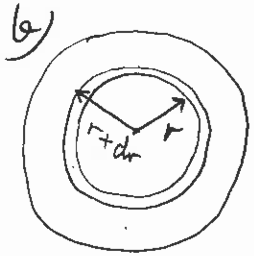
$$0 = m_1 v_{1y} + m_2 v_{2y}$$

$$m_1 = -m_2 \frac{v_{2y}}{v_{1y}} = -2{,}4\,\text{kg}\cdot\frac{-5{,}66}{9{,}0} = \underline{\underline{1{,}51\,\text{kg}}}$$

og $(m_1+m_2)V_x = m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x}$

$$V_x = \frac{m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x}}{m_1+m_2} = \frac{1{,}51\cdot 15{,}6 + 2{,}4\cdot 5{,}66}{1{,}51+2{,}4}\,\text{m/s} = \underline{\underline{9{,}5\,\text{m/s}}}$$

b)



Volum av sylinderskall

$$dV = 2\pi r l\,dr$$

Massen til sylinderskallet

$$dm = \rho(r)\,dV = 2\pi l \rho_0 \frac{r}{R} r\,dr$$

Dette gir massen

$$m = \int dm = 2\pi l \rho_0 \int_0^R \frac{r}{R} r\,dr = \underline{\underline{\frac{2}{3}\pi l \rho_0 R^2.}}$$

Treghetsmomentet blir

$$I = \int r^2\,dm = 2\pi l \rho_0 \int_0^R \frac{r}{R} r^3\,dr = \underline{\underline{\frac{2}{5}\pi l \rho_0 R^4!}}$$

Innsatt for m finner en så

$$I = \gamma m R^2 = \gamma\cdot\frac{2}{3}\pi l \rho_0 R^4 = \frac{1}{2}\pi l \rho_0 R^4$$

$$\gamma = \frac{2/5}{2/3} = \frac{2\cdot 3}{5\cdot 2} = \underline{\underline{\frac{3}{5}.}}$$

c) Rotasjonsfrekvensen er $\omega_h = \frac{2\pi}{T_h}$ slik at dreieimpulsen til hjulet blir

$$L_h = I_h\cdot\omega_h = 0{,}32\,\text{kg}\,\text{m}^2\cdot\frac{2\pi}{0{,}30\,\text{s}} = \underline{\underline{6{,}70\,\text{kgm}^2/\text{s}}}.$$

Etter at hjulet er snudd vil dreieimpulsen til det være motsatt rettet. Da dreieimpulsen er bevart vil en følgelig ha

$$L_h = I\omega - L_h$$

slik at vinkelhastigheten til kontorstolen blir

$$\omega = \frac{2L_h}{I} = \frac{2\cdot 6{,}70\,\text{kgm}^2/\text{s}}{8{,}0\,\text{kgm}^2} = \underline{\underline{1{,}68\,\text{s}^{-1}!}}$$

Oppgave 2.

a) For størrelsene δ, w_0 og a har en

$$\delta = \frac{b}{2m}, \quad w_0 = \sqrt{\frac{c}{m}} \quad \text{og} \quad a = \frac{F_0}{m}.$$

Resonansfrekvensen er w_0 slik at med $w = w_0$ og $x = x_0 \sin(w_0 t)$ finner en

$$\dot{x} = w_0 x_0 \cos(w_0 t)$$
$$\ddot{x} = -w_0^2 x_0 \sin(w_0 t) = -w_0^2 x.$$

Dette betyr at ved innsetting i differensial-likninga vil en ha $\ddot{x} + w_0^2 x = 0$ slik at

$$2\delta \dot{x} = 2\delta w_0 x_0 \cos(w_0 t) = a \cos(w_0 t).$$

Utsvinget x_0 blir følgelig

$$x_0 = \frac{a}{2\delta w_0} = \frac{F_0 \cdot m}{m \cdot b \sqrt{c/m}} = \frac{F_0}{b}\sqrt{\frac{m}{c}}.$$

b) For grunntonen er lengden L av strengen ei halv bølgelengde slik at

$$\lambda = 2L = 2 \cdot 35\,cm = 70\,cm.$$

Med dette blir bølgehastigheten

$$c = f\lambda = 396\,s^{-1} \cdot 0{,}70\,m = 277\,m/s.$$

Massen pr. lengdeenhet blir så bestemt av

$$c = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

slik at

$$\mu = \frac{F}{c^2} = \frac{105\,N}{(277\,m/s)^2} = 1{,}37 \cdot 10^{-3}\,\frac{Ns^2}{m^2} = 1{,}37\,g/m.$$

($1N = 1\,kg\,m/s^2$).

Med $\mu = \rho A$ der ρ er massetettheten blir så tverrsnittet av strengen

$$A = \frac{\mu}{\rho} = \frac{1{,}37\,g/m}{7{,}8\,g/cm^3} = 1{,}75 \cdot 10^{-3}\,cm^2 = 0{,}175\,mm^2.$$

c) Intensitetsnivået blir

$$\beta = 10\log_{10}\left(\frac{I_1}{I_0}\right) dB = 10\log_{10}\left(\frac{1{,}6 \cdot 10^{-6}}{10^{-12}}\right) dB = 62\,dB.$$

Amplitudene til de 2 bølgene og den resulterende bølgen blir $A_1 = \sqrt{I_1}/b$, $A_2 = \sqrt{I_2}/b$ og $A = \sqrt{I}/b$

Ved konstruktiv interferens blir amplituden $A = A_1 + A_2$ slik at

$$A_2 = A - A_1$$

Intensiteten til den andre bølgen blir da

$$I_2 = b^2 A_2^2 = b^2 (A - A_1)^2 = (\sqrt{I} - \sqrt{I_1})^2$$
$$= (\sqrt{7{,}6} - \sqrt{1{,}6})^2 \cdot 10^{-6}\,W/m^2 = 2{,}2 \cdot 10^{-6}\,W/m^2.$$

Oppgave 3

a) Varmestrømmen gjennom veggen blir

$$I_0 = \lambda_t A \frac{\Delta T_{ot}}{\Delta X_t} = 0{,}090 \frac{W}{m \cdot K} 50\,m^2 \frac{(20-0)K}{0{,}15\,m} = \underline{\underline{600W.}}$$

Med redusert varmestrøm blir temperaturfallet gjennom treveggen bestemt av

$$I = \lambda_t A \frac{\Delta T_t}{\Delta X_t} = \frac{2}{5} I_0 = \frac{2}{5} \lambda_t A \frac{\Delta T_{ot}}{\Delta X_t}$$

$$\Delta T_t = \frac{2}{5} \Delta T_{ot} = \underline{8\,°C.}$$

Temperaturfallet gjennom mineralulla blir følgelig

$$\Delta T_m = \Delta T_{ot} - \Delta T_t = \underline{12\,°C.}$$

En har så

$$I = \lambda_m \cdot A \cdot \frac{\Delta T_m}{d} = \lambda_t \cdot A \cdot \frac{\Delta T_t}{\Delta X_t}$$

slik at tykkelsen av laget med mineralull blir

$$d = \Delta X_t \cdot \frac{\Delta T_m}{\Delta T_t} \cdot \frac{\lambda_m}{\lambda_t} = 15\,cm \cdot \frac{12}{8} \cdot \frac{0{,}040}{0{,}090} = \underline{\underline{10\,cm.}}$$

b) Netto arbeid når én syklus gjennomføres er

$$W = p_2(V_2 - V_1) + p_1(V_1 - V_2) = (p_2 - p_1)(V_2 - V_1)$$

$$= (3{,}5 - 2{,}5) \cdot 10^5\,N/m^2\,(7{,}6 - 5{,}0) \cdot 10^{-3}\,m^3 = \underline{\underline{260\,J.}}$$

Med temperaturer T_2 og T_1 ved henholdvis volumene V_2 og V_1 og trykk p_2 blir tilført varme ved konstant trykk

$$Q_p = C_p(T_2 - T_1) = \frac{\gamma}{\gamma - 1} nR(T_2 - T_1)$$

En benytter så likninga for ideell gass $pV = nRT$ og finner

$$Q_p = \frac{\gamma}{\gamma - 1} p_2 (V_2 - V_1)$$

$$= \frac{1{,}4}{1{,}4 - 1} 3{,}5 \cdot 10^5\,N/m^2\,(7{,}6 - 5{,}0) \cdot 10^{-3}\,m^3 = \underline{\underline{3185\,J.}}$$

c) Virkningsgrad $\eta = \frac{W}{Q_h}$ gir tilført varme $Q_h = \frac{W}{\eta}$.

Energibevarelsen gir så avgitt varme

$$Q_c = Q_h - W = W\left(\frac{1}{\eta} - 1\right).$$

Endring av entropi i reservoarene blir følgelig

$$\Delta S = \frac{Q_c}{T_c} - \frac{Q_h}{T_h} = W\left[\left(\frac{1}{\eta} - 1\right)\frac{1}{T_c} - \frac{1}{\eta}\frac{1}{T_h}\right]$$

$$= 3{,}6 \cdot 10^4\,kJ \left[\left(\frac{1}{0{,}40} - 1\right)\frac{1}{(50 + 273)K} - \frac{1}{0{,}4}\frac{1}{(540 + 273)K}\right] = \underline{\underline{56{,}5\,kJ/K.}}$$