Eksamen i fag TFY4106 Fysikk den 14/12 – 2012.

Forslag til Løsning.

Oppgave 1

a) Massefellespunktet x er bestemt av

$$Mx = m\cdot\frac{l}{2} + 2m\cdot 0 \qquad (M = m + 2m)$$

$$x = \frac{ml}{2M} = \frac{ml}{2(m+2m)} = \underline{\underline{\frac{1}{6}l.}}$$

Med de gitte uttrykkene blir treghetsmomentet om midtpunktet av den horisontale staven

$$I_{tot} = \frac{1}{3}ml^2 + \frac{1}{12}2m(2l)^2 = \underline{\underline{ml^2.}}$$

$$(\text{Evt. } I_{tot} = \frac{1}{3}ml^2 + 2(\frac{1}{3}ml^2) = ml^2.)$$

Med Steiners sats har en så

$$I_{tot} = I_{cm} + Mx^2$$

slik at treghetsmomentet om massefellespunktet blir

$$I_{cm} = I_{tot} - Mx^2 = ml^2 - 3m\left(\frac{l}{6}\right)^2 = \underline{\underline{\frac{11}{12}ml^2.}}$$

b) Dreieimpulsen er gitt ved $\vec{L} = m(\vec{r}\times\vec{v})$

Med $\vec{v}\perp\vec{r}$ blir dreieimpulsen til kula om midtpunktet til staven

$$L = \underline{\underline{mvh.}}$$

Bevegelsesmengden til kula er $p = mv$. Denne overføres til bjelken som får bevegelsesmengden MV ($m << M$) slik at

$$MV = mv$$

$$V = \underline{\underline{\frac{m}{M}v.}}$$

Når kula treffer er dreieimpulsen bevart. Dreieimpulsen til bjelken etter at den er truffet er $L = I\omega$. Vinkelhastigheten blir dermed

$$I\omega = mvh$$

$$\omega = \frac{mvh}{I} = \frac{mvh}{\frac{1}{12}ML^2} = \underline{\underline{12\frac{mvh}{ML^2}.}}$$

c) Energien er bevart når satelitten beveger seg i banen slik at

$$\frac{1}{2}mv_2^2 + V(r_2) = \frac{1}{2}mv_1^2 + V(r_1)$$

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - mg\frac{R^2}{r_2} = \frac{1}{2}mv_1^2 - mg\frac{R^2}{r_1}$$

$$v_2^2 = v_1^2 + 2gR^2\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$$

$$v_2 = \underline{\left[v_1^2 + 2gR^2\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)\right]^{1/2}}$$

$$= \left[(3400\,\mathrm{m/s})^2 + 2\cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}(6{,}370\cdot 10^6\,\mathrm{m})^2\left(\frac{1}{29\cdot 10^6\,\mathrm{m}} - \frac{1}{32\cdot 10^6\,\mathrm{m}}\right)\right]^{1/2}$$

$$= \underline{\underline{3760\,\mathrm{m/s}.}}$$

Oppgave 2.

③

a) Før passering er tonehøyden

$$f_f = f_S \frac{c+v_1}{c-v_2} = f_S \frac{c_f}{c-v_2}$$

Etter passering er tonehøyden

$$f_e = f_S \frac{c-v_1}{c+v_2} = f_S \frac{c_e}{c+v_2} = \frac{3}{4} f_f = \frac{3}{4} f_S \frac{c_f}{c-v_2}$$

Fra dette finner en

$$\frac{c_e}{c+v_2} = \frac{3}{4}\frac{c_f}{c-v_2}$$

$$4c_e(c-v_2) = 3c_f(c+v_2)$$

$$(4c_e-3c_f)c = (4c_e+3c_f)v_2$$

$$v_2 = \frac{4c_e-3c_f}{4c_e+3c_f}c = \frac{c-7v_1}{7c-v_1}c$$

$$= \frac{340-7\cdot 25}{7\cdot 340-25}\cdot 340\ \text{m/s} = \underline{\underline{23{,}8\ \text{m/s}}} = \underline{\underline{86\ \text{km/time}}}$$

(der $c_f = c+v_1$ og $c_e = c-v_1$ er brukt).

b) Med den gitte x finner en farten ved derivering

$$\dot{x} = Ae^{-\delta t}(-\delta\sin(\omega_d t+\varphi) + \omega_d\cos(\omega_d t+\varphi))$$

Grensebetingelsene $x = x(0) = 0$ og $\dot{x} = \dot{x}(0) = v_0$ gir så likningene

$$0 = A\sin\varphi$$

$$v_0 = A(-\delta\sin\varphi + \omega_d\cos\varphi)$$

④

Fra den første likninga finner en for fasevinkelen φ

$$\sin\varphi = 0 \quad \text{eller} \quad \varphi = \underline{0.}$$

Den andre likninga gir så for A

$$A = \frac{v_0}{\omega_d\cos\varphi} = \frac{20\ \text{cm/s}}{5{,}0\ \text{s}^{-1}} = \underline{\underline{4{,}0\ \text{cm.}}}$$

Utsvinget når $\omega_d t = \frac{\pi}{2}$, dvs $\delta t = 0{,}5\cdot\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4}$

$$x = Ae^{-\delta t}\sin(\omega_d t) = 4{,}0\ \text{cm}\cdot e^{-\pi/4}\cdot 1 = \underline{\underline{1{,}82\ \text{cm.}}}$$

c) Den stående bølgen blir

$$p = A(\sin(kx-\omega t) + \sin(kx+\omega t))$$

$$= 2A\sin(kx)\cos(\omega t).$$

Med dette blir $p(0,t)$ automatisk oppfylt mens for $x = L$ må en ha

$$\sin(kL) = 0$$

Dette betyr at tillatte verdier på k blir

$$kL = \underline{\pi n} \quad \text{eller} \quad k = k_n = \underline{\frac{\pi}{L}n}, \quad n = 1,2,3,\dots$$

4 punkter uten trykkvariasjon i pipa innebærer $n = 3$ som gir bølgelengden

$$\lambda = \lambda_3 = \frac{2\pi}{k_3} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{L}\cdot 3} = \underline{\underline{\frac{2}{3}L.}}$$

Oppgave 3

a) En har ved oppvarming

$$\alpha = \frac{1}{L}\frac{\Delta L}{\Delta T}$$

der L er lengden og ΔL er lengdeendringen. Av dette finner en for temperaturendringen

$$\Delta T = \frac{1}{\alpha}\frac{\Delta L}{L} = \frac{0{,}80\,\text{mm}}{1{,}7\cdot 10^{-5}\,\text{K}\cdot 40\,\text{cm}} = \underline{\underline{118\,\text{K}.}}$$

Energi til oppvarmingen

$$Q = mc\cdot\Delta T = 5{,}4\,\text{kg}\cdot 0{,}387\,\text{J/(g}\cdot\text{K)}\cdot 118\,\text{K} = \underline{\underline{247\,\text{kJ}.}}$$

Trykkspenningen $\sigma = F/A$ som hindrer staven fra å endre lengde følger av

$$E = \frac{L}{\Delta L}\frac{F}{A} = \frac{L}{\Delta L}\sigma$$

$$\sigma = \frac{\Delta L}{L}E = \frac{0{,}80\,\text{mm}}{40\,\text{cm}}\cdot 1{,}1\cdot 10^{11}\,\text{Pa} = \underline{\underline{2{,}2\cdot 10^{8}\,\text{Pa}}}$$

b) Volumet V_2 er bestemt av

$$pV_1 = nRT_1 \quad \text{og} \quad pV_2 = nRT_2$$

slik at

$$V_2 = \frac{T_2}{T_1}V_1 = \frac{500}{300}\,15\,\text{dm}^3 = \underline{\underline{25\,\text{dm}^3.}}$$

Volumet V_3 er bestemt av adiabat-likninga.

$$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_1 V_3^{\gamma-1}$$

$$T_2^{\frac{1}{\gamma-1}} V_2 = T_1^{\frac{1}{\gamma-1}} V_3$$

$$V_3 = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} V_2 = \left(\frac{500}{300}\right)^{\frac{1}{0{,}4}}\cdot 25\,\text{dm}^3 = \underline{\underline{90\,\text{dm}^3.}}$$

Oppvarmingen skjer ved konstant trykk slik at tilført varme blir

$$Q = C_p(T_2-T_1) = \gamma C_v(T_2-T_1) = \frac{\gamma}{\gamma-1}nR(T_2-T_1)$$

$$\frac{\gamma}{\gamma-1}p_1(V_2-V_1) = \frac{1{,}4}{1{,}4-1}\cdot 5{,}0\cdot 10^{5}\,\text{N/m}^2\,(25-15)\,\text{dm}^3$$

$$= \underline{\underline{17{,}5\,\text{kJ}.}}$$

c) Endring av entropi er gitt ved

$$T\,dS = dU + p\,dV,$$

der endring av indre energi er gitt ved

$$dU = C_v\,dT$$

Med bruk av ideell gasslikning får en så

$$dS = \frac{1}{T}dU + \frac{p}{T}dV = C_v\frac{dT}{T} + nR\frac{dV}{V}$$

Ved å integrere dette finner en så

$$S = S(T,V) = \underline{\underline{C_v \ln T + nR\ln V}} + \text{konstant}.$$

(Konstantene A og B blir da $A = C_v$ og $B = nR$.)