Eksamen i fag TFY4106
Fysikk, den 17/8 – 2013

Forslag til Løsning.

Oppgave 1

a) Koeffisientene er gitt ved

$$v_x = \underline{\underline{v\cos\varphi}}, \quad v_y = \underline{\underline{v\sin\varphi}} \text{ og } a = \underline{\underline{\tfrac{1}{2}g}}.$$

Eliminerer t ved å sette inn $t = x/v_x$ i likninga for y

$$y = \frac{v_y}{v_x}x - a\left(\frac{x}{v_x}\right)^2 = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}x - \frac{1}{2}g\frac{x^2}{(v\cos\varphi)^2}$$

$$= \underline{\underline{x\,\mathrm{tg}\,\varphi - \frac{g}{2v^2}\frac{1}{\cos^2\varphi}x^2}}.$$

Dvs. $A = \underline{\underline{1}}$ og $B = \underline{\underline{\frac{g}{2v^2}}}$.

Kula lander ved

$$y = x_m\,\mathrm{tg}\,\varphi - \frac{g}{2v^2}\frac{x_m^2}{\cos^2\varphi} = 0$$

$$x_m = \mathrm{tg}\,\varphi\frac{2v^2}{g}\cos^2\varphi = \frac{2v^2}{g}\sin\varphi\cos\varphi = \underline{\frac{v^2}{g}\sin 2\varphi}.$$

Maksimal lengde når $\sin 2\varphi = 1$, dvs.

$$2\varphi = \frac{\pi}{2} \text{ eller } \varphi = \underline{\underline{\frac{\pi}{4}}} = \underline{\underline{45^\circ}}$$

b) Når hjulet faller går potensiell energi mgh over til kinetisk translasjonsenergi $\frac{1}{2}mv^2$ og rotasjonsenergi $\frac{1}{2}I\omega^2$. Sammenhengen mellom hastigheten og vinkelhastigheten er

$$v = \omega R_1$$

Energibevarelsen blir følgelig

$$\frac{1}{2}m(R_1\omega)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mR_2^2\right)\omega^2 = mgh$$

slik at vinkelhastigheten blir

$$\omega = \sqrt{\frac{4gh}{2R_1^2 + R_2^2}} = \sqrt{\frac{4\cdot 9{,}80\,\mathrm{m/s^2}\cdot 0{,}30\,\mathrm{m}}{(2\cdot 0{,}06^2 + 0{,}08^2)\,\mathrm{m}^2}} = \underline{\underline{29\,\mathrm{s}^{-1}}}$$

c) Dreieimpulsen til en punktmasse m (om origo) er gitt ved

$$L = I\omega = mr^2\omega$$

Endring av dreieimpulsen er bestemt av dreiemomentet $\tau = rF$ slik at $d\vec{L}/dt = \vec{\tau}$. Her er $\vec{L} \parallel \vec{\tau}$ (normalt papirplanet). Med ω = konst. finner en så

$$\frac{dL}{dt} = \frac{d}{dt}(mr^2\omega) = 2mr\dot{r}\omega = rF$$

$$F = 2m\dot{r}\omega = 2\cdot 0{,}25\,\mathrm{kg}\cdot 0{,}15\,\mathrm{m/s}\cdot 2\,\mathrm{s}^{-1} = \underline{\underline{0{,}15\,\mathrm{N}}}.$$

Oppgave 2

a) Når massen henger i ro vil krafta fra fjæra motvirke tyngdekrafta slik at ($y=0$)

$$-a(-y_0) = Mg$$

$$y = \frac{Mg}{a} = \frac{10\,\text{kg} \cdot 9{,}8\,\text{m/s}^2}{400\,\text{N/m}} = \underline{\underline{24{,}5\,\text{cm}}}.$$

Bevegelslikninga er $M\ddot{y} = -ay - b\dot{y}$ (da $ay_0 = Mg$) slik at med $\ddot{y} + 2\delta\dot{y} + \omega_0^2 y = 0$ har en

$$\delta = \underline{\underline{\frac{b}{2M}}} \quad \text{og} \quad \omega_0 = \underline{\underline{\sqrt{\frac{a}{M}}}}.$$

b) Massen M starter i posisjonen $y = y_0$ med hastighet $\dot{y} = 0$. Med den gitte bevegelsen gir dette for $t=0$ likningene

$$y = Ae^{-\delta t}\cos(\omega_d t + \varphi) = A\cos\varphi = y_0$$

$$\dot{y} = [-\delta\cos(\omega_d t + \varphi) - \omega_d \sin(\omega_d t + \varphi)]Ae^{-\delta t}$$

$$= (-\delta\cos\varphi - \omega_d\sin\varphi)A = 0.$$

Fra den siste likninga finner en for vinkelen φ

$$\operatorname{tg}\varphi = -\frac{\delta}{\omega_d} = -\frac{\delta}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}} = -\frac{0{,}8\omega_0}{\sqrt{1-0{,}8^2}\,\omega_0} = \underline{-\frac{4}{3}},$$

$$\varphi = \underline{\underline{-53^\circ}} \; (= -0{,}93 \text{ rad})$$

Fra den første likninga finner en så for forholdet A/y_0

$$\frac{A}{y_0} = \frac{1}{\cos\varphi} = \frac{1}{\cos(-53^\circ)} = \underline{\underline{1{,}67}}.$$

$$\left[\text{Evt. } \frac{1}{\cos\varphi} = \sqrt{1+\operatorname{tg}^2\varphi} = \sqrt{1+\left(-\frac{4}{3}\right)^2} = \underline{\underline{\frac{5}{3}}}.\right]$$

c) Vinkelfrekvensen er $\omega = 2\pi f$. Bølgehastigheten er $c = \omega/k$ slik at frekvensen blir

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{ck}{2\pi} = \frac{335\,\text{m/s} \cdot 5{,}25\,\text{m}^{-1}}{2\pi} = \underline{\underline{280\,\text{s}^{-1}}}.$$

Amplitudene til de 2 bølgene blir

$$A_1 = \frac{1}{a}\sqrt{I_1} \quad \text{og} \quad A_2 = \frac{1}{a}\sqrt{I_2}.$$

Ved destruktiv interferens blir amplituden $A = |A_1 - A_2|$ slik at lydintensiteten blir

$$I_m = a^2A^2 = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2 = I_1 - 2\sqrt{I_1 I_2} + I_2$$

$$= (15 - 2\sqrt{15\cdot 9} + 9) \cdot 10^{-8}\,\text{W/m}^2 = \underline{\underline{0{,}76 \cdot 10^{-8}\,\text{W/m}^2}}.$$

Oppgave 3

a) Varmestrømmen gjennom veggen blir

$$I_0 = \lambda_t A \frac{\Delta T_{0t}}{\Delta x_t} = 0{,}120 \, W/(m \cdot K) \cdot 55 m^2 \frac{(20-0)K}{0{,}12 m} = \underline{\underline{1100 W.}}$$

Med redusert varmestrøm blir temperaturfallet gjennom treveggen bestemt av

$$I = \lambda_t A \frac{\Delta T_t}{\Delta x_t} = \frac{3}{5} I_0 = \frac{3}{5} \lambda_t A \frac{\Delta T_{0t}}{\Delta x_t}$$

$$\Delta T_t = \frac{3}{5} \Delta T_{0t} = \underline{12 K}$$

Temperaturfallet gjennom mineralulla blir følgelig

$$\Delta T_m = (20-(-15))K - \Delta T_t = (35-12)K = \underline{23 K}.$$

En har så

$$I = \lambda_m A \frac{\Delta T_m}{d} = \lambda_t A \frac{\Delta T_t}{\Delta x_t}$$

slik at tykkelsen av laget med mineralull blir

$$d = \frac{\lambda_m}{\lambda_t} \frac{\Delta T_m}{\Delta T_t} \Delta x_t = \frac{0{,}04}{0{,}12} \frac{23}{12} 12 cm = \underline{\underline{7{,}7 cm}}$$

b) Avgitt varmemengde for å smelte 6,0 kg is

$$Q_c = 6{,}0 kg \cdot 334 \, kJ/kg = \underline{2004 kJ.}$$

Virkningsgraden til en Carnot-maskin

$$\varepsilon = \frac{W}{Q_h} = \frac{Q_h - Q_c}{Q_h} = \frac{T_h - T_c}{T_h}$$

slik at sammenhengen mellom mottatt varme Q_h og

avgitt varme Q_c er

$$Q_h = \frac{T_h}{T_c} Q_c$$

Med dette blir utført arbeid

$$W = Q_h - Q_c = \left(\frac{T_h}{T_c} - 1\right) Q_c = \left(\frac{250+273}{273} - 1\right) 2004 kJ$$

$$= \underline{1835 kJ} \approx \underline{1{,}84 MJ.}$$

c) Gassen avkjøles ved konstant trykk. Ved å benytte $pV = nRT$ $(n=1)$ blir da entropien

$$S = C_v \ln T + R \ln \frac{nRT}{p} + konst = C_p \ln T - R \ln p + konst$$

der $C_p = C_v + R = \frac{7}{2} R.$

Entropiendringen blir følgelig

$$\Delta S = S_0 - S_1 = C_p \ln T_0 - C_p \ln T_1 = -C_p \ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right)$$

$$= -\frac{7}{2} \cdot 8{,}314 \, J/K \ln\left(\frac{150+273}{20+273}\right) = \underline{\underline{-10{,}7 \, J/K.}}$$

Avgitt varme:

$$Q = C_p (T_1 - T_0) = \frac{7}{5} R (T_1 - T_0)$$

Endring av entropi til omgivelsene

$$\Delta S_0 = \frac{Q}{T_0} = \frac{7}{5} R \left(\frac{T_1}{T_0} - 1\right) = \frac{7}{2} 8{,}314 \, J/K \left(\frac{423}{293} - 1\right) = \underline{\underline{12{,}9 \, J/K.}}$$