

Løsningsforslag

1) Et overslag basert på et tverrsnitt $5 \text{ cm} \times 15 \text{ cm}$, dvs 0.0075 m^2 , gir at en lengde 1 m har masse $0.0075 \cdot 400 \text{ kg} = 3 \text{ kg}$. Et lass på 600 kg tilsvarer dermed 200 m med planker, eller litt mer (ca 211 m), ettersom tverrsnittet er noe mindre. Riktig svar: A.

2) $[a] = [f\sqrt{v}/mg] = (\text{m/s})^{1/2}$. Riktig svar: B.

3) $[b] = [f/v^2] = \text{kg/m}$. Riktig svar: C.

4) $|f_\mu/f_d| = 0.0080 \cdot 20 \cdot 9.81/0.010 = 157 \simeq 160$. Riktig svar: D.

5) $N = mg \cos \theta$ og $f \leq \mu_s N = \mu_s mg \cos \theta$. Klossen ligger i ro så lenge friksjonskraften f kan balansere tyngdens komponent langs skråplanet $mg \sin \theta$. Dermed: $\mu_s mg \cos \theta = mg \sin \theta$, som betyr at $\tan \theta = \mu_s$. Riktig svar: D.

6) Når klossen glir, er friksjonskraften $f = \mu_k N = \mu_k mg \cos \alpha$, slik at netto kraft nedover langs skråplanet blir $mg \sin \alpha - \mu_k mg \cos \alpha$. Akselerasjonen er følgelig $g \sin \alpha - \mu_k g \cos \alpha$. Riktig svar: A.

7) Ytre kraft som akselererer totalmassen $5m$ er mg . Dermed: $mg = 5ma$, dvs $a = g/5$. Riktig svar: A.

8) Maksimal friksjonskraft er $f = \mu N = \mu \cdot 4mg$. Kassen blir stående i ro dersom f kan balansere snordraget S , og $S = mg$ dersom kassen med masse m henger i ro. Dermed: $4\mu mg = mg$ og $\mu = 1/4 = 0.25$. Riktig svar: C.

9) Energibevarelse gir $mgL = mv_0^2/2$ og dermed hastighet $v_0 = \sqrt{2gL}$ for den fallende kula rett før kollisjonen. Impulsbevarelse i den uelastiske kollisjonen gir deretter $5mv = mv_0 = m\sqrt{2gL}$, og dermed felleshastighet rett etter kollisjonen $v = \sqrt{2gL}/5 = 0.2 \cdot \sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot 1.0} = 0.89 \simeq 0.9 \text{ m/s}$. Riktig svar: A.

10) Total dreieimpuls mhp punktet A:

$$L_A = I_0\omega + (4m + 2m)vr = mr^2/2 \cdot v/r + 6mrv = 13mrv/2$$

Riktig svar: D.

11) Netto ytre dreiemoment mhp punktet A (positiv mot klokka): $\tau_A = 4mgr - 2mgr = 2mgr$. Endring i L_A pr tidsenhet: $dL_A/dt = (13mr/2) dv/dt$. Likhet mellom disse størrelsene gir nå $a = dv/dt = 4g/13 \simeq 3 \text{ m/s}^2$. Riktig svar: B.

12) Massesenteret er i posisjon $(1 + 2 - 3, 1 + 2 + 1, 4 + 0 + 1)m/3m = (0, 4/3, 5/3)$. Riktig svar: A.

13) $K = MV^2/2 + I_0\omega^2/2 = MV^2/2 + MR^2V^2/2R^2 = MV^2$, som med $M = 4 \text{ kg}$ og $V = 5 \text{ m/s}$ blir 100 J . Riktig svar: D.

14) $\tau_{\text{CM}} = fR = \mu_k NR = \mu_k Mg \cos \theta \cdot R = 0.14 \cdot 4 \cdot 9.81 \cdot (\sqrt{2}/2) \cdot 0.30 \simeq 1.2 \text{ Nm}$. Riktig svar: B.

15) $\tau = G_{\parallel}R = Mg \sin \theta \cdot R = 4 \cdot 9.81 \cdot (\sqrt{2}/2) \cdot 0.30 \simeq 8.3 \text{ Nm}$. Riktig svar: C.

16) Vi betegner kulas posisjon med x_k og stangas posisjon med x_s . Massesenterets x -koordinat er da $X_{CM} = (Mx_k/5 + Mx_s)/(6M/5) = x_k/6 + 5x_s/6$. (Her, med x_s konstant og lik null.) Massesenterets hastighet er dermed $V_{CM} = dX_{CM}/dt = (1/6)dx_k/dt = v_0/6$. Riktig svar: B.

17) Stangas massesenter er midt på, i $(0, L/2)$, mens kula er i posisjon $(0, 0)$. Da må massesenteret ha y -koordinat $Y_{CM} = (ML/2)/(6M/5) = 5L/12$. Riktig svar: B.

18) Her er det ingen ytre krefter som virker på systemet, så impulsen er bevart, og like stor før og etter sammenstøtet. Dermed: $(M/5)v_0\hat{x}$. Riktig svar: C.

19) Kula passerer gjennom origo og har følgelig null dreieimpuls mhp origo. Stanga ligger i ro og har null dreieimpuls (mhp et hvilket som helst referansepunkt). Konklusjon: Total dreieimpuls mhp origo er null. Riktig svar: A.

20) Dette er en enkel harmonisk oscillator, med vinkelfrekvens $\omega = \sqrt{k/m}$. Siden $\omega = 2\pi/T$, finner vi $k = m \cdot 4\pi^2/T^2$, som med oppgitte tallverdier gir $k \simeq 8.2$ N/m. Riktig svar: A.

21) For en matematisk pendel med lengde L er vinkelfrekvensen $\omega = \sqrt{g/L}$. Dermed har vi $L = g/\omega^2 = gT^2/4\pi^2 \simeq 25$ m. Riktig svar: B.

22) Vi kan bestemme (f.eks) a_6 med utgangspunkt i posisjonene $x_5 - x_7$: $a_6 = (x_7 - 2x_6 + x_5)/(\Delta t)^2$, der $\Delta t = 0.1$ s er tidssteget. Dermed: $a_6 = (245 - 360 + 125)/0.01 = 1000$ mm/s², dvs 1.0 m/s². Riktig svar: C.

23) $x_2 = 7/4 - 0.6/\sqrt{1 + 3 \cdot 0.09} \simeq 1.217586$, $x_3 = 7/4 - 2x_2/\sqrt{1 + 3x_2^2} \simeq 0.706652$. Riktig svar: D.

24) $y(x, t)$ er en funksjon av $x + vt$ med $v = \omega/k$, som betyr at bølgen forplanter seg i negativ x -retning. Riktig svar: B.

25) $T = 1/f = 1/8 = 0.125$ s = 125 ms. Riktig svar: A.

26) $v = \lambda/T = \lambda f = 0.30 \cdot 8 = 2.4$ m/s. Riktig svar: C.

27) $v_y = dy/dt = \omega y_0 \cos(kx + \omega t)$; dermed er maksimal transversal hastighet $\omega y_0 = 2\pi f y_0 = 2\pi \cdot 8 \cdot 0.02 = 1.0$ m/s. Riktig svar: C.

28) $a_y = d^2y/dt^2 = -\omega^2 y_0 \sin(kx + \omega t)$; dermed er maksimal transversal akselerasjon $\omega^2 y_0 = 4\pi^2 f^2 y_0 = 4\pi^2 \cdot 64 \cdot 0.02 = 51$ m/s². Riktig svar: D.

29) Grunntonen har bølgelengde $\lambda_1 = 2L$. Tar vi med overtoner: $\lambda_n = 2L/n$, $n = 1, 2, 3, \dots$ Bølgehastigheten er $v = \sqrt{S/\mu}$. Dermed: $f_n = v/\lambda_n = n\sqrt{S/\mu}/2L = n \cdot \sqrt{120/0.003}/10 = n \cdot 20$ Hz = 20, 40, 60, 80, ... Hz. Riktig svar: B.

30) $S = \mu v^2 = \mu(\lambda f)^2 = \mu(2Lf)^2 = 0.069 \cdot (4.30 \cdot 16.35)^2 = 341$ N. Riktig svar: A.

31) Fra formelvedlegget: $f_O = vf_S/(v - v_S)$, dvs $vf_O - v_S f_O = vf_S$, dvs $v_S = v(f_O - f_S)/f_O = 340 \cdot (333 - 300)/333 = 34$ m/s = 121 km/h. Riktig svar: D.

32) Vi har her destruktiv interferens, og dermed en veilengdeforskjell $\Delta r = (n + 1/2)\lambda$ mellom de to lydbølgene. Det betyr at bølgelengden er maksimalt lik $2\Delta r = 1.0$ m, som igjen betyr at frekvensen er minst lik $(340 \text{ m/s})/(1.0 \text{ m}) = 340$ Hz. Riktig svar: D.

- 33) Første ordens maksimum for $d \sin \theta = \lambda$, dvs $\theta = \arcsin(\lambda/d) = \arcsin(1.0/2.0) = 30^\circ$. Riktig svar: B.
- 34) Fra formelvedlegget: $\beta = \Delta V/V\Delta T$. Med $\Delta V = A\Delta h$ får vi $\Delta h = \beta V\Delta T/A = 0.001 \cdot 3.0 \cdot 10^{-5} \cdot 1.0/(1.0 \cdot 10^{-6}) = 0.03 \text{ m} = 3 \text{ cm}$. Riktig svar: C.
- 35) Med volumet V og stoffmengden N konstant er $\Delta p/p = \Delta T/T = 40/253 \simeq 0.16$, dvs 16%. Riktig svar: D.
- 36) $Pt = Q = lm \Rightarrow t = lm/P = 333 \cdot 125/500 = 83 \text{ s}$. Riktig svar: C.
- 37) $v_{\text{rms}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{2\langle K_{\text{trans}} \rangle/m} = \sqrt{3k_B T/m} = \sqrt{3 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 283.16/(0.032/(6.02 \cdot 10^{23}))} = 470 \text{ m/s}$. Riktig svar: A.
- 38) Varmestrøm gjennom 5 cm tre + 15 cm glassvatt: $j_g = 42/(0.05/0.12 + 0.15/0.035) = 8.9 \text{ W/m}^2$. Riktig svar: B.
- 39) Atomær ideell gass har $C_V = 3Nk_B/2$ og dermed $C_p = C_V + Nk_B = 5Nk_B/2$. (Se formelvedlegg.) Riktig svar: B.
- 40) Netto arbeid pr syklus tilsvarer omsluttet areal, dvs $W = 4p_0V_0$. Riktig svar: B.
- 41) Ideell gasslov gir $T = pV/Nk_B$. Forholdet mellom høyeste og laveste temperatur blir dermed 9. Riktig svar: D.
- 42) Varme tilført gassen ved isobar utvidelse fra V_0 til $3V_0$ ved trykk $3p_0$: $Q_p = C_p\Delta T = (5Nk_B/2) \cdot (9p_0V_0/Nk_B - 3p_0V_0/Nk_B) = 15p_0V_0$. Varme tilført gassen ved isokor trykkøkning fra p_0 til $3p_0$ ved volum V_0 : $Q_V = C_V\Delta T = (3Nk_B/2) \cdot (3p_0V_0/Nk_B - p_0V_0/Nk_B) = 3p_0V_0$. Total tilført varme pr syklus: $Q_{\text{in}} = Q_p + Q_V = 18p_0V_0$. Netto utført arbeid pr syklus (= omsluttet areal): $W = 4p_0V_0$. Virkningsgrad: $\eta = W/Q_{\text{in}} = 4/18 \simeq 0.22$. Riktig svar: A.
- 43) Gassen avgir varme i denne delprosessen, riktignok ved stadig varierende (avtagende) temperatur, men uansett er gassens entropi mindre i slutt-tilstanden enn i start-tilstanden. Riktig svar: B.
- 44) Gassens entropi er en tilstandsfunksjon. Dermed kan ikke entropien ha endret seg når start- og slutt-tilstand er de samme. Riktig svar: A.
- 45) Det er klart at vi må ha fast stoff ved høyt trykk og lav temperatur, og gass ved lavt trykk og høy temperatur. Da må 3 representere overgangen fra fast stoff til gass, dvs sublimasjon, 1 må representere overgangen fra fast stoff til væske, dvs smelting, og 2 må representere overgangen fra væske til gass, dvs fordampning. Riktig svar: D.
- 46) Isoterm utvidelse foregår langs en kurve $p(V) \sim 1/V$, dvs med negativ helning, i et pV -diagram, mens isobar utvidelse foregår langs en kurve $p = \text{konstant}$, dvs med null helning. Arealet under kurven $p(V)$ er størst i sistnevnte tilfelle, følgelig er $W_1 > W_0$. Riktig svar: A.
- 47) Når varme tilføres en ideell gass ved konstant trykk, vil gassen utvide seg og dermed utføre et positivt arbeid på omgivelsene. Energibevarelse betyr dermed at gassens indre energi U øker med en mindre energimengde enn den tilførte varmen Q . Riktig svar: C.
- 48) Siden temperaturen er proporsjonal med molekylenes midlere kinetiske translasjonsenergi, må $\langle K \rangle$ være den samme for oksygen- og nitrogenmolekylene. Oksygen har større molekylmasse (ca 32 u) enn nitrogen (ca 28 u), så nitrogenmolekylene har i gjennomsnitt noe større hastighet enn oksygenmolekylene. (Her er u lik en atomær masseenheter, ca $1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.) Riktig svar: D.

49) Dette er termodynamikkens 1. lov, eller 1. hovedsetning, som den også kalles. Den uttrykker energibevarelse: Varme tilført systemet, ΔQ , går med til å øke systemets indre energi, ΔU , samt til det arbeidet som systemet utfører på omgivelsene, ΔW . Alle størrelser kan være positive eller negative. Indre energi U er en tilstandsvariabel (evt tilstandsfunksjon), mens Q og W begge er prosessvariable. Riktig svar: D.

50) Stefan–Boltzmanns strålingslov gir

$$P_{\text{netto}} = P_{\text{ut}} - P_{\text{inn}} = \sigma(T_{\text{hud}}^4 - T_{\text{omgiv}}^4) \cdot A = 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot (303^4 - 263^4) \cdot 1 = 207 \text{ W} \simeq 0.2 \text{ kW}.$$

Riktig svar: C.