TFY4106 Fysikk Løsningsforslag til Eksamen 9. juni 2016

1)

$$\rho = m/(4\pi R^3/3) = 3 \cdot 130/4\pi \cdot 2.625^3 = 1.716 \simeq 1.7,$$

i enheten g/cm^3.

D) 1.7

2) Kula har oppnådd terminalhastighet når friksjonskraften akkurat balanserer tyngdekraften: $Dv^2 = mg$. Dermed:

$$v = \sqrt{mg/D} = \sqrt{0.130 \cdot 9.81/0.000656} = 44\,\mathrm{m/s}.$$

D) 44 m/s

3) Med en sterk mistanke om at den beskjedne luftmotstanden ikke påvirker svaret i særlig grad satser vi på en tilnærmet løsning gitt ved å anta bevegelse med konstant akselerasjon $a = g$ og null startfart. Eller, ekvivalent, ved å anta at mekanisk energi er bevart:

$$mgy = \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2gy} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot 7} \simeq 11.7\,\mathrm{m/s}.$$

Med *litt* luftmotstand blir nok hastigheten litt mindre enn dette, så vi satser på 11 m/s. (Med $v = 11$ m/s er luftmotstanden bare ca 6% av tyngdekraften.)

A) 11 m/s

4) Newtons 2. lov, $F = dp/dt$, gir at kulas impuls umiddelbart etter fullført støt blir (med støtvarighet $T = 0.01$ s) $P_0 = F \cdot T = 100 \cdot 0.01 = 1.00$ kg m/s. Kulas hastighet umiddelbart etter fullført støt er dermed $V_0 = P_0/m = 1.00/0.130 = 7.7$ m/s.

C) 7.7 m/s

5) Newtons 2. lov for rotasjon om fast akse (gjennom kulas massesenter), $\tau = I_0 d\omega/dt$, gir $\omega_0 = \tau T/I_0 = FyT/(2mr^2/5) = 100 \cdot 8.6 \cdot 10^{-3} \cdot 0.01/(2 \cdot 0.130 \cdot 26.25^2 \cdot 10^{-6}/5) = 240$ rad/s.

E) 240 rad/s

6) Etter fullført støt er det den kinetiske friksjonskraften fra bordet på kula som sørger for å gi kula en vinkelakselerasjon:

$$\alpha = \dot{\omega} = \tau_f/I_0 = \mu_k mgr/(2mr^2/5) = 5\mu_k g/2r = 5 \cdot 0.50 \cdot 9.81/2 \cdot 26.25 \cdot 10^{-3} = 467,$$

med enhet rad/s^2.

C) 467 rad/s^2

7) Hvis tyngdens komponent nedover langs skråplanet, $mg\sin\beta$, overstiger den maksimale statiske friksjonskraften $\mu_s N = \mu_s mg\cos\beta$, vil klossen gli. Maksimal vinkel β er derfor gitt ved $mg\sin\beta = \mu_s mg\cos\beta$, dvs $\beta = \arctan\mu_s = \arctan 0.60 = 31^\circ$. (Hvis resultatet hadde blitt større enn 45 grader, ville klossen ha veltet ved $\beta = 45^\circ$. Men det skjer ikke her.)

B) 31°

8) Klossen glir med konstant hastighet når $mg\sin\beta = \mu_k mg\cos\beta$, dvs $\beta = \arctan\mu_k = \arctan 0.49 = 26^\circ$.

A) 26°

9) Snora er stram, og snordraget S virker nedover langs skråplanet på den øverste klossen og oppover langs skråplanet på den nederste klossen. Newtons 2. lov (evt 1. lov) langs skråplanet gir dermed de to ligningene

$$\begin{aligned} S + mg\sin\beta - \mu_k mg\cos\beta &= ma = 0 \\ -S + mg\sin\beta &= ma = 0 \end{aligned}$$

Dvs $2mg\sin\beta = \mu_k mg\cos\beta$, dvs $\beta = \arctan\mu_k/2 = \arctan 0.245 = 14^\circ$.

D) 14°

10) Energibevarelse (tilnærmet!) gir $2mgL = mv^2/2 = m\omega^2L^2/2$, og dermed $\omega = \sqrt{4g/L} = 2\cdot\sqrt{9.81/0.64} = 7.8$ rad/s.

B) $7.8\ \mathrm{s}^{-1}$

11) Loddet har (sentripetal-)akselerasjon $v^2/L = \omega^2 L$ normalt på sirkelbanen. Kreftene normalt på sirkelbanen er normalkraften N og tyngdens normalkomponent $-mg\cos\theta$. Her er positivt fortegn valgt inn mot banens sentrum. Newtons 2. lov gir da $N - mg\cos\theta = m\omega^2 L$. Vi setter $N = 0$ og finner $\omega = \sqrt{-(g/L)\cos\theta}$.

B) $\omega = \sqrt{-\frac{g\cos\theta}{L}}$

12) Den tørre friksjonen f_μ har arm r mens luftmotstanden f_D har arm L. Ved bunnen av banen er $\theta = 0$ (evt $n\cdot 2\pi$), slik at $N = mg + mv^2/L$. Dermed er $f_\mu = \mu N = \mu(mg + mv^2/L)$, og $\tau_\mu = \mu mr(g + v^2/L) = 0.1\cdot 0.200\cdot 0.008\cdot(9.81 + 0.5^2/0.64) = 0.001632$ Nm. Luftmotstandens dreiemoment er $\tau_D = Dv^2L = 0.0001\cdot 0.5^2\cdot 0.64 = 1.6\cdot 10^{-5}$ Nm. Forholdet mellom disse er 102.
(Her burde oppgaveteksten strengt tatt ha spesifisert referansepunktet, men hvis vi "ønsker å vurdere relativ påvirkning av tørr friksjon og luftmotstand", er det vel temmelig naturlig å velge akslingens sentrum, dvs rotasjonsaksen, som referanse.)

A) 102

13) En matematisk pendel med lengde L som svinger med små utsving fra likevekt har svingetid $T = 2\pi/\sqrt{g/L} = 2\pi\sqrt{0.64/9.81} = 1.6$ s.

B) 1.6 s

14) Energibevarelse, $mgL = mv_0^2/2$, gir hastigheten til m rett før kollisjonen: $v_0 = \sqrt{2gL}$. Impulsbevarelse i den uelastiske kollisjonen, $mv_0 = 6mv$, gir deretter kulenes felles hastighet v umiddelbart etter kollisjonen: $v = v_0/6 = \sqrt{2gL}/6 = \sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot 1.0}/6 = 0.7$ m/s.

A) 0.7 m/s

15) Uten friksjon mellom snor og trinse er trinsas funksjon kun å holde kulene oppe, samt å snu retningen på snora. Den tyngste kula (M) vil akselerere nedover, den letteste (m) oppover. Snordraget S virker oppover på begge kulene, tyngdekraften virker nedover på begge kulene. Dermed: $Mg - S = Ma$ og $S - mg = ma$. Vi legger disse to ligningene sammen for å eliminere S, og finner $a = g(M-m)/(M+m) = 9.81 \cdot 15/285 = 0.52$ m/s^2.

E) 0.52 m/s^2

16) $f = \omega/2\pi = \sqrt{k/m}/2\pi = \sqrt{16.8/19 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27}}/2\pi = 3.7 \cdot 10^{12}$ Hz $= 3.7$ THz.

B) 3.7 THz

17) $I_0 = 2m_{\mathrm{F}}d_{\mathrm{Be-F}}^2 = 2 \cdot 19\mathrm{u} \cdot 1.33^2$ Å^2 $= 67$ uÅ^2. (Det framgår av oppgaveteksten i nr 16 at et F–atom har masse 19u.)

D) 67 uÅ^2

18) $K = I_0\omega^2/2 = MR^2\omega^2/4 = 1200 \cdot 0.75^2 \cdot (3000 \cdot 2\pi/60)^2/4 = 1.7 \cdot 10^7$ J $= 17$ MJ.

C) 17 MJ

19) Utsvingsamplituden avtar eksponentielt med tiden, $x_0 \exp(-\gamma t)$, der $\gamma = b/2m$. Med $x_0 = 2.0$ cm blir amplituden redusert til 0.4 cm etter en tid t bestemt av $\exp(-\gamma t) = 1/5$, dvs $\exp(\gamma t) = 5$, dvs $t = (\ln 5)/\gamma = (\ln 5) \cdot 2m/b = (\ln 5) \cdot 0.040/0.020 = 3.219$ s. Perioden er $T = 2\pi/\omega = 2\pi/\sqrt{k/m - b^2/4m^2} \simeq 2\pi/\sqrt{k/m} = 2\pi/\sqrt{20/0.020} = 0.199$ s. (Dempingen er svak.) Forholdet t/T blir da ca 16.17, dvs 16 hele perioder før amplituden er redusert til 0.4 cm.

B) 16

20) $Q = \omega/\Delta\omega \simeq \omega_0/2\gamma = \sqrt{k/m}/(b/m) = \sqrt{1000}/1 = 32$.

C) $Q = 32$

21) Kritisk demping betyr at $\gamma = \omega_0$, dvs $b/2m = \sqrt{k/m}$, dvs $b = \sqrt{4mk} = \sqrt{4 \cdot 0.020 \cdot 20} = 1.3$ Ns/m.

B) 1.3 Ns/m

22) Med kritisk demping er $x(t) = A\exp(-\gamma t) + Bt\exp(-\gamma t)$, slik at $x = 0$ eventuelt inntreffer ved tidspunktet $t = -A/B$. Vi har $x(0) = A = x_0 = 2.0$ cm. Passering ved $x = 0$ ved et tidspunkt $t > 0$ fordrer altså at $B < 0$. Vi har videre $v(t) = (-\gamma A + B - \gamma Bt)\exp(-\gamma t)$, slik at $v(0) = -\gamma A + B$. Med andre ord, $v(0)$ må være mindre enn $-\gamma A = -\omega_0 A = -\sqrt{k/m}x_0 = -\sqrt{1000} \cdot 0.020 = -0.63$ m/s, dvs mer enn 63 cm/s i negativ x-retning.

E) Mer enn 63 cm/s i negativ x-retning

23) Steiners sats gir $I_A = I_0 + M(L/2)^2 = ML^2/3$ for flaggstangas treghetsmoment om en akse gjennom festepunktet A nede ved bakken. Flaggstangas mekaniske energi er $E = U_0 = MgL/2$, lik potensiell energi for massen M i massesenterets høyde $L/2$ før stanga faller. Rett før den treffer bakken er $U_1 = 0$, mens kinetisk energi er $K_1 = I_A\omega^2/2 = ML^2\omega^2/6$. Energibevarelse gir da $\omega = \sqrt{3g/L}$, og hastigheten til toppen av flaggstanga er $v = \omega L = \sqrt{3gL}$.

B) $\sqrt{3gL}$

24) $g_{\text{Merkur}} = GM/R^2$, og med innsetting av oppgitte tallverdier for M og R, samt verdien av gravitasjonskonstanten G fra formelvedlegget blir $g_{\text{Merkur}} = 3.7$ m/s^2.

C) 3.7 m/s^2

25) Her er det kun friksjonskreftene mellom bildekk og underlag som kan bidra til bilens akselerasjon. Vi har $f_{\max} = \mu_s N = \mu_s mg/6 = ma_{\max}$, med $\mu_s = 1.0$ og $g = 9.81$ m/s^2. Dette gir en maksimal akselerasjon $a_{\max} = \mu_s g/6 = 1.635$ m/s^2, og dermed en minste tidsbruk $t_{\min} = v/a_{\max} = (100/3.6)/1.635 = 17$ s.

E) 17 s

26) $\lambda = 2\pi/k = 2\pi/20 = 0.31$ m = 31 cm.

A) 31 cm

27) $v = \lambda/T = \omega/k = 20/20 = 1.0$ m/s.

E) 1.0 m/s

28) $dy/dt = -\omega y_0 \cos(kx - \omega t)$, så strengelementenes maksimale transversale hastighet er $\omega y_0 = 20 \cdot 0.020 = 0.40$ m = 40 cm.

B) 40 cm/s

29) $S = \mu v^2 = \mu\lambda^2 f^2 = \mu \cdot 4L^2 \cdot f^2 = 4.466 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 0.648^2 \cdot 110^2 = 90.8$ N.

E) 90.8 N

30) Sirenens maksimale hastighet rett mot og rett fra deg er $2\pi r/T = 3.14/0.2 = 15.7$ m/s. Observert

frekvens varierer dermed mellom $200 \cdot 340/(340 + 15.7) = 191$ Hz og $200 \cdot 340/(340 - 15.7) = 210$ Hz.

C) 191 og 210 Hz

31) Konstruktiv interferens når $d \sin\theta = n\lambda$, slik at diffraksjonsgitteret har spalteavstand $d = 700/\sin 44.4^\circ = 1000$ nm. Dermed konstruktiv interferens med fiolett laserlys i retninger gitt ved $\theta = \arcsin(n \cdot 400/1000) = 0^\circ, \pm 23.6^\circ, \pm 53.1^\circ$.

B) $0^\circ, \pm 23.6^\circ, \pm 53.1^\circ$

32) Ettersom $\beta \sim 10 \log I$, må intensiteten endres fra I til $I/10$ for å gi en reduksjon i lydtrykksnivået β på 10 dB. Det betyr, siden $I \sim 1/r^2$, at avstanden r må endres til $\sqrt{10}r$, her fra 10 m til ca 32 m.

B) 32 m

33) På dypt vann er $\omega = 2\pi/T = \sqrt{gk}$, så bølgelengden er her $\lambda = 2\pi/k = 2\pi/(4\pi^2/T^2 g) = T^2 g/2\pi = 49 \cdot 9.81/2\pi = 76.5$ m. Bølgetogets gruppefart er $v_g = d\omega/dk = \sqrt{g/k}/2 = \sqrt{g\lambda/8\pi} = \sqrt{9.81 \cdot 76.5/8\pi} = 5.46$ m/s = 19.7 km/h. Dermed bruker uværet ca 1 time på å nå inn til land.

A) 1 time

34) Her er vi på grunt vann, $D \ll \lambda$, slik at $\omega \simeq \sqrt{gD}k$. Fasefart og gruppefart er da like store, $v = \omega/k = \sqrt{gD} = 99 \simeq 100$ m/s.

C) ca 100 m/s

35) Vi trenger $\partial\xi/\partial x = -\xi_0(2\pi/a)\sin(2\pi x/a)$, som innsatt og med bruk av oppgitt identitet gir $\varepsilon(x, 0) = S\xi_0^2(2\pi/a)^2(1 - \cos(4\pi x/a))/2$. Denne energitettheten må integreres fra $-a/2$ til $a/2$. Da gir cosinusleddet null bidrag, slik at

$$E = S\xi_0^2 \cdot \frac{2\pi^2}{a^2} \cdot a = 2S\xi_0^2\pi^2/a.$$

C) $E = 2S\xi_0^2\pi^2/a$

36) Forlengelsen er 12 μm pr meter og pr kelvin. Med en lengde 10 m og en temperaturøkning 80 K blir følgelig forlengelsen 12 μm $\cdot 800 = 9600$ μm, som er ca 1 cm.

D) 1 cm

37) Isoterm kompresjon fra b til c: $T_b = T_c$. Isobar utvidelse fra a til b: $T_b > T_a$. Adiabatisk utvidelse fra d til a: $T_d > T_a$ (adiabat brattere enn isoterm). Isokor kompresjon fra c til d: $T_c > T_d$. Alt i alt: $T_b = T_c > T_d > T_a$.

C) $T_b = T_c > T_d > T_a$

38) Figur D stemmer med de gitte opplysningene.

39) Damptrykk-kurven: $p(T) = p(T_t)\exp((l/R)(1/T_t - 1/T))$, her med $T_t = 150$ K og $p(T_t) = 0.43$ mPa. Fra denne skal vi bestemme hvilken temperatur T som gir et damptrykk $p(T) = 101325$ Pa. Vi løser mhp T og finner

$$T = (1/T_t - (R/l)\ln(p(T)/p(T_t)))^{-1} = (1/150 - (8.314/42000)\cdot\ln(101325/0.00043))^{-1} = 350.8\,\text{K},$$

dvs ca 78°C.

E) ca 78°C

40) $P = jA = \kappa\Delta TA/L = 235\cdot 80\cdot 0.0010/0.50 = 38$ W.

D) 38 W

41) $j = dQ/Adt = CdT/Adt = mcdT/Adt = mcd\Delta T/Adt$ og $j = -\kappa\Delta T/L$ gir $d\Delta T/dt = -(\kappa A/mcL)\Delta T$, dvs $\alpha = \kappa A/mcL = 235\cdot 0.0010/5\cdot 4200\cdot 0.50 = 2.2\cdot 10^{-5}$ pr sekund, dvs 0.08 pr time.

C) 0.08 pr time

42) U-verdi er definert ved sammenhengen $j = U(T_i - T_u)$, dvs U angir varmelekkasjen pr kvadratmeter og pr grad temperaturforskjell mellom inne og ute. Her har vi ganske enkelt $U = \kappa/L = 1.0/0.40 = 2.5\ \text{W/m}^2\ \text{K}$.

D) U = 2.5

43) Ved stasjonær endimensjonal varmeledning er varmestrømmen j konstant gjennom hele veggen. Dermed, siden $j = \kappa\Delta T/L = \kappa dT/dx$, vil temperaturgradienten være størst i det materialet som har minst varmeledningsevne κ. Dermed: M > S > G.

C) M > S > G

44) Generelt gjelder for en varmemotstand at $R = \Delta T/P = \Delta T/jA$, dvs $j = (1/RA)\Delta T$. Her er $j_\sigma = \sigma(T_4^4 - T_3^4) \simeq \sigma\cdot 4T_L^3\Delta T$, med temperatur $T_L \simeq 288.5$ K i luftlaget midt i veggen. Med andre ord, stråling over luftlaget representerer en varmemotstand $R_\sigma = 1/(\sigma\cdot 4T_L^3 A)$. Videre er $j_\kappa = (\kappa_\text{L}/L)\Delta T$, som betyr at varmeledning over luftlaget representerer en varmemotstand $R_\kappa = L/\kappa_\text{L}A$. Forholdet mellom de to varmemotstandene blir dermed

$$R_\kappa/R_\sigma = \sigma\cdot 4T_L^3 L/\kappa_\text{L} = 5.67\cdot 10^{-8}\cdot 4\cdot 288.5^3\cdot 0.02/0.026 \simeq 4.$$

D) ca 4

45) Veggen er en seriekobling av 7 varmemotstander: S+G+M+L+M+G+S. Utregnet pr m^2 vegg, for 200 mm mineralull: $R_M = 0.200/0.035 = 5.71$ K/W. 24 mm sponplate: $R_S = 0.024/0.12 = 0.20$ K/W. 26 mm gipsplate: $R_G = 0.026/0.25 = 0.10$ K/W. Totalt: $R = 0.15 + 5.71 + 0.20 + 0.10 = 6.16$ K/W. Overført varmeeffekt pr m^2 vegg: $P = \Delta T/R = 13/6.16 = 2.11$ W. Overført varmeeffekt gjennom 20 m^2

vegg: $2.11 \cdot 20 = 42.2$ W. Overført varmeenergi i løpet av 24 timer: $42.2 \cdot 24 = 1013$ Wh = ca 1 kWh. (Her ville vi ikke ha bommet med mer enn ca 7% hvis vi kun hadde tatt de 200 mm med mineralull i betraktning.)

C) ca 1 kWh

46)

$$W = \int_{V_0}^{2V_0} p(V)\,dV = nRT_2 \ln 2 = 3.00 \cdot 8.314 \cdot 1000 \cdot \ln 2 = 17.3 \cdot 10^3 \text{ J} = 17.3\,\text{kJ}.$$

E) 17.3 kJ

47) $\eta = \eta_C = 1 - T_1/T_2 = 1 - 400/1000 = 0.60$.

B) 0.60

48) Gassen har maksimalt volum etter den adiabatiske utvidelsen (og avkjølingen) fra tilstanden med temperatur $T_2 = 1000$ K og volum $V_2 = 0.200$ m^3. I en adiabatisk prosess (med ideell gass) er $TV^{\gamma-1}$ en konstant. Dermed er $T_2 \cdot (2V_0)^{0.398} = T_1 \cdot V_{\text{max}}^{0.398}$, eller

$$V_{\text{max}} = 2V_0 \cdot (T_2/T_1)^{1/0.398} = 0.200 \cdot 2.50^{1/0.398} = 2.00\,\text{m}^3.$$

D) 2.00 m^3

49) Vi har maksimalt trykk når volumet er 0.100 m^3 og temperaturen 1000 K: $p_{\text{max}} = nRT_2/V_0 = 3.00 \cdot 8.314 \cdot 1000/0.100 = 2.49 \cdot 10^5$ Pa, eller ca 2.5 atm.

A) ca 2.5 atm

50) Her kan man gå fram på flere vis. Vi kan f eks ta utgangspunkt i den termodynamiske identitet, $TdS = dU + pdV$, som med $dU = 0$ langs en isoterm med ideell gass gir $dS = pdV/T = nRdV/V$. De adiabatiske delprosessene foregår uten utveksling av varme, og dermed uten entropiendring i gassen. Dermed må gassens entropi reduseres like mye i den isoterme kompresjonen ved 400 K som den øker i den isoterme utvidelsen ved 1000 K:

$$\Delta S_1 = -\Delta S_2 = -nR \ln 2 = -3.00 \cdot 8.314 \ln 2 = -17.3\,\text{J/K}.$$

A) -17.3 J/K