1)

$$M_k = \rho V = \rho \cdot 4\pi R^3/3 = 7850 \cdot 4\pi \cdot 0.0400^3/3 = 2.10\,\mathrm{kg}.$$

E) 2.10 kg

2) Med indre radius r og ytre radius R er kuleskallets masse

$$M = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi \left(R^3 - r^3\right),$$

dvs

$$r = \left(R^3 - \frac{3M}{4\pi\rho}\right)^{1/3},$$

som med $R = 0.0400$ m, $\rho = 7850$ kg/m^3 og $M = 0.800$ kg gir $r = 34.1$ mm. Kuleskallets tykkelse er følgelig $t = R - r = 40.0 - 34.1 = 5.9$ mm.

B) 5.9 mm

3) Her er mekanisk energi bevart:

$$Mgy = \frac{1}{2}Mv^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2gy} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot 4.50} \simeq 9.40\,\mathrm{m/s}.$$

D) 9.40 m/s

4) Kula har oppnådd terminalhastighet når friksjonskraften akkurat balanserer tyngdekraften: $Dv_t^2 = Mg$. Dermed:

$$D = Mg/v_t^2 = 0.800 \cdot 9.81/69.6^2 = 1.62 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg/m},$$

dvs $D = 1.62$ g/m.

E) 1.62 g/m

5) Newtons 2. lov, $F = dp/dt$, gir at kulas impuls umiddelbart etter fullført støt blir (med støtvarighet $T = 0.005$ s) $P_0 = F \cdot T = 140 \cdot 0.005 = 0.70$ kg m/s. Kulas hastighet umiddelbart etter fullført støt er dermed $V_0 = P_0/m = 0.70/0.130 = 5.4$ m/s.

A) 5.4 m/s

6) Newtons 2. lov for rotasjon om fast akse (gjennom kulas massesenter), $\tau = I_0 d\omega/dt$, gir $\omega_0 = \tau T/I_0 = FyT/(2mr^2/5) = 140 \cdot 6.0 \cdot 10^{-3} \cdot 0.005/(2 \cdot 0.130 \cdot 26.25^2 \cdot 10^{-6}/5) = 117$ rad/s.

C) 117 rad/s

7) Etter fullført støt er det den kinetiske friksjonskraften fra bordet på kula som sørger for å gi kula en vinkelakselerasjon:

$$\alpha = \dot{\omega} = \tau_f / I_0 = \mu_k mgr/(2mr^2/5) = 5\mu_k g/2r = 5 \cdot 0.40 \cdot 9.81/2 \cdot 26.25 \cdot 10^{-3} = 374,$$

med enhet rad/s^2.

D) 374 rad/s^2

8) Hvis tyngdens komponent nedover langs skråplanet, $mg \sin \beta$, overstiger den maksimale statiske friksjonskraften $\mu_s N = \mu_s mg \cos \beta$, vil klossen gli. Maksimal vinkel β er derfor gitt ved $mg \sin \beta = \mu_s mg \cos \beta$, dvs $\beta = \arctan \mu_s = \arctan 0.45 = 24.2°$. Normalkraften er nå $N = mg \cos 24.2° = 3.1$ N. (Hvis resultatet hadde blitt større enn 45 grader, ville klossen ha veltet ved $\beta = 45°$. Men det skjer ikke her.)

C) 3.1 N

9) N2 gir $mg \sin \beta - \mu_k mg \cos \beta = ma$, dvs $a = g(\sin \beta - \mu_k \cos \beta)$, som med $\beta = 30°$ og $\mu_k = 0.35$ gir $a = 1.9$ m/s^2.

E) 1.9 m/s^2

10) Snora er stram, og snordraget S virker nedover langs skråplanet på den øverste klossen og oppover langs skråplanet på den nederste klossen. Newtons 2. lov (evt 1. lov) langs skråplanet gir dermed de to ligningene

$$\begin{aligned} S + mg \sin \beta - \mu_k mg \cos \beta &= ma = 0 \\ -S + mg \sin \beta &= ma = 0 \end{aligned}$$

Dvs $2mg \sin \beta = \mu_k mg \cos \beta$, dvs $\beta = \arctan \mu_k/2 = \arctan 0.175 = 10°$.

E) 10°

11) Fra formelarket har vi $mL^2/12$ for stanga. I tillegg kommer $m(L/2)^2 = mL^2/4$ for kula (punktmassen) i enden av stanga. Totalt: $mL^2/3 = 0.40 \cdot 0.60^2/3 = 0.048$ kg m^2.

B) 0.048 kg m^2

12) Total endring i potensiell energi, fra pendel rett opp til pendel rett ned, er $3mgL$ ($2mgL$ for kula og mgL for stanga). Vi har ren rotasjon om en fast akse gjennom A, slik at kinetisk energi kan skrives på formen $K = I_A \omega^2/2$, der I_A er systemets treghetsmoment mhp en akse gjennom akslingen (A). Med Steiners sats for stanga har vi $I_A = mL^2/12 + m(L/2)^2 + mL^2 = 4mL^2/3$ for stang og kule til sammen. Energibevarelse gir da $3mgL = 2mL^2\omega^2/3$, og dermed $\omega = \sqrt{9g/2L} = \sqrt{9 \cdot 9.81/1.20} = 8.6$ (radianer) pr sekund.

A) 8.6 s^{-1}

13) En fysisk pendel med treghetsmoment I som svinger med små utsving fra likevekt har svingetid $T = 2\pi/\sqrt{mgd/I}$, der d er avstanden fra akslingen til pendelens massesenter, her $d = L/2$. Stang uten kule i enden har treghetsmoment $mL^2/3$ mhp (A), slik at $T = 2\pi/\sqrt{3g/2L} = 1.3$ s.

C) 1.3 s

14) Energibevarelse, $5mgL = 5mv_0^2/2$, gir hastigheten til $5m$ rett før kollisjonen: $v_0 = \sqrt{2gL}$. Impulsbevarelse i den uelastiske kollisjonen, $5mv_0 = 6mv$, gir deretter kulenes felles hastighet v umiddelbart etter kollisjonen: $v = 5v_0/6 = 5\sqrt{2gL}/6 = 5\sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot 1.0}/6 = 3.7$ m/s.

D) 3.7 m/s

15) Uten friksjon mellom snor og trinse er trinsas funksjon kun å holde kulene oppe, samt å snu retningen på snora. Den tyngste kula (M) vil akselerere nedover, den letteste (m) oppover. Snordraget S virker oppover på begge kulene, tyngdekraften virker nedover på begge kulene. Dermed: $Mg - S = Ma$ og $S - mg = ma$. Vi legger disse to ligningene sammen for å eliminere S, og finner $a = g(M - m)/(M + m) = 9.81 \cdot 15/485 = 0.30$ m/s^2.

C) 0.30 m/s^2

16) $f = \omega/2\pi = \sqrt{k/m}/2\pi = \sqrt{0.19/16 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27}}/2\pi = 4.3 \cdot 10^{11}$ Hz $= 0.43$ THz.

B) 0.43 THz

17) $I_0 = 2m_O d_{C-O}^2 = 2 \cdot 16\text{u} \cdot 1.16^2$ Å$^2 = 43$ uÅ^2. (Det framgår av oppgaveteksten i nr 16 at et O–atom har masse 16u.)

A) 43 uÅ^2

18) $K = I_0\omega^2/2 = MR^2\omega^2/4 = 250 \cdot 0.33^2 \cdot (4400 \cdot 2\pi/60)^2/4 = 1.4 \cdot 10^6$ J $= 1.4$ MJ.

E) 1.4 MJ

19) Utsvingsamplituden avtar eksponentielt med tiden, $x_0 \exp(-\gamma t)$, der $\gamma = b/2m$. Med $x_0 = 3.5$ cm blir amplituden redusert til 1.0 cm etter en tid t bestemt av $\exp(-\gamma t) = 1/3.5$, dvs $\exp(\gamma t) = 3.5$, dvs $t = (\ln 3.5)/\gamma = (\ln 3.5) \cdot 2m/b = (\ln 3.5) \cdot 0.116/0.035 = 4.152$ s. Perioden er $T = 2\pi/\omega = 2\pi/\sqrt{k/m - b^2/4m^2} \simeq 2\pi/\sqrt{k/m} = 2\pi/\sqrt{14/0.058} = 0.404$ s. (Dempingen er svak.) Forholdet t/T blir da ca 10.28, dvs 10 hele perioder før amplituden er redusert til 1.0 cm.

D) 10

20) $Q = \omega/\Delta\omega \simeq \omega_0/2\gamma = \sqrt{k/m}/(b/m) = \sqrt{14/0.058}/(0.035/0.058) = 26$.

A) $Q = 26$

21) Kritisk demping betyr at $\gamma = \omega_0$, dvs $b/2m = \sqrt{k/m}$, dvs $m = b^2/4k = 0.035^2/56 = 2.2 \cdot 10^{-5}$ kg $= 22$ mg.

A) 22 mg

22) Steiners sats gir $I_A = I_0 + M(L/2)^2 = ML^2/3$ for stangas treghetsmoment om en akse gjennom feste-punktet A nede ved bakken. Stangas mekaniske energi er $E = U_0 = MgL/2$, lik potensiell energi for massen M i massesenterets høyde $L/2$ før stanga faller. Rett før den treffer bakken er $U_1 = 0$, mens kinetisk energi er $K_1 = I_A\omega^2/2 = ML^2\omega^2/6$. Energibevarelse gir da $\omega = \sqrt{3g/L}$, og hastigheten til stangas massesenter er $v = \omega L/2 = \sqrt{3gL/4} = \sqrt{3 \cdot 9.81 \cdot 7.0/4} = 7.2$ m/s.

C) 7.2 m/s

23) $\tau = Mg(L/2)\sin 45^\circ = MgL/2\sqrt{2} = 486$ Nm.

D) 486 Nm

24) Tyngdens akselerasjon er proporsjonal med planetens masse og omvendt proporsjonal med kvadratet av planetens radius, dvs omvendt proporsjonal med volumet opphøyd i 2/3. Dermed er tyngdens akselerasjon på Venus' overflate

$$g_{\mathrm{Venus}} = g \cdot 0.815/0.866^{2/3} = 0.90\,g.$$

C) $0.90\,g$

25) Her er det kun friksjonskreftene mellom bildekk og underlag som kan bidra til bilens akselerasjon. Vi har $f_{\max} = \mu_s N = \mu_s mg/6 = ma_{\max}$, med $\mu_s = 0.7$ og $g = 9.81$ m/s^2. Dette gir en maksimal akselerasjon $a_{\max} = \mu_s g/6 = 1.1$ m/s^2.

B) 1.1 m/s^2

26) $\lambda = 2\pi/k = 2\pi/45 = 0.14$ m $= 14$ cm.

E) 14 cm

27) $v = \lambda/T = \omega/k = 45/45 = 1.0$ m/s.

E) 1.0 m/s

28) $dy/dt = -\omega y_0 \cos(kx - \omega t)$, så strengelementenes maksimale transversale hastighet er $\omega y_0 = 45 \cdot 0.004 = 0.18$ m/s $= 18$ cm/s.

A) 18 cm/s

29) $S = \mu v^2 = \mu\lambda^2 f^2 = \mu \cdot 4L^2 \cdot f^2 = 0.78 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 0.648^2 \cdot 247^2 = 80$ N.

B) 80 N

30) Sirenens maksimale hastighet rett mot og rett fra deg er $2\pi r/T = 2 \cdot 3.14 \cdot 0.90/0.50 = 11.31$ m/s. Observert frekvens varierer dermed mellom $300 \cdot 340/(340 + 11.31) = 290$ Hz og $300 \cdot 340/(340 - 11.31) = 310$ Hz.

B) 290 og 310 Hz

31) Konstruktiv interferens når $d \sin\theta = n\lambda$, slik at diffraksjonsgitteret har spalteavstand $d = 500/\sin 50.0^\circ = 652.7$ nm. Dermed konstruktiv interferens med rødt laserlys i retninger gitt ved $\theta = \arcsin(n \cdot 632/652.7) = 0^\circ, \pm 75.5^\circ$.

E) $0^\circ, \pm 75.5^\circ$

32) Siden $I(r) \sim 1/r^2$, vil en firedobling av avstanden r gi en reduksjon i intensiteten I med en faktor 16. Dermed: $\beta(4r) = 10 \log I(r)/16 I_0 = 10 \log I(r)/I_0 - 10 \log 16 = \beta(r) - 12$ dB.

C) 12 dB

33) På dypt vann er $\omega = 2\pi/T = \sqrt{gk}$, så bølgelengden er her $\lambda = 2\pi/k = 2\pi/(4\pi^2/T^2 g) = T^2 g/2\pi = 81 \cdot 9.81/2\pi = 126.5$ m. Bølgetogets gruppefart er $v_g = d\omega/dk = \sqrt{g/k}/2 = \sqrt{g\lambda/8\pi} = \sqrt{9.81 \cdot 126.5/8\pi} = 7.0$ m/s.

D) 7.0 m/s

34) Her er vi på grunt vann, $D \ll \lambda$, slik at $\omega \simeq \sqrt{gD}k$. Fasefart og gruppefart er da like store, $v = \omega/k = \sqrt{gD} = 172$ m/s.

B) 172 m/s

35) Total energi i bølgepulsen er

$$E = \int dE = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(x) dx = \frac{4Sy_0^2}{a^4} \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-2x^2/a^2}\, dx.$$

For å få integralet på samme form som oppgitt i formelvedlegget substitueres $\beta = \sqrt{2}x/a$. Da er $x^2 dx = (a^3/2\sqrt{2})\beta^2 d\beta$, og

$$E = \frac{2Sy_0^2}{\sqrt{2}a} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2} = \frac{\sqrt{\pi}Sy_0^2}{\sqrt{2}a}.$$

Innsetting av tallverdier gir $E = 0.0026$ J $= 2.6$ mJ.
En mer kvalitativ løsning: E må være proporsjonal med S og y_0^2, basert på uttrykket for $\varepsilon(x)$. Av dimensjonsmessige grunner må da E også være proporsjonal med $1/a$. Den manglende tallfaktoren må være av størrelsesorden 1, slik at $E \simeq Sy_0^2/a = 25 \cdot 0.0025^2/0.075 = 0.0021$ J $= 2.1$ mJ. Bare alternativ A er i nærheten av dette.

A) 2.6 mJ

36) Forlengelsen er 12 μm pr meter og pr kelvin. Med en lengde 7.00 m og en temperaturøkning 50 K blir følgelig forlengelsen 12 μm $\cdot 350 = 4200$ μm $= 4.2$ mm.

B) 4.2 mm

37) Isoterm utvidelse fra a til b: $T_a = T_b$. Adiabatisk utvidelse fra b til c: $T_b > T_c$. Isobar kompresjon fra c til d: $T_c > T_d$. Isokor trykkøkning fra d til a: $T_a > T_d$. Alt i alt: $T_a = T_b > T_c > T_d$.

D) $T_a = T_b > T_c > T_d$

38) Carnot-prosessen består av to isotermer og to adiabater.

C) To isotermer og to adiabater.

39) Carnot-prosessen har maksimal teoretisk virkningsgrad.

A) Den har maksimal teoretisk virkningsgrad.

40) $W = 3 \cdot 4 = 12$ i enheten atm $\times$ L. Omregning til Pa $\times$ m^3, dvs J, gir ca 1.2 kJ.

C) 1.2 kJ

41) $P = jA = \kappa \Delta T A/L = 235 \cdot 80 \cdot 0.0010/1.50 = 12.53$ W. Dermed, i løpet av 60 sekunder: $Q = Pt = 12.53 \cdot 60 = 752$ J.

D) 752 J

42) U-verdi er definert ved sammenhengen $j = U(T_i - T_u)$, dvs U angir varmelekkasjen pr kvadratmeter og pr grad temperaturforskjell mellom inne og ute. Her har vi ganske enkelt $U = \kappa/L = 1.0/0.25 = 4.0$ W/m^2 K.

B) U = 4.0

43) Veggen er en seriekobling av 3 varmemotstander: P+M+P. Utregnet pr m^2 vegg, for 200 mm mineralull: $R_M = 0.200/0.035 = 5.714$ K/W. 12+18 = 30 mm panel: $R_P = 0.030/0.13 = 0.231$ K/W. Totalt: $R = 5.714 + 0.231 = 5.945$ K/W. Overført varmeeffekt pr m^2 vegg: $P = \Delta T/R = 20/5.945 = 3.4$ W.

E) 3.4 W

44) $\eta = W/Q = 1.7/6.5 = 0.26$.

B) 0.26

45) $P = 1700 \cdot 60 = 102000$ W = 102 kW.

A) 102 kW

46)

$$W = \int_{V_0}^{2V_0} p(V)\,dV = nRT_2 \ln 2 = 7.00 \cdot 8.314 \cdot 1400 \cdot \ln 2 = 56.5 \cdot 10^3\,\mathrm{J} = 56.5\,\mathrm{kJ}.$$

C) 56.5 kJ

47) $\eta = \eta_C = 1 - T_1/T_2 = 1 - 600/1400 = 0.57$.

C) 0.57

48) Gassen har maksimalt volum etter den adiabatiske utvidelsen (og avkjølingen) fra tilstanden med temperatur $T_2 = 1400$ K og volum $V_2 = 0.800$ m^3. I en adiabatisk prosess (med ideell gass) er $TV^{\gamma-1}$ en konstant. Dermed er $T_2 \cdot (2V_0)^{0.4} = T_1 \cdot V_{\mathrm{max}}^{0.4}$, eller

$$V_{\mathrm{max}} = 2V_0 \cdot (T_2/T_1)^{1/0.4} = 0.800 \cdot 2.33^{1/0.4} = 6.65\,\mathrm{m}^3.$$

D) 6.65 m^3

49) Vi har maksimalt trykk når volumet er 0.400 m^3 og temperaturen 1400 K: $p_{\mathrm{max}} = nRT_2/V_0 = 7.00 \cdot 8.314 \cdot 1400/0.400 = 2.04 \cdot 10^5$ Pa, eller 2.0 atm.

A) 2.0 atm

50) Vi kan ta utgangspunkt i den termodynamiske identitet, $TdS = dU + pdV$, som med $dU = 0$ langs en isoterm med ideell gass gir $dS = pdV/T = nRdV/V$. De adiabatiske delprosessene foregår uten utveksling av varme, og dermed uten entropiendring i gassen. Dermed:

$$\Delta S_2 = nR \ln 2 = 7.00 \cdot 8.314 \ln 2 = 40.3\,\mathrm{J/K}.$$

E) 40.3 J/K