*TFY4106 Fysikk Eksamen 15. august 2017*

Løsningsforslag

1)
$$m = \rho V = \rho A L = \rho \pi (d/2)^2 L = 10.5 \cdot 10^3 \cdot \pi \cdot (55 \cdot 10^{-9}/2)^2 \cdot 5.5 \cdot 10^8 = 1.4 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{kg} = 14\ \mathrm{g}$$

**A**

2) Med startposisjon $x = y = 0$ har vi ligningene for konstant akselerasjon: $x = v_x t = v_0 t \cos 30^\circ = (\sqrt{3}/2) v_0 t$ og $y = v_y t + at^2/2 = v_0 t \sin 30^\circ - gt^2/2 = v_0 t/2 - gt^2/2$. Kula lander ved $y = 0$, som gir landingstidspunktet $t = v_0/g$. Starthastigheten er da $v_0 = \sqrt{2xg/\sqrt{3}} = \sqrt{2 \cdot 30 \cdot 9.81/\sqrt{3}} = 18.4$ m/s, slik at kula lander etter $t = 18.4/9.81 = 1.9$ s.

**B**

3) Sinusfunksjonen kan ikke bli mindre enn $-1$, slik at maksimal hastighet er $4.5 \cdot 4/3 = 6.0$ m/s.

**C**

4) $a = dv/dt = -(v_0/3)\omega \cos \omega t$ som gir maksimal akselerasjon $v_0 \omega/3 = 0.15$ m/s$^2$.

**D**

5) Gjennomsnittshastigheten underveis er $v_0 = 4.5$ m/s. Perioden i fartsvariasjonen er $T = 2\pi/\omega = 20\pi = 62.8$ s. Avstanden fra en bakketopp til den neste er dermed $v_0 T = 283$ m $\simeq 0.28$ km.

**B**

6) Med gjennomsnittsfart 4.5 m/s tar det i overkant av 11 tusen sekunder å gå 50 km, dvs ca 3 timer.

**A**

7) Kinetisk energi = endring i potensiell energi: $(1/2)(m + 3m)v^2 = mgh$ gir $v = \sqrt{gh/2}$ **A**

8) Trinsa følger med bevegelsen, med vinkelhastighet $\omega = v/R$, og har kinetisk energi $I_0 \omega^2/2 = mR^2\,(v^2/R^2)/2 = mv^2/2$. Klossene har kinetisk energi (som over) $2mv^2$. Energibevarelse gir $\frac{5}{2}mv^2 = mgh$ og dermed $v = \sqrt{2gh/5}$.

**C**

9) Null nettokraft på tauelementet der snora fra loddet er festet. Dermed: $2S \sin 7^\circ = Mg$, dvs $M = 2 \cdot 282 \cdot 0.122/9.81 \simeq 7$ kg.

**E**

10) Newtons 1. lov vinkelrett på skråplanet gir normalkraft $N_1 = m_1 g \cos\alpha$ på kloss 1 og $N_2 = 3m_1 g \cos\alpha$ på kloss 2. Dermed er friksjonskraften fra underlaget $f_1 = \mu_1 N_1 = \mu m_1 g \cos\alpha$ på kloss 1 og $f_2 = \mu_2 N_2 = 3\mu m_1 g \cos\alpha$ på kloss 2. Tyngdekraftens komponent nedover langs skråplanet er $m_1 g \sin\alpha$ og $3m_1 g \sin\alpha$ på hhv kloss 1 og 2. Newtons 2. lov langs skråplanet blir dermed

$$4m_1 g \sin\alpha - 4\mu m_1 g \cos\alpha = 4m_1 a,$$

dvs $a = g(\sin 45^\circ - \mu \cos 45^\circ) = g(1-\mu)/\sqrt{2}$.

**D**

11) Her kan vi bruke bevaring av mekanisk energi til å finne farten $v$ i bunnpunktet $(0,0)$. Velger potensiell energi $U = 0$ i $y = 0$. Total mekanisk energi er da $E = mgh$, som gir $v = \sqrt{2gh}$ i posisjonen $(0,0)$. Her har tyngden ingen komponent parallelt med banen, så total akselerasjon er lik sentripetalakselerasjonen $v^2/h$ (der $h$ er sirkelbanens radius). Dermed: $a = 2gh/h = 2g$.

**E**

12) Med A som referansepunkt er dreieimpulsen bevart. Før kollisjonen har prosjektilet banedreieimpuls $mvL/2$. Etter kollisjonen har stang med prosjektil dreieimpuls $I_A \omega$. Her er $I_A = mL^2/4 + ML^2/3$. Umiddelbart etter kollisjonen er da vinkelhastigheten

$$\omega = \frac{mvL/2}{mL^2/4 + ML^2/3} = \frac{v/L}{1/2 + 2M/3m} = \frac{25.0}{0.5 + 500/7.5} = 0.37\ \mathrm{s}^{-1}.$$

**C**

13) Fra formelarket har vi at vinkelfrekvensen for harmoniske svingninger for en fysisk pendel med treghetsmoment $I_A$ og total masse $M+m$ er

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{(M+m)gd}{I_A}},$$

der $d$ er avstanden fra A til systemets massesenter. Her er $d = L/2$, som med $I_A = (m/4 + M/3)L^2$ gir

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{2L(m/4 + M/3)}{g(m+M)}}.$$

Innsetting av $m = 2.5$ g, $M = 250$ g og $L = 1.0$ m gir $T = 1.6$ s. (Prosjektilet har her så liten masse i forhold til stanga at det er praktisk talt uten betydning for svingetiden.)

**A**

14) For ei kompakt skive med masse $m$ og radius $r$ er $I_0 = mr^2/2 = 4.9 \cdot 10^{-5}$ kg m$^2$. Med et hull i midten må $I_0$ bli større enn dette, og da er bare E et mulig alternativ.
(Med litt regning: Taperullens treghetsmoment er lik differansen mellom treghetsmomentene til kompakte skiver med radius hhv $r$ og $r/3$ og masse hhv $9m/8$ og $m/8$: $I_0 = (9m/8)r^2/2 - (m/8)(r/3)^2/2 = 5mr^2/9$.)

**E**

15) $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}/\Delta t$. Her kan vi bruke $\Delta t = 1.368 - 1.351$ s, $1.368 - 1.335$ s eller $1.351 - 1.335$ s, med tilørende $\Delta x$ og $\Delta y$. Alle tre muligheter gir ca 2.7 m/s. (Hhv 2.65, 2.67 og 2.70.)

**C**

16) $\phi = \arctan(x/y) = \arctan(40.693/71.662) = 30°$.

**A**

17) Total energi er bevart, og er lik potensiell energi på toppen: $E = U(0) = mg(r+R)$. Ved vinkelen $\phi$, med ren rulling hele veien, er $U(\phi) = mg(r+R)\cos\phi$ og $K = K_{\text{rot}} + K_{\text{trans}} = m(c+1)V^2/2$. Vi setter $K = U(0) - U(\phi)$, løser mhp $V$ og finner $V = \sqrt{2g(r+R)(1-\cos\phi)/(c+1)}$. Siden $\omega = V/r$, er $\omega = \sqrt{2g(r+R)(1-\cos\phi)/(c+1)r^2}$.

**A**

18) Vi har $\sin 45° = \cos 45° = 1/\sqrt{2}$. N2 rotasjon (om kulas CM): $fr = I_0\alpha = (2mr^2/3)\cdot a/r$, dvs $f = 2ma/3$. N2 translasjon (av kulas CM): $mg/\sqrt{2} - f = ma$. Disse ligningene kombinert gir akselerasjon $a = 3g/5\sqrt{2}$. Maksimal friksjonskraft er $f = \mu N = \mu mg/\sqrt{2}$. Vi setter maksimal $f$ lik utregnet $f = 2ma/3$, setter inn utregnet verdi $a = 3g/5\sqrt{2}$, og finner minimal $\mu = 2/5$.

**B**

19) Kulas CM følger en sirkelbane med radius $R - r$, og har dermed akselerasjon $v^2/(R-r)$, med retning inn mot kuleskallets sentrum (sentripetalakselerasjon). N2 gir dermed $N - mg = mv^2/(R-r)$, dvs $N = mg + mv^2/(R-r) = 0.15 \cdot (9.81 + 0.59^2/0.08) = 2.1$ N.

**D**

20) N2: $F = dp/dt$, slik at bordtennisballens impulsendring i kollisjonen er

$$\Delta p = \int dp = \int F(t)dt.$$

Siden kollisjonen er elastisk, er ballens hastighet 15 m/s i motsatt retning etter kollisjonen. Da blir $\Delta p = m\Delta v = 0.0027 \cdot 30 = 0.081$ kg m/s. Integralet blir bredden ganget med halve høyden: $F_0\tau/2$, der $\tau = 0.008$ s. Følgelig er $F_0 = 0.081/0.004 = 20$ N.

**C**

21) Stangas CM er 7.5 cm til høyre for balansepunktet. Da må vi ha $10m = 7.5M$, dvs $m = 0.75M = 4.5$ kg.

**B**

22) Døra kan betraktes som mange tynne stenger, med masse $m$ og lengde $b$, som roterer om en akse A ved enden. Steiners sats gir da treghetsmoment $mb^2/3$ for hver stang, og i alt $I_A = Mb^2/3$ for hele døra.

**D**

23) N2 for rotasjon om A: $\tau_A = I_A\alpha$. Her er dreiemomentet konstant, $\tau_A = Fb = 21.75$ Nm, slik at vinkelakselerasjonen $\alpha = \tau_A/I_A = 9.3/10 = 0.62$ s$^{-2}$ er konstant. Fra $\omega = d\phi/dt$ og $\alpha = d\omega/dt$ har vi da

$\omega(t) = \alpha t$ og $\phi(t) = \alpha t^2/2$. Vi skal finne tiden $t$ som tilsvarer vinkelen $\phi = \pi$: $t = \sqrt{2\phi/\alpha} = \sqrt{2\pi/0.62} = 3.2$ s.

**B**

24) Bevegelse oppover dersom friksjonskraften $f = \mu N = \mu mg\cos\theta$ er større enn tyngdens komponent nedover langs skråplanet, $mg\sin\theta$. Dermed blir betingelsen $\mu > \tan\theta = \tan 20° = 0.36$.

**E**

25) Bruker karusellens sentrum (aksling) som referansepunkt. Dreieimpuls før innhoppet: $mvR$. Dreieimpuls etter innhoppet: $I\omega$, med totalt treghetsmoment $I = MR^2/2 + mR^2$. Dermed:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi(M/2+m)R^2}{mvR} = \frac{\pi R(2+M/m)}{v}.$$

**C**

26)

$$\omega = 2\pi f = 1257\ \mathrm{s}^{-1} \quad , \quad k = 2\pi/\lambda = 31.4\ \mathrm{m}^{-1} \ \Rightarrow \ y(x,t) = 0.020\cos(31.4x + 1257t)$$

**D**

27)

$$v = \lambda f = 0.20 \cdot 200 = 40\ \mathrm{m/s}$$

**D**

28)

$$\dot{y} = -1257 \cdot 0.020\cos(31.4x + 1257t) \ \Rightarrow \ |\dot{y}|_{\max} = 25\ \mathrm{m/s}$$

**C**

29) Utsvingsamplituden har nullpunkt i lukket ende og buk i åpen ende. (Omvendt for trykkamplituden.) Da er bølgelengden for de 4 stående bølgene med lengst bølgelengde hhv (med $L$ = rørets lengde) $4L$, $4L/3$, $4L/5$ og $4L/7$, dvs resonansfrekvenser $v/4L$, $3v/4L$, $5v/4L$ og $7v/4L$. Dermed 175, 525, 875, 1225, 1575 Hz etc, og 350 Hz er ikke en av disse.

**A**

30)

$$f_o^{\pm} = \frac{v}{v \pm v_s} f_s \ \Rightarrow \ldots \Rightarrow \ v_s = \frac{f_o^+ - f_o^-}{f_o^+ + f_o^-} v = \frac{892 - 725}{892 + 725} \cdot 340 = 35.11\ \mathrm{m/s}$$

slik at $f_s = 725 \cdot (340 + 35.11)/340 = 800$ Hz. (Evt $892 \cdot (340 - 35.11)/340 = 800$ Hz.)

**D**

31)

$$v = \sqrt{\gamma k_B T/m} = \sqrt{1.4 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 573.15/29 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27}} = 480\ \mathrm{m/s}$$

**A**

32)

$$\begin{aligned} I_{12}/I_{50} &= (50/12)^2 = 17.36 \\ \Rightarrow \beta_{12} &= 10\log(I_{12}/I_0) = 10\log(17.36 I_{50}/I_0) \\ &= 10\log 17.36 + 10\log(I_{50}/I_0) = 10 \cdot 1.24 + \beta_{50} \\ &= 12.4 + 53 \simeq 65 \end{aligned}$$

**D**

33)

$$\theta = \arctan(127/250) = 26.93° \ \Rightarrow \ \lambda = d\sin\theta = \frac{1}{900} \cdot 10^{-3} \cdot \sin 26.93° = 503\ \mathrm{nm}$$

**E**

34)

$$\omega = \sqrt{gk} \ \Rightarrow \ v_g = d\omega/dk = \sqrt{g/4k} = \sqrt{g\lambda/8\pi} = \sqrt{9.81 \cdot 7/8\pi} = 1.65\ \mathrm{m/s}$$

slik at

$$t = s/v_g = 3000/1.65 = 1815 \text{ s} = 30 \text{ minutter}$$

**E**
35)

$$\lambda \gg D \;\Rightarrow\; \omega = \sqrt{gk \cdot kD} = \sqrt{gD}k = vk \;\Rightarrow\; D = v^2/g = (310/3.6)^2/9.81 = 756 \simeq 750 \text{ m}$$

**B**
36)

$$\Delta L = \alpha L \Delta T = 1.1 \cdot 10^{-4} \cdot 20.0 \cdot 216 \simeq 0.5 \text{ mm}$$

**B**
37) Dette er en reversibel Carnot-prosess (som kjøres "mot klokka" i et $pV$-diagram, siden det er snakk om en varmepumpe). Med ideell gass er $U = U(T)$, og temperaturen i gassen avtar ved adiabatisk utvidelse og øker ved adiabatisk kompresjon. Dermed:

$$\Delta U_1 = 0, \Delta U_2 > 0, \Delta U_3 = 0, \Delta U_4 < 0$$

**B**
38) Positivt arbeid utført *av* gassen ved utvidelse, negativt ved kompresjon:

$$W_1 > 0, W_2 < 0, W_3 < 0, W_4 > 0$$

**C**
39) $Q = W$ i isoterm prosess, $Q = 0$ i adiabatisk prosess:

$$Q_1 > 0, Q_2 = 0, Q_3 < 0, Q_4 = 0$$

**D**
40)

$$\varepsilon_V = |Q_3/W| = |Q_3/(Q_3 + Q_1)| = |Q_3/(Q_3 - Q_3 T_1/T_3)| = T_3/(T_3 - T_1) = 293/15 = 19.5 \simeq 20$$

**A**
41) $C/N \sim k_B \sim 10^{-23}$ J/K
**B**
42)

$$T_0 V_0^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1} \;\Rightarrow\; T_1 = T_0 (V_0/V_1)^{\gamma-1} = 293 \cdot 3^{0.4} = 455 \text{ K} = 182^\circ\text{C}$$

**C**
43)

$$\beta = (1/V)(\partial V/\partial T)_p = (1/V)(nR/p) = 1/T = 3.4 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

**C**
44)

$$p_d = 612 \exp(45000 \cdot (273.16^{-1} - 298.15^{-1})/8.314) = 3221 \text{ Pa}$$

**B**
45)

$$P = jA = \kappa \Delta T A/L = 0.12 \cdot 30 \cdot 10/0.25 = 144 \text{ W}$$

**C**
46)

$$P = \Delta T / \sum_j (L_j/\kappa_j A) = 30/(0.05/0.12 \cdot 10 + 0.20/0.035 \cdot 10) = 49 \text{ W}$$

**E**
47)

$$n = pV/RT = 1.00 \cdot 10^5 \cdot 4.00 \cdot 10^{-3}/8.314 \cdot 295 = 0.163 \text{ mol}$$

**E**

48)

$$\Delta S = -6.6 \text{ kJ}/450 \text{ K} + 6.6 \text{ kJ}/300 \text{ K} = 7.3 \cdot 10^{-3} \text{ kJ/K} = 7.3 \text{ J/K}$$

**E**

49)

$$\Delta S = Q/T = ml/T = -6.0 \cdot 335/273.15 = -7.3 \text{ J/K}$$

**A**

50) Tyngden pr flateenhet av 40 m dypt vann er

$$Mg/A = \rho ghA/A = \rho gh = 1000 \cdot 40 \cdot 10 = 4 \cdot 10^5,$$

som blir trykkøkningen i SI-enheten Pa, fra overflaten og ned til dybde 40 m. Dvs, en trykkøkning på ca 4 atm, og dermed et trykk på ca 5 atm.

**D**