TFY4106 Fysikk Løsningsforslag til Eksamen 2. juni 2018

1) D:

$$\rho = m/V = m/(4\pi r^3/3) = m/(\pi d^3/6) = 6 \cdot 30.0/\pi \cdot 2.00^3 = 7.16\,\mathrm{g/cm^3}$$

2) E:

$$\Delta\rho/\rho = \sqrt{(\Delta m/m)^2 + (-3\Delta d/d)^2} = \sqrt{(0.1/30)^2 + (0.3/20)^2} = 0.015 = 1.5\%$$

3) B:

$$\Delta U = mg\Delta y = mgy_0(e^{-\gamma\pi/k} - 1)$$

$$K_{\mathrm{max}} = \frac{1}{2}m(1+2/5)v_{\mathrm{max}}^2 = -\Delta U \;\Rightarrow\; v_{\mathrm{max}} = \sqrt{-2g\Delta y/1.4} = 1.3\,\mathrm{m/s}$$

4) A: Brattest i $kx \simeq \pi/2$, med helningsvinkel gitt ved $\tan\theta = dy/dx$. Her er

$$dy/dx = y_0 e^{-\gamma x}(-\gamma\cos kx - k\sin kx),$$

som i $kx = \pi/2$ er (med god tilnærmelse)

$$|dy/dx|_{\mathrm{max}} = ky_0 e^{-\gamma\pi/2k} = 0.581.$$

Det gir en maksimal helningsvinkel $\theta_{\mathrm{max}} = \arctan 0.581 = 30^\circ$.

5) B: Kulas massesenter følger en krum bane med krumningsradius $r+\rho$, der ρ er underlagets lokale krumningsradius. På en bakketopp er $dy/dx = 0$ slik at $\rho = |1/d^2y/dx^2| \simeq 1/(k^2 - \gamma^2)y_0\exp(-\gamma\cdot 2\pi/k) = 0.189$ m. Ved $kx = 2\pi$ er

$$v^2 = \frac{2gy_0}{1+2/5}\left(1 - e^{-2\pi\gamma/k}\right) = 0.0993\,(\mathrm{m/s})^2.$$

Kulas radius er $r = 0.010$ m, slik at (sentripetal-)akselerasjonen på bakketoppen er $a = v^2/(r+\rho) = 0.499$ m/s^2, med retning nedover. Normalkraften er dermed $N = mg - ma = m(g-a) = 0.28$ N. Siden hastigheten, og dermed sentripetalakselerasjonen er forholdsvis liten, er normalkraften her omtrent lik kulas tyngde, $mg = 0.29$ N.

6) A: N2 translasjon: $mg\sin\theta - f = ma$. N2 rotasjon om CM: $fr = I_0 a/r = 2mar/5$, dvs $f = 2ma/5$, som innsatt i N2 for translasjon gir $mg\sin\theta = 7ma/5$, dvs $a = (5g/7)\sin\theta$. I $x = 0$ er $\sin\theta \simeq \tan\theta = |dy/dx| = \gamma y_0 = 0.012$, slik at $a = 5\cdot 9.81\cdot 0.012/7 = 0.084$ m/s^2 = 8.4 cm/s^2.

7) D: $L = mrv + I_0\omega = mrv + 2mrv/5 = 7mrv/5 \simeq 3.9$ kg cm^2/s.

8) C: N2 gir $a = F/m =$ konstant og dermed v proporsjonal med t.

9) E: Energibevarelse gir $kx^2/2 = mv^2/2$, dvs $k = mv^2/x^2 = 163$ N/m.

10) B: Kula starter i høyde $L\cos 60^\circ = L/2$ over banens bunnpunkt. Energibevarelse gir da $mv^2/2 = mgL/2$, dvs $v^2/L = g$. N2: $S - mg = ma = mv^2/L = mg$, dvs $S = 2mg = 0.98$ N.

11) E: Ytre kraft er mg og total masse er $4m$ slik at massenes akselerasjon er $a = g/4$. Med null starthastighet er $s = at^2/2$, dvs $t = \sqrt{2s/a} = \sqrt{8s/g} = 0.9$ s.

12) B: N2 for m: $S - \mu mg = ma$. N2 for $3m$: $3mg - S = 3ma$. Addisjon av disse to gir $a = (3-\mu)g/4$, som innsatt i en av ligningene gir $S = 3(\mu+1)mg/4$, som med $\mu = 1.0$ og $m = 1.0$ kg gir $S = 15$ N.

13) C: Like før klossene begynner å gli er $S = f_{\mathrm{max,B}} = \mu mg = 0.55 \cdot 4.0 \cdot 9.81 = 22$ N.

14) A: Like før klossene begynner å gli er $F = f_{\mathrm{max,A}} + S + f_{\mathrm{max,B}} = 2\mu mg + \mu mg + \mu mg = 4\mu mg = 86$ N.

15) C: $a = v^2/r = (12/3.6)^2/0.26 = 43$ m/s^2.

16) E: N1: $mg = Dv^2$ som gir $D = mg/v^2 = 0.0027 \cdot 9.81/4.00 = 0.0066$ kg/m $= 6.6$ g/m.

17) C: $\Delta v = (1/3)\cdot\sqrt{11^2 + 39^2 + 21^2 + 23^2 + 3^2 + 6^2 + 16^2 + 6^2 + 8^2 + 31^2} = 21$ cm/s.

18) A: $t = \Delta K/P = K_0/P = mv^2/2P = 2100 \cdot 400/2 \cdot 300 \cdot 10^3 = 1.4$ s.

19) B: $P = dK/dt = d(mv^2/2)/dt = mv\,dv/dt = mva$, dvs $a = P/mv$. Vi må finne v etter 10 sekunder:

$$\begin{aligned} v\,dv &= P dt/m \\ \int_{v_0}^{v} v\,dv &= (P/m)\int_0^t dt \\ v^2/2 - v_0^2/2 &= Pt/m \\ v(t) &= \sqrt{v_0^2 + 2Pt/m} \end{aligned}$$

Det gir $a(10) = P/mv(10) = 3 \cdot 10^5/2100\sqrt{400 + 2 \cdot 3 \cdot 10^5 \cdot 10/2100} = 2.5$ m/s^2.

20) D: $\Delta p = 2mv = \int F(t)dt$. Integralet er her

$$F_0 \int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2/\tau^2}\, dt = F_0 \tau \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = F_0 \tau \sqrt{\pi},$$

slik at

$$F_0 = \frac{2mv}{\sqrt{\pi}} = 1523\,\mathrm{N} \simeq 1.5\,\mathrm{kN}.$$

21) E: Mest effektivt å dytte vinkelrett og ytterst på døra (bredde b og masse m). N2 for rotasjon ($\tau = I\ddot{\theta}$) om hengslingsaksen gir, med $\tau = bF$ og $I = mb^2/3$, $\ddot{\theta} = 3F/mb$. To gangers integrasjon gir $\theta = 3Ft^2/2mb$ slik at $F = 2mb\theta/3t^2 = 2 \cdot 50 \cdot (\pi/2)/3 \cdot 4 = 13$ N.

22) B: Anta f eks at klossen er trukket en liten lengde x mot høyre. Da vil begge fjærer virke på klossen med krefter mot venstre, henholdsvis $-k_1 x$ og $-k_2 x$. N2 gir da $-(k_1 + k_2)x = m\ddot{x}$ eller $\ddot{x} + (k_1 + k_2)x/m = 0$. Dette er en enkel harmonisk oscillator med vinkelfrekvens $\omega = \sqrt{(k_1 + k_2)/m}$, og dermed svingetid $T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{m/(k_1 + k_2)} = 0.20$ s.

23) C: Energibevarelse, $mgh = mv^2/2$, med $h = L(1 - \cos\theta)$ gir $v = \sqrt{2gL(1 - cos\theta)} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot 25 \cdot (1 - \cos 2^\circ)} = 0.55$ m/s $= 55$ cm/s.

24) E: Vinkelamplituden avtar eksponentielt med tiden:

$$\theta(t) = \theta(0)e^{-bt/2m} \quad \Rightarrow \quad t = \frac{2m\ln(\theta(0)/\theta(t))}{b} = \frac{2 \cdot 40 \cdot \ln 2}{0.0075} = 7394\,\mathrm{s} \simeq 2\,\mathrm{timer}.$$

25) B: $T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{L/g}$ slik at $L = gT^2/4\pi^2 = 9.81 \cdot 16.4^2/4\pi^2 = 67$ m.

26) B: $v = \omega/k = 470/9.4 = 50$ m/s.

27) A: $v_y^{\max} = \omega y_0 = 470 \cdot 0.0030 = 1.4$ m/s.

28) E: $v = \sqrt{S/\mu} = \sqrt{SL/m}$ slik at $S = mv^2/L = 125 \cdot 10^{-6} \cdot 433^2/0.328 = 71.5\,\mathrm{N}$.

29) C: $v = \lambda f$. Grunntonen: $\lambda = 2L$. Dermed: $f = v/2L = 433/0.656 = 660$ Hz.

30) D: $\beta = 10\log(I/I_0)$ og $I = P/A$. Dermed: $P = IA = I_0 A 10^{\beta/10} = 6.5 \cdot 10^{-12.6}\,\mathrm{W} = 1.6\,\mathrm{pW}$.

31) D: Grunntonen med en lukket og en åpen ende har $\lambda = 4L$. Dermed: $f = v/\lambda \simeq 340/4 \cdot 28 \cdot 10^{-3} \simeq 3\,\mathrm{kHz}$.

32) A: Med både lydkilde og observatør i ro er det ingen relativhastighet og dermed heller ikke noe dopplerskift. Du hører frekvensen 735 Hz.

33) C: Grunntonens bølgelengde påvirkes ikke av temperaturen, slik at frekvensforholdet ved $+25$ og -25 grader celsius tilsvarer forholdet mellom lydhastigheten i luft ved de to temperaturene. Lydhastigheten i luft er proporsjonal med $\sqrt{T}$, der T er absolutt temperatur. Dermed: $f_1/f_0 = \sqrt{298/248} = 1.10$, dvs en økning med 10%.

34) A: På dypt vann har vi dispersjonsrelasjonen $\omega(k) = \sqrt{gk}$. Kombinert med $\omega = 2\pi/T$ og $k = 2\pi/\lambda$ finner vi $\lambda = gT^2/2\pi$, som med periode $T = 1.7$ s gir $\lambda = 4.5$ m.

35) A: $\omega \simeq \sqrt{gDk^2}$ slik at $v = v_g = \sqrt{gD} \simeq 0.24\,\mathrm{km/s}$.

36) D: $\beta = (1/V)\Delta V/\Delta T$ og $\Delta h = \Delta V/A$. Dette gir $\Delta h = \beta V \Delta T/A = 0.001 \cdot 5 \cdot 10^{-6} \cdot 3/10^{-6} = 0.015\,\mathrm{m}$, dvs 15 mm.

37) D: $N = pV/k_BT = 0.5 \cdot 10^{-3}/1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 298 = 1.2 \cdot 10^{17}$.

38) A: $k_BT/2$ pr kvadratiske frihetsgrad. 3 bidrag fra translasjon, 2 bidrag fra rotasjon, dermed er $\langle K_{\mathrm{trans}}\rangle/\langle K_{\mathrm{rot}}\rangle = 3/2 = 1.5$.

39) C: $\langle K_{\mathrm{trans}}\rangle = m\langle v^2\rangle/2 = 3k_BT/2$. Dermed: $v_{\mathrm{rms}} = \sqrt{3k_BT/m} = 1363\,\mathrm{m/s} = 1.36\,\mathrm{km/s}$.

40) D: Setter $p = p_t \exp((l/R)(1/T_t - 1/T))$ med $p = 1.013 \cdot 10^5$ Pa og gitte verdier for p_t og T_t. Dette løses mhp T: $T = (1/T_t + (R/l)\ln(p_t/p))^{-1} = 194\,\mathrm{K} = -79°\mathrm{C}$.

41) B: Vannets partialtrykk i badstua: $p = 612\exp((45000/8.314)\cdot(1/273.16 - 1/363.15)) = 83023\,\mathrm{Pa}$. Vannmengde i lufta: $M = mn = 0.018 \cdot 83023 \cdot 10/8.314 \cdot 363.15 = 4.9 \simeq 5\,\mathrm{kg}$.

42) C: Med så stor forskjell på svaralternativene sjekker vi først innsparing uten å ta hensyn til panellagene. (Eksakt"innsparing blir noe mindre enn dette.) Effekttap med 10 cm glava (pr kvadratmeter): $P(10) = 1 \cdot 0.035 \cdot 15/0.10 = 5.25$ W.
Effekttap med 20 cm glava (pr kvadratmeter): $P(20) = 1 \cdot 0.035 \cdot 15/0.20 = 2.625$ W.
Et år er $24 \cdot 365 = 8760$ timer. Sparer dermed $2.625 \cdot 8.760 = 23$ kWh, dvs 23 kr. Rett svar er dermed 18 kr.

43) E: $P = jA = \sigma(T_2^4 - T_1^4) \cdot \pi \cdot d \cdot h$. Med $T_2 = 360$ K, $T_1 = 300$ K,

$d = 0.080$ m og $h = 0.20$ m blir $P = 25$ W.

44) C: $W_S < W_T < W_p$ fordi isobar er horisontal og adiabat er brattere enn isoterm.

45) E: $W_T = nRT \ln 5 = p_0 V_0 \ln 5 = 72$ kJ.

46) A: $W = Q_2 + Q_1 = 64 - 42 = 22$ kJ. Da er $\eta = W/Q_2 = 22/64 = 0.34 = 34\%$.

47) D: $TdS = dU + pdV$, $dU = 0$ siden $dT = 0$ (ideell gass). Dermed er, med $pV = nRT$, $dS = (p/T)dV = (nR/V)dV$ som vi integrerer og finner $\Delta S = nR \ln 8$. Endringen i S pr mol er derfor $\Delta S/n = R \ln 8 = 17$ J/K.

48) C: $p_0 T_0^{-\gamma/(\gamma-1)} = p_1 T_1^{-\gamma/(\gamma-1)}$. Her er $\gamma = 7/5$ slik at $\gamma/(\gamma - 1) = 3.5$ og vi finner $p_1 = p_0 (T_1/T_0)^{3.5} = 1\,\text{atm} \cdot (506/295)^{3.5} = 6.6\,\text{atm}$.

49) A: Her er $C_V = 5nR/2$ og $C_p = 7nR/2$. Lavt og høyt trykk er hhv p_1 og $3p_1$, mens lite og stort volum er hhv V_1 og $3V_1$. Laveste temperatur (ved lavt trykk og lite volum) er $T_1 = p_1 V_1/nR$. Høyeste temperatur (ved høyt trykk og stort volum) er $T_3 = 9T_1$. Temperatur ved høyt trykk og lite volum, og omvendt, er $T_2 = 3T_1$. Tilført varme er da: $Q_2 = C_V(T_2 - T_1) + C_p(T_3 - T_2) = (5/2) \cdot 2p_1V_1 + (7/2) \cdot 6p_1V_1 = 26p_1V_1$. Utført arbeid er omsluttet areal: $W = 2p_1 \cdot 2V_1 = 4p_1V_1$. Virkningsgrad: $\eta = W/Q_2 = 4/26 = 2/13$, som er ca 15%.

50) D: $\varepsilon_c = |Q_2/W| = |Q_2/(Q_2 + Q_1)| = |1/(1 + Q_1/Q_2)| = T_2/(T_2 - T_1) = 295/14 = 21$.