TFY4106 Fysikk Eksamen 17. august 2018

Løsningsforslag

1) C:

$$V = 4\pi r^3/3 = 5.575\,\mathrm{cm}^3$$

For å anslå usikkerheten i V kan vi regne ut V med radius hhv 11.1 og 10.9 mm. Dette gir hhv 5.729 og 5.425 cm^3, så vi ser at usikkerheten i V er ca 0.15 cm^3. Alternativt, og litt raskere, kan vi si at

$$\Delta V/V = 3\Delta r/r \quad \Rightarrow \quad \Delta V = 3V\Delta r/r \simeq 0.15\ \mathrm{cm}^3$$

2) E:

$$\rho = m/V5 = 7.86\ \mathrm{g/cm}^3$$

3) A:

$$I_0 = 2mr^2/5 = 21.2\ \mathrm{g\,cm}^2$$

4) D:

$$K = mv^2/2 + I_0\omega^2/2 = 7mv^2/10$$

$$|\Delta U| = K \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{10gy_0/7} = 0.84\,\mathrm{m/s}$$

5) B: Brattest i $x = \pm L$, med helningsvinkel gitt ved $\tan\theta = dy/dx$. Her er

$$dy/dx = 4y_0x^3/L^4,$$

som i $x = L$ er

$$|dy/dx|_{\max} = 4y_0/L = 0.4.$$

Det gir en maksimal helningsvinkel $\theta_{\max} = \arctan 0.4 = 22°$.

6) A: Siden $y = 0$ i $x = 0$, er banen flat, uten krumning i bunnen. Dermed er $a = 0$ her, og $N = mg = 0.43$ N.

7) C: N2 translasjon: $mg\sin\theta - f = ma$. N2 rotasjon om CM: $fr = I_0a/r = 2mar/5$, dvs $f = 2ma/5$, som innsatt i N2 for translasjon gir $mg\sin\theta = 7ma/5$, dvs $a = (5g/7)\sin\theta$. I $x = -L$ er $\theta = 21.8$ grader, slik at $a = 2.6$ m/s^2.

8) E: $P = dK/dt =$ konstant, dvs $P = Fv = mav =$ konstant. Med konstant masse m og jevnt økende kinetisk energi K må det bety at farten v øker mens akselerasjonen a avtar med tiden t. Dermed er verken A, B, C eller D riktig.

9) A: Energibevarelse gir $kx^2/2 = mv^2/2$, dvs $v = \sqrt{kx^2/m} = 0.267$ m/s.

10) C: Kula starter i høyde $L - L\cos 60^\circ = L/2$ over banens bunnpunkt. Energibevarelse gir da $mv^2/2 = mgL/2$, dvs $a = v^2/L = g = 9.8$ m/s^2 i det kula passerer banens laveste punkt.

11) B: N2 for klossen på bordet: $S = 3ma$. N2 for klossen utenfor bordet: $mg - S = ma$. Eliminerer a og finner $S = 3mg/4 = 1.8$ N.

12) B: Ombytte av massene gir ligningene $S = ma$ og $3mg - S = 3ma$. Eliminerer a og finner også her $S = 3mg/4 = 1.8$ N. (Men merk at her blir a tre ganger så stor som i forrige oppgave, siden den ytre akselererende kraften er $3mg$ mot mg i forrige oppgave.)

13) E: N2 for kloss A: $F - S - \mu mg - 2\mu mg = ma$. N2 for kloss B: $S - \mu mg = ma$. Addisjon av disse to ligningene gir $F - 4\mu mg = 2ma$, dvs $a = F/2m - 2\mu g = 10$ m/s^2.

14) A: Bilens akselerasjon er v^2/r slik at nettokraften er $F = mv^2/r$. Her er $r = 200/2\pi$ m, $v = 60/3.6$ m/s og $m = 1150$ kg, slik at $F = 10$ kN.

15) B: $mg = Dv_t^2$ slik at $v_t = \sqrt{mg/D} = 5.6$ m/s.

16) A: $P = dK/dt$ som med konstant effekt P gir $\Delta t = \Delta K/P$. Her er $\Delta K = 2K_0 = mv_0^2 = 150 \cdot 15^2 = 33750$ J, slik at $\Delta t = 33750/60000 = 0.56$ s.

17) E: $K_f = K_i + P\Delta t_f = 16875 + 60000 \cdot 2 = 136875$ J, slik at $v_f = \sqrt{2K_f/m} = 42.7$ m/s $= 154$ km/h.

18) C:

$$\tau = I\ddot{\theta} \quad \Rightarrow \quad bF = mb^2\ddot{\theta}/3 \quad \Rightarrow \quad \theta(t) = 3Ft^2/2mb \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{2mb\theta/3F} = 4\,\mathrm{s}$$

19) A: Anta f eks at klossen er trukket en liten lengde x mot høyre. Da vil begge fjærer virke på klossen med krefter mot venstre, henholdsvis $-k_1x$ og $-k_2x$. N2 gir da $-(k_1 + k_2)x = m\ddot{x}$ eller $\ddot{x} + (k_1 + k_2)x/m = 0$. Dette er en enkel harmonisk oscillator med vinkelfrekvens $\omega = \sqrt{(k_1 + k_2)/m}$, og dermed frekvens $f = \omega/2\pi = \sqrt{(k_1 + k_2)/m}/2\pi = 5.6$ Hz.

20) B: $N = t/T = t/(2\pi\sqrt{L/g}) = 45 \cdot 60/(2\pi\sqrt{25/9.81}) = 269$

21) C: Vinkelamplituden avtar eksponentielt med tiden:

$$\theta(t) = \theta(0)e^{-bt/2m},$$

som med tallverdiene $t = 3600$ s, $m = 40$ kg og $b = 0.0075$ kg/s gir $\theta(3600)/\theta(0) = \exp(-0.3375) = 0.71$, dvs en reduksjon på 29%.

22) C: Eksakt forflytning er $s(t_4) = v_0 t_4 + a t_4^2/2 = 0.1181$ m. Numerisk beregner vi steg for steg. I hvert tidssteg er fartsendringen like stor, da akselerasjonen er konstant: $\Delta v = a\Delta t = (9.81/2) \cdot 0.05 = 0.24525$ m/s.
$s_1 = s_0 + v_0 \Delta t = 0.1 \cdot 0.05 = 0.005$ m
$v_1 = v_0 + \Delta v = 0.1 + 0.24525 = 0.34525$ m/s
$s_2 = s_1 + v_1 \Delta t = 0.005 + 0.34525 \cdot 0.05 = 0.0222625$ m
$v_2 = v_1 + \Delta v = 0.34525 + 0.24525 = 0.59050$ m/s
$s_3 = s_2 + v_2 \Delta t = 0.0222625 + 0.59050 \cdot 0.05 = 0.0517875$ m
$v_3 = v_2 + \Delta v = 0.59050 + 0.24525 = 0.83575$ m/s
$s_4 = s_3 + v_3 \Delta t = 0.0517875 + 0.83575 \cdot 0.05 = 0.093575$ m
Feil i s_4: $0.1181 - 0.093575 = 0.024525$ m $= 25$ mm.
Litt mindre tallregning hvis en først innser at $s_4 = 4v_0\Delta t + 6a(\Delta t)^2$.

23) D: Feilen i f eks s_4 er

$$|s(t_4) - s_4| = 2g(\Delta t)^2 \sin\beta \sim (\Delta t)^2$$

Her kan det bemerkes at et kortere tidssteg også medfører at man trenger flere tidssteg for å beregne forflytningen i et gitt tidsrom. Men dette antallet øker *lineært* med $1/\Delta t$, slik at alt i alt blir beregningen mer nøyaktig med et kortere tidssteg.

24) C: Vi ser at systemet har null total impuls. Fellesfarten for de to klossene etter kollisjonen er derfor null, slik at hele den opprinnelige kinetiske energien $3mv^2$ tapes.

25) E: For å bevare total impuls (lik null) og total kinetisk energi (lik $3mv^2$) er eneste mulighet at begge klossene ganske enkelt reverserer sine hastigheter. Dvs, klossen med masse $2m$ har hastighet v mot høyre etter kollisjonen.

26) D: $v = \sqrt{S/\mu} = 32$ m/s

27) B: $\dot{y}_{\max} = y_0\omega = 14$ cm/s

28) E: $f = v/\lambda = \sqrt{S/\mu}/2L$ slik at $S = 4mLf^2 = 95.5$ N

29) A: Plan bølge i xy-planet:

$$\xi(x,y,t) = \xi_0 \sin(k_x x + k_y y - \omega t) \quad ; \quad \boldsymbol{k} = k_x \hat{x} + k_y \hat{y}$$

Her er $k_x = \pi/8$ og $k_y = \pi/4$, begge i enheten 1/m, slik at $k = 0.2795\pi = 0.8781$ m^{-1}. Dermed er $\lambda = 2\pi/k = 7.2$ m

30) C: $P = IA$ med $I = I_0 \cdot 10^{\beta/10} = 10^{-3}$ W/m^2. Med $A = 70 \cdot 10^{-6}$ m^2 blir da $P = 70$ nW

31) C: Minste frekvens: $340/2 \cdot 4.35 = 39$ Hz. Største frekvens: $340/2 \cdot 1.63 = 104$ Hz.

32) B: $v = a\sqrt{T}$ slik at $\Delta v/v = (1/2)\Delta T/T = 0.029$ dvs ca 3%.

33) B: Dypt vann og ikke veldig korte λ betyr at $\omega(k) \simeq \sqrt{gk}$ slik at gruppehastigheten er $v_g = d\omega/dk = \sqrt{g\lambda/8\pi} = 2.794$ m/s. Da tar det en tid $5000/2.794 = 1790$ sekunder inn til land, dvs ca en halvtime.

34) E: For kulebølge har vi at $I(r) \sim r^{-2}$. Siden $I \sim (\Delta p)_0^2$ må vi da ha $(\Delta p)_0 \sim r^{-1}$. Dvs, $n = 1$.

35) C: Figuren manglet til eksamen, så alle får poeng på denne. Hadde figuren vært der, hadde en lett sett at posisjon og hastighet begge er positive ved $t = 0$, slik at C blir rett svar.

36) E: I en isobar reversibel prosess i en ideell gass endres T og V. Da endres U, og det gjøres arbeid, dvs $dU \neq 0$ og $dW \neq 0$. Hvis V øker, er $dU > 0$ og $dW > 0$, dvs $dQ = dU + dW > 0$ og $dQ > dW$. Da er det klart at verken A, B, C eller D kan være riktig.

37) B: Adiabat brattere enn isoterm, så vi har her alltid $W_{\text{ad}} < W_T$.

38) A: For isokor: $Q_V = \Delta U$. For isobar: $Q_p = \Delta U + W_p$ med $W_p > 0$, slik at $Q_p > Q_V$.

39) B: $Q = \Delta U + W$, $Q = 10$ J og $W > 0$, slik at $\Delta U < 10$ J.

40) C: $\langle v^2 \rangle \sim T$ dvs $v_{\text{rms}} = a\sqrt{T}$ som reduseres til $a\sqrt{T/2} = 0.7a\sqrt{T}$ hvis temperaturen halveres. Dette er en reduksjon på ca 30 prosent.

41) A: Siden $U = U(T)$, har He og Ne like stor midlere kinetisk energi pr atom ved gitt T.

42) B: $\eta = W/Q_{\text{inn}} = 22/64 = 34\%$.

43) D: $\eta = 4/12 = 33\%$.

44) C: Molar varmekapasitet for en ideell gass ved normale termodynamiske betingelser er av størrelsesorden R (gasskonstanten).

45) C: Isobar utvidelse fra a til b betyr at $T_b > T_a$. Isokor trykkreduksjon fra b til c betyr at $T_c < T_b$. Adiabatisk kompresjon fra c til a betyr at $T_c < T_a$. Alt i alt $T_b > T_a > T_c$.

46) A: Vi har generelt $TdS = dU + pdV$, den termodynamiske identitet. En reversibel adiabat er isentropisk, dvs med konstant entropi. Derfor er $S_a = S_c$. Fra b til c er $dV = 0$, slik at

$$\Delta S = \int_b^c dS = \int_b^c dU/T = A \int_{T_b}^{T_c} dT/T < 0$$

siden $T_b > T_c$. Dermed: $S_a = S_c < S_b$

47) B: Isoterm, slik at $dU = 0$. Dermed er $dS = pdV/T = nRdV/V = RdV/V$ siden $n = 1$. Dermed:

$$\Delta S = R \int_3^{15} dV/V = R \ln 5 = 13.4 \text{ J/K}$$

48) A: $T_1 = T_0(p_1/p_0)^{2/7} = 467$ K $= 194°$C. ($\gamma = 7/5$)

49) E: Her er $C_V = 5nR/2$ og $C_p = 7nR/2$. Lavt og høyt trykk er hhv p_1 og $5p_1/3$. Lite og stort volum er hhv V_1 og $3V_1/2$. Laveste temperatur (ved lavt trykk og lite volum) er $T_1 = p_1V_1/nR$. Høyeste temperatur (ved høyt trykk og stort volum) er $T_3 = 5T_1/2$. Temperatur ved høyt trykk og lite volum er $T_2 = 5T_1/3$. Temperatur ved lavt trykk og stort volum er $T_4 = 3T_1/2$. Tilført varme: $Q_{\text{inn}} = Q_{12} + Q_{23} = C_V(T_2 - T_1) + C_p(T_3 - T_2) = (5/2) \cdot (2/3) \cdot p_1V_1 + (7/2) \cdot (5/6) \cdot p_1V_1 = (55/12)p_1V_1$. Utført arbeid: $W = (2/3)p_1 \cdot (1/2)V_1 = p_1V_1/3$. Virkningsgrad: $\eta = W/Q_{\text{inn}} = 4/55$, som er ca 7%.

50) C: $\varepsilon = |Q_2/W| = \ldots = T_2/(T_2 - T_1) = 295/18 = 16$