1) **D**
Bilen snur der $v = 0$:

$$v = dx/dt = a_0(2t - t^2/\tau)\exp(-t/\tau),$$

dvs $v = 0$ for $t = 2\tau$, som tilsvarer

$$x = a_0(2\tau)^2\exp(-2) = 4.50 \cdot 25.0/e^2 = 15.2 \text{ m}.$$

2) **E**
Maksimal positiv hastighet når $a = 0$ (og $v > 0$):

$$a = d^2x/dt^2 = a_0(2 - 4t/\tau + t^2/\tau^2)\exp(-t/\tau),$$

som er lik null for

$$t/\tau = (4 \pm \sqrt{16-8})/2 = 2 \pm \sqrt{2}.$$

Her er det det tidligste tidspunktet som gir maksimal positiv hastighet:

$$t = (2 - \sqrt{2})\tau = 1.46 \text{ s}.$$

3) **B**

$$\phi = \int_0^{\pi/2\omega_0} \omega(t)\,dt = |_0^{\pi/2\omega_0} (-\frac{1}{2}\cos 2\omega_0 t) = 1.$$

4) **D**
N2 normalt på sirkelbanen, med $G = mg$ og $a = v^2/R$, gir $N + G = mv^2/R$, dvs $N/G = v^2/Rg - 1$. Tallverdiene $v = 69000/3600$ m/s, $R = 12.5$ m og $g = 9.81$ m/s^2 gir $N/G = 2.0$.

5) **A**
Tapet i potensiell energi tilsvarer oppnådd kinetisk energi, som er summen av translasjons- og rotasjonsenergi: $mg\Delta y = \frac{1}{2}(1+c)mv^2 = 7mv^2/10$, siden $c = 2/5$ for ei kompakt kule. Dermed er $v = \sqrt{10g\Delta y/7}$. Her er $\Delta y = y(0) - y(10R) = R - R \cdot (-1) \cdot \exp(-1/10) = 1.9048R = 0.038$ m, slik at $v = 0.73$ m/s.

6) **A**
Helningsvinkel β er bestemt ved at $\tan\beta = dy/dx$. Her er

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\pi}{10}\sin\left(\frac{\pi x}{10R}\right)\exp(-\frac{x}{100R}) - \frac{1}{100}\cos\left(\frac{\pi x}{10R}\right)\exp(-\frac{x}{100R}).$$

I $x = 5R$ forsvinner ledd nr. 2, mens 1. ledd (i absoluttverdi) er lik $(\pi/10) \cdot \exp(-1/20) \simeq 0.2988$, slik at $\beta_{\text{max}} = \arctan(0.2988) \simeq 17°$.

7) **D**
Systemets totale mekaniske energi (der vi velger potensiell energi $U = 0$ på bakkenivå): $E = MgL + MgL/2 = 3MgL/2$. I det stang og kule treffer bakken er $U = 0$ og $E = K$. Med ren rotasjon om A er $K = I_A\omega^2/2$, med $I_A = ML^2/3 + ML^2 = 4ML^2/3$, slik at $\omega = \sqrt{3MgL/I_A} = \sqrt{9g/4L} = (3/2)\sqrt{g/L}$. Her har g og L lik tallverdi i SI-enheter, slik at $\omega = 1.50$ rad/s.

8) **C**
Avstanden fra A til de tre kulene er hhv $d/2$, $d/2$ og (med Pythagoras) $\sqrt{d^2 - (d/2)^2} = \sqrt{3d^2/4}$. Dermed er

$$I_A = 2 \cdot m \cdot (d/2)^2 + m \cdot 3d^2/4 = 5md^2/4.$$

9) **C**
Her benytter vi Steiners sats og at treghetsmomentet med hhp en akse normalt på ei stang med masse m og lengde d gjennom sentrum av stanga er $md^2/12$. Nederste sidekant: $md^2/12$. Øverste sidekant: $md^2/12 + md^2 = 13md^2/12$. Høyre sidekant: $md^2/12 + md^2/2 = 7md^2/12$. Venstre sidekant: $md^2/12 + md^2/2 = 7md^2/12$. Totalt: $I_A = 28md^2/12 = 7md^2/3$.

10) **D**
N2 gir $bv_0^2 = ma$, dvs $a/g = bv_0^2/mg \simeq 64$. (Dette er strengt tatt den horisontale komponenten av a. I tillegg kommer en vertikal komponent g, men total akselerasjon er uansett $64g$.)

11) **D**
Prosjektilet har konstant fart horisontalt og konstant akselerasjon vertikalt, slik at tid brukt fram til blinken er

$$t = \frac{x}{v_0} = 25/250 = 0.1 \text{ s}$$

og vertikal forflytning er

$$y = \frac{1}{2}gt^2 = 0.5 \cdot 9.81 \cdot 0.1^2 = 0.049 \text{ m} = 4.9 \text{ cm}.$$

12) **E**
La oss kalle sluttfarten (i absoluttverdi) til m og $2m$ for hhv v_1 og v_2. Systemet har total impuls lik null, og impulsbevarelse gir da $v_2 = v_1/2$. Lagret potensiell energi i den spente fjæra er $U = k(x_1 - x_0)^2/2$, og denne omdannes til kinetisk energi $K = K_1 + K_2 = mv_1^2/2 + 2mv_2^2/2 = 3mv_1^2/4$. Dette gir $v_1 = (x_1 - x_0)\sqrt{2k/3m} = 0.055 \cdot \sqrt{96/0.060} = 2.2$ m/s.

13) **E**
Vi har sammenhengene $P = fv$ og $f = bv^2$ slik at $P = bv^3$ og $v = (P/b)^{1/3} = (8700/0.47)^{1/3} = 26.45$ m/s $= 95$ km/t.

14) **D**
Newtons 2. lov gir $F = \Delta p/\Delta t = mv_0/\tau = 0.128 \cdot 5.0/0.0010 = 640$ N $= 0.64$ kN.

15) **E**
Konstant kraft gir konstant akselerasjon $a = F/m = v_0/\tau$ og dermed en forflytning $x = a\tau^2/2 = v_0\tau/2 = 2.5$ mm.

16) **B**
Newtons 1. lov gir $k\Delta z = mg$, dvs en fjærkonstant $k = mg/\Delta z = 0.500 \cdot 9.81/0.075 = 65.4$ N/m. De ekstra 2.5 cm tilsvarer loddets maksimale utsving fra sin likevektsstilling, dvs amplituden z_0 i den harmoniske svingningen som kan beskrives med funksjonen $z(t) = z_0 \cos \omega_0 t$, med $\omega_0 = \sqrt{k/m} = 11.44$ s^{-1}. Loddets hastighet er $v(t) = dz/dt = -z_0\omega_0 \sin \omega_0 t$, slik at maksimal hastighet er $z_0\omega_0 = 0.025 \cdot 11.44 = 0.29$ m/s $=$ 29 cm/s.

17) **A**
Svingetid for en fysisk pendel (se formelark): $T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi\sqrt{I/mgd}$. Her er m pendelens totale masse, I er treghetsmomentet mhp aksen A, og d er avstanden fra A til CM.
Her er $m = 2M$, $d = 3L/4$ (som også antydet i figuren), og $I = ML^2 + ML^2/3 = 4ML^2/3$. Dermed: $T = 2\pi\sqrt{(4ML^2/3)/(2Mg \cdot 3L/4)} = 2\pi\sqrt{8L/9g}$, som med $L = 0.458$ m gir $T = 1.28$ s.

18) **B**
For å bestemme oscillatorens energi kan vi for eksempel regne ut dens maksimale potensielle energi, dvs $E = U_{\max} = kA^2/2$. På resonans, $\omega = \omega_0$, er oscillatorens amplitude $A = (F_0/m)/(2\gamma\omega_0)$, med $F_0 = 4.00$ N, $m = 1.00$ kg, $\gamma = b/2m = 0.316/2.00 = 0.158\ \mathrm{s}^{-1}$ og $\omega_0 = \sqrt{k/m} = \sqrt{250/1.00} = 15.8\ \mathrm{s}^{-1}$. Innsetting av alle tallverdier gir $A = 0.80$ m og $E = 80$ J.

19) **B**
$Q = \omega_0/\Delta\omega$, der $\Delta\omega \simeq 2\gamma$ er resonanskurvens halvverdibredde. Her er $\omega_0 = 15.8\ \mathrm{s}^{-1}$ og $2\gamma = 0.316\ \mathrm{s}^{-1}$, slik at $Q = 50$.

20) **B**
Med CM i kollisjonsøyeblikket som referansepunkt er systemets dreieimpuls $L = MV_0D/4$, siden CM fra og med kollisjonsøyeblikket ligger i avstand $D/4$ fra prosjektilet. Etter kollisjonen er dreieimpulsen like stor, men siden CM beveger seg langs en rett linje, mot høyre i figuren, har legemet ikke lenger noen banedreieimpuls, men derimot en indre dreieimpuls (spinn) $I_0\omega$. Her er I_0 legemets treghetsmoment mhp en (vertikal) akse gjennom CM, og for å finne ω, trenger vi I_0.
Bidrag til I_0 fra prosjektilet: $M(D/4)^2 = MD^2/16$.
Bidrag til I_0 fra staven (Steiners sats): $MD^2/12 + M(D/4)^2 = 7MD^2/48$.
Dermed: $I_0 = (3/48+7/48)MD^2 = (5/24)MD^2$, og vinkelhastigheten blir $\omega = L/I_0 = MV_0(D/4)/(5MD^2/24) = 6V_0/5D$.

21) **C**
$v = \lambda/T = \lambda f = 0.48 \cdot 96 = 46$ m/s.

22) **E**
$v = \sqrt{S/\mu} = \lambda f$ slik at $\mu = S/f^2\lambda^2 = 6.13 \cdot 10^{-3}$ kg/m $= 6.13$ g/m.

23) **A**
For kulebølger gir energibevarelse at intensiteten (effekten pr flateenhet) avtar kvadratisk med avstanden fra (sentrum av) kilden, $I(r) \sim 1/r^2$. Dermed er $I(48) = I(12)/16$, og vi finner

$$\begin{aligned}\beta(48) &= 10\log[I(48)/I_0] = 10\log[I(12)/16I_0] \\ &= 10\log[I(12)/I_0] - 10\log 16 = \beta(12) - 10\log 16 = 92 - 12 = 80\ \text{dB}.\end{aligned}$$

24) **A**

$$\begin{aligned}f_O &= \frac{v - v_O}{v - v_S} f_S \\ &= \frac{340 + 41.67}{340 - 41.67} \cdot 440 = 563\ \text{Hz}.\end{aligned}$$

25) **B**

$y = L\tan\theta = L\tan(\arcsin(\lambda/d)) = 2.0\,\mathrm{m}\cdot\tan(\arcsin(405\cdot10^{-9}\cdot200/10^{-3}) = 2.0\,\mathrm{m}\cdot\tan 4.646° = 0.16\,\mathrm{m} = 16\,\mathrm{cm}$.

26) **A**
Uttrykk for primær- og sekundærbølgenes hastigheter er gitt i formelvedlegget, som hhv $v_P = \sqrt{(B+4G/3)/\rho}$ og $v_S = \sqrt{G/\rho}$. Med oppgitte tallverdier (og med omregningene 1 Mbar = 10^{11} Pa og 1 g/cm^3 = 1000 kg/m^3) finner vi $v_P = 8090$ m/s og $v_S = 4671$ m/s. Tilbakelagt avstand s er like stor, slik at $v_P t_P = v_S t_S$, dvs $t_P/t_S = v_S/v_P$. Videre er $t_S - t_P = 120$ s, dvs tid brukt av S-bølgen er $t_S = 120/(1 - t_P/t_S) = 120/(1 - v_S/v_P) = 120/0.4226 = 284$ s. (Og tid brukt av P-bølgen er $t_P = t_S - 120 = 164$ s.) Dette gir en avstand $s = v_S t_S = 4671 \cdot 284 = 1.326 \cdot 10^6$ m = 1326 km.

27) **B**
En rask titt på svaralternativene gir grunnlag for en sjekk av enheter, og bare B har et svar med enhet J (joule). (A: Nm^2, C: Nm^4, D: Nm^2, E: Nm^3.) En utregning gir (ved $t = 0$, og med $\partial y/\partial x = y_0 k \sin kx$)

$$\begin{aligned} E &= \int S \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2 dx = S y_0^2 k^2 \int_0^{2\pi/k} \sin^2 kx \, dx = \frac{1}{2} S y_0^2 k^2 \int_0^{2\pi/k} (1 - \cos 2kx) \, dx \\ &= \frac{1}{2} S y_0^2 k^2 |_0^{2\pi/k} (x - \frac{1}{2k} \sin 2kx) \, dx = \frac{1}{2} S y_0^2 k^2 \cdot 2\pi/k = S y_0^2 k \pi. \end{aligned}$$

28) **D**
En gitt bølgetopp beveger seg med fasehastigheten $v_f = \omega/k$, mens bølgepakken beveger seg med gruppehastigheten $v_g = d\omega/dk$, slik at en gitt bølgetopp har hastighet $v_f - v_g$ relativt bølgepakken. Her er $v_f = \sqrt{g/k} = \sqrt{g\lambda/2\pi} = 1.98$ m/s mens $v_g = v_f/2 = 0.99$ m/s, slik at $t = x/(v_f - v_g) = 12 \cdot 2.5/0.99 = 30$ s.

29) **D**
Isokor prosess: $\Delta V = 0$ slik at $W = 0$; dvs $W_{23} = W_{41} = 0$. Videre er utført arbeid *av* gassen positivt når $\Delta V > 0$, slik at $W_{34} > 0$ og $W_{12} < 0$.

30) **C**
Adiabatisk prosess: $Q = 0$ slik at $Q_{12} = Q_{34} = 0$. Da er C eneste mulighet. (Temperaturen øker fra 2 til 3; da øker indre energi, noe som krever tilførsel av varme, dvs $Q_{23} > 0$. Omvendt er $Q_{41} < 0$.)

31) **E**
Siden $U = U(T)$, er fortegnet på ΔU det samme som for ΔT. Fra kommentaren i LF til oppgave 30 følger det at $\Delta U_{23} > 0$ og $\Delta U_{41} < 0$. Siden $Q = 0$ i en adiabatisk prosess, gir 1. lov $\Delta U = -W$, dvs positivt arbeid W gir $\Delta U < 0$ da energien må tas fra gassens indre energi. Følgelig er $\Delta U_{34} < 0$ og $\Delta U_{12} > 0$.

32) **B**
Den termodynamiske identitet (1. lov for reversible prosesser) for en isokor prosess, $dV = 0$, er $TdS = dU$, dvs $dS = dU/T$, som med $U(T) = 5nRT/2$ blir $dS = 5nRdT/2T$. Dermed:

$$\Delta S_{23} = \frac{5nR}{2} \int_{T_2}^{T_3} \frac{dT}{T} = \frac{5nR}{2} \ln \frac{T_3}{T_2} = \frac{5nR}{2} \ln \frac{15}{4} = 27.5 \text{ J/K}.$$

33) **B**
Vi har for den adiabatiske utvidelsen $p_3 V_2^\gamma = p_4 V_1^\gamma$, og med $p_4 = p_2$ er da $\kappa^\gamma = p_3/p_2$. Videre, siden dette er en ideell gass, og prosessen fra 2 til 3 er en isokor: $p_3/p_2 = T_3/T_2$. Dermed:

$$\kappa = (T_3/T_2)^{1/\gamma} = (15/4)^{5/7} = 2.57.$$

34) **C**
Antall mol isobutan: $n = 65/58.12 = 1.118$ mol. Dermed: $p = nRT/V = 1.118 \cdot 8.314 \cdot 293/9.73 \cdot 10^{-3} = 2.80 \cdot 10^5$ Pa $= 2.80$ bar.

35) **B**
Med molar masse m finner vi $v_{\mathrm{rms}} = \sqrt{2\langle K_{\mathrm{trans}}\rangle/m} = \sqrt{3RT/m} = \sqrt{3 \cdot 8.314 \cdot 373.15/0.05812} = 400$ m/s.

36) **C**
Med 261.45 K og 1.013 bar, dvs 101.3 kPa som referanse gir damptrykk-kurven

$$p_d(293) = 101.3\ \mathrm{kPa} \cdot \exp\left(\frac{21600}{8.314}\left(\frac{1}{261.45} - \frac{1}{293}\right)\right) = 295\ \mathrm{kPa}.$$

Den eksperimentelle verdien er noe høyere, ca 300 kPa. Antagelsene om ideell gass og temperaturuavhengig fordampingsvarme er ikke helt korrekte.

37) **A**
Med $n = 1$ mol gir ideell gasslov et volum $V = nRT/p = 8.314 \cdot 407.7/3650 \cdot 10^3 = 9.29 \cdot 10^{-4}$ m^3 $= 929$ mL.

38) **C**
Bruker Fouriers lov, $\Delta T = R \cdot P$, der total varmemotstand er en seriekobling,

$$R = \sum_j \frac{L_j}{\kappa_j A} = \frac{1}{8.4} \cdot \left(2 \cdot \frac{0.0125}{0.25} + \frac{0.075}{0.035}\right) = 0.267\ \mathrm{K/W}.$$

Med en temperaturforskjell på 10 K blir varmestrømmen (varmeeffekten) $P = 10/0.267 = 37$ W.

39) **D**
Vi har $j = U\Delta T$ og $j = P/A$, slik at $U = P/A\Delta T$. Med Fouriers lov, $\Delta T = R \cdot P$, gir dette

$$U = \frac{1}{RA} = \left(\sum_j \frac{L_j}{\kappa_j}\right)^{-1} = \left(\frac{2 \cdot 0.10}{0.23} + \frac{0.15}{0.024}\right)^{-1} = 0.14,$$

i SI-enheten W/m^{2}K.

40) **A**
Vi har $T_1 = 293$ K og $T_4 = 373$ K i de to varmereservoarene. La T_2 og T_3 være temperaturen til hhv venstre og høyre plate. Netto varmestrøm (pr flateenhet) mot venstre i de tre områdene er da, med Stefan-Boltzmanns lov

$$\begin{aligned} j &= \sigma(T_2^4 - T_1^4) \\ j &= \sigma(T_3^4 - T_2^4) \\ j &= \sigma(T_4^4 - T_3^4) \end{aligned}$$

Her kan vi (for eksempel) addere disse tre ligningene (og dermed i første omgang eliminere T_2 og T_3) og finne $j = \sigma(T_4^4 - T_1^4)/3$. Kombinert med den siste av de tre ligningene gir dette

$$\begin{aligned} T_4^4 - T_3^4 &= (T_4^4 - T_1^4)/3, \\ \text{dvs}\quad T_3 &= \left(\frac{2}{3}T_4^4 + \frac{1}{3}T_1^4\right)^{1/4} = 352\ \mathrm{K}. \end{aligned}$$