

1. Ei kompakt stålkule har masse 345 g. Hvor stor er diameteren?

Stål har massetetthet 7.87 g/cm^3 .

- A) 10.4 mm B) 21.5 mm C) 32.6 mm D) 43.7 mm E) 54.8 mm

2. Neil Armstrong befinner seg på en flat måneslette og kaster en månestein horisontalt. Steinen forlater Armstrongs hånd 1.7 m over bakken med fart 18 m/s. Hvor langt unna Armstrong lander steinen? Tyngdens akselerasjon på månen er $1/6$ av verdien her på jorda.

- A) 14 m B) 17 m C) 20 m D) 23 m E) 26 m

3. En bordtennisball har masse 2.7 g og kolliderer elastisk med en vegg. I løpet av kollisjonen øker kraften fra veggen på ballen lineært med tiden i 1 ms for deretter å avta på samme vis til null det neste millisekundet. Ballen har hastighet 25 m/s normalt inn mot veggen før kollisjonen og like stor hastighet i motsatt retning etter kollisjonen. Hva er maksimal kraft mellom vegg og ball i løpet av kollisjonen?

- A) 120 N B) 135 N C) 150 N D) 165 N E) 180 N

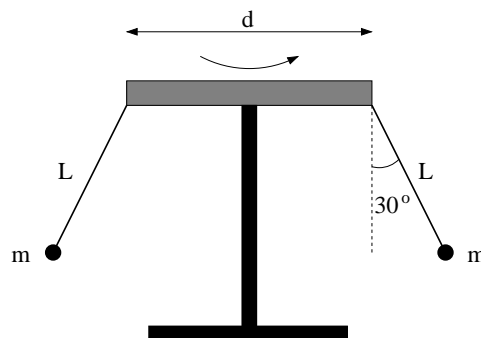
4. Kompakte stålkuler kastes ut fra toppen av Empire State Building i New York. Anta at kulene, uansett størrelse, oppnår terminalhastighet v_t før de treffer bakken. Med hvilken faktor øker det "terminale" effekttapet pga luftmotstand (dvs når maksimal hastighet v_t er oppnådd) hvis kulenes diameter økes med en faktor 4? Friksjonskraften pga luftmotstand kan antas å være proporsjonal med kulenes tverrsnitt A og kvadratet av kulenes hastighet v , dvs $f = \rho A C_d v^2 / 2$. Her er ρ det omgivende fluidets massetetthet, og C_d er objektets dragkoeffisient (ca 0.5 for kuler).

- A) 8 B) 16 C) 32 D) 64 E) 128

5. En planet med masse m går i sirkelbane med konstant hastighet (i absoluttverdi) rundt en stjerne med masse M . Radian i banen er $1.5 \cdot 10^{11}$ m, og omløpstida er 1 år. Hva er stjernens masse M ?

- A) $2 \cdot 10^{30}$ kg B) $3 \cdot 10^{34}$ kg C) $4 \cdot 10^{38}$ kg D) $5 \cdot 10^{42}$ kg E) $6 \cdot 10^{46}$ kg

6. En svingkarusell med diameter $d = 10$ m roterer slik at de tilnærmet masseløse tauene med lengde $L = 7.0$ m danner en vinkel på 30 grader med vertikalen:



Personen i enden av tauet kan betraktes som en punktmasse (masse m). Hva er karusellens omløpstid?

- A) 4.3 s B) 7.7 s C) 11.1 s D) 14.5 s E) 17.9 s

7. En kloss med masse 0.50 kg og fart 0.30 m/s glir på ei friksjonsfri bordplate. Den kolliderer i et sentralt og elastisk støt med en kloss som har masse 0.10 kg, og som i utgangspunktet ligger i ro. Hva er farten til klossen med masse 0.10 kg etter støtet?

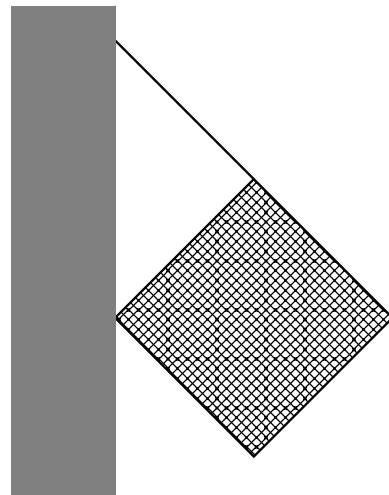
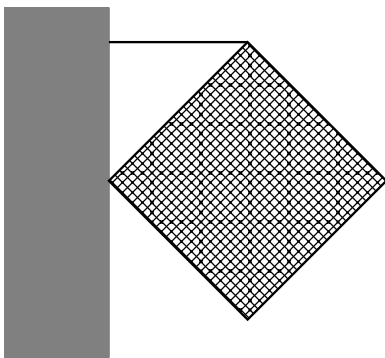
- A) 0.20 m/s B) 0.30 m/s C) 0.40 m/s D) 0.50 m/s E) 0.60 m/s

8. En person med masse 80 kg står helt ytterst på et stupebrett. Stupebrettet har en jevnt fordelt masse 120 kg og er forankret til vertikale pillarer midt på og i motsatt ende. Hva er kraften på stupebrettet fra pillaren under stupebrettets midtpunkt?

- A) 2.75 kN B) 3.54 kN C) 4.32 kN D) 1.18 kN E) 1.96 kN

9. Ei kvadratrisk plate med masse 3.6 kg er festet til en vertikal vegg med ei horisontal og tilnærmet masseløs snor (se figuren under, til venstre). Det er tilstrekkelig med friksjon mellom vegg og plate til at plata blir hengende som vist i figuren, med tyngdepunktet i samme høyde som det hjørnet som har kontakt med veggen. Hva er snordraget S ?

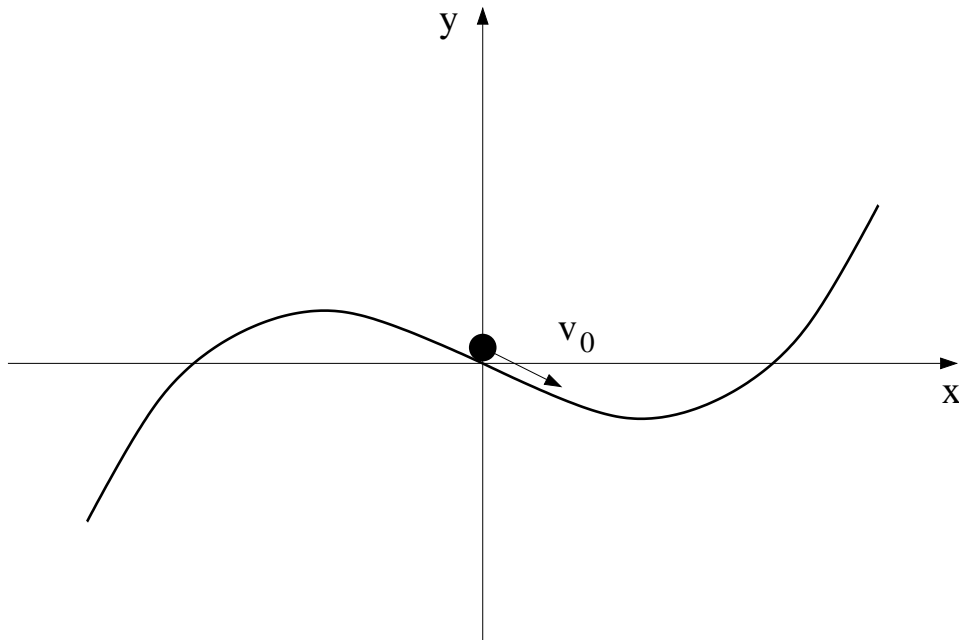
- A) 25 N B) 30 N C) 35 N D) 40 N E) 45 N



10. Ei kvadratrisk plate med masse 3.6 kg er festet til en vertikal vegg med ei tilnærmet masseløs snor (se figuren over, til høyre). Det er tilstrekkelig med friksjon mellom vegg og plate til at plata blir hengende som vist i figuren, med tyngdepunktet i samme høyde som det hjørnet som har kontakt med veggen. Snora er parallell med platas ene sidekant. Hva er snordraget S ?

- A) 25 N B) 30 N C) 35 N D) 40 N E) 45 N

Nr 11 – 14:



11. Ei kompakt kule ruller rent (dvs uten å gli) på en berg-og-dal-bane med form

$$y(x) = H(2x^3/L^3 - 3x/2L).$$

Her er $y(x)$ kulas vertikale posisjon ved horisontal posisjon x . Kula har uniform massetetthet, og dens diameter er liten sammenlignet med lengdene $H = 30$ cm og $L = 100$ cm. Vi ser bort fra luftmotstand og andre effekter som fører til tap av mekanisk energi. Kula passerer ved $x = 0$ med fart v_0 , mot økende verdier av x . Hvor er kula når den neste gang har fart v_0 ?

- A) 57 cm B) 67 cm C) 77 cm D) 87 cm E) 97 cm

12. Hva er banens helningsvinkel i origo?

- A) 16° B) 20° C) 24° D) 28° E) 32°

13. Hva må v_0 minst være for at kula skal nå fram til banens lokale topp-punkt et stykke til venstre for origo?

- A) 105 cm/s B) 115 cm/s C) 125 cm/s D) 135 cm/s E) 145 cm/s

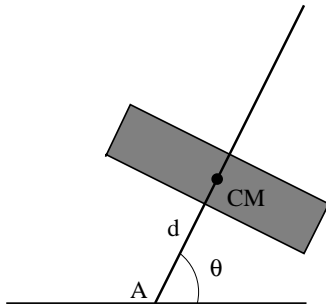
14. Anta nå at $v_0 = \sqrt{gH}$. Hva er da, sånn omtrent, kraften fra underlaget på kula i banens lokale bunn-punkt et stykke til høyre for origo, målt i enheter av kulas tyngde mg ?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

15. Ei bowlingkule har masse 7.2 kg og diameter 22 cm. Vi antar at kula er kompakt, med uniform massefordeling. Kula kastes slik at den treffer gulvet essensielt horisontalt, med startfart (for kulas massesenter) 8.0 m/s, men uten rotasjon (om massesenteret). Kinetisk friksjonskoeffisient mellom kule og gulv er 0.12. Hvor lang tid tar det før kula roterer med vinkelhastighet 30 rad/s om massesenteret? (Kula glir i hele dette tidsrommet.)

- A) 2.3 s B) 2.0 s C) 1.7 s D) 1.4 s E) 1.1 s

16.



En snurrebass spinner raskt omkring sin egen akse, samtidig som dens massesenter preseserer langsomt omkring den vertikale akse. Snurrebassens akse danner en vinkel $\theta = 60^\circ$ med horisontalplanet. Avstanden fra det faste kontaktpunktet A til snurrebassens massesenter er $d = 5.0$ cm. Massen til snurrebassen er $m = 45$ g. Hvor stort ytre dreiemoment virker på snurrebassen, når vi velger kontaktpunktet A som referansepunkt?

- A) 4.5 mN m B) 11 mN m C) 25 mN m D) 37 mN m E) 51 mN m

(Nr 17–20 henger delvis sammen.)

17. Ei kule med masse 125 g festes til ei lang fjær med fjærkonstant 12.5 N/m og senkes ned i en tyktflytende væske (sirup). Kula slippes uten starthastighet ved tidspunktet $t = 0$. Da er fjæra strukket en lengde 25.0 cm. Friksjonskraften på kula er proporsjonal med farten, $f = -bv$, med $b = 100$ kg/s. Hvor lang tid tar det før strekket i fjæra er redusert til 5.0 cm?

- A) 33 s B) 87 s C) 21 s D) 13 s E) 69 s

18. Eksperimentet i forrige oppgave gjentas, men sirup er erstattet med vann. Vi antar (kanskje ikke helt realistisk) en friksjonskraft på samme form som i oppgave 17, med $b = 1.0$ g/s. Hvor lang tid tar det nå før oscillatorens mekaniske energi er redusert med 50%?

- A) 33 s B) 87 s C) 21 s D) 13 s E) 69 s

19. Kula i forrige oppgave (dvs omgitt av vann) påvirkes av en ytre harmonisk kraft $F(t) = F_0 \sin \omega t$ med amplitude 8.0 mN. Anta at systemet drives på resonans, dvs med $\omega = \omega_0$. Hva er da oscillatorens mekaniske energi? (Ved stasjonære forhold, dvs etter et eventuelt innsvingningsforløp.)

- A) 4.0 J B) 9.0 J C) 14 J D) 19 J E) 24 J

20. Hva er Q -faktoren til den svakt dempede oscillatoren i oppgavene 18 og 19?

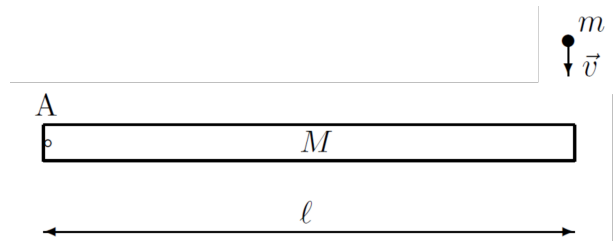
- A) 1850 B) 1650 C) 1450 D) 1250 E) 1050

21. Et rotasjonshjul ("flywheel") som lagrer energi består av ei kompakt stålskive med diameter 1.0 m og med masse $M = 600$ kg. Hvis vi antar at hjulet roterer helt friksjonsfritt, og hjulet startes fra null hastighet med ei kraft på 1 kN som virker i 2 minutter tangentielt til ytterkanten av hjulet (for eksempel med ei reim rundt hjulet), hvor mye energi blir lagret i hjulet?

- A) 570 kJ
- B) 7 MJ
- C) 24 MJ
- D) 78 MJ
- E) 145 MJ

22. En stav med masse M og lengde l ligger på et bord og kan dreie friksjonsfritt om en loddrett akse A i stavens ene endepunkt. Aksen er fast i bordet. I figuren er staven sett ovenfra. Ei pistolkule med masse m og horisontal fart v treffer stavens andre endepunkt 90° på stavens lengderetning og absorberes straks i stavmaterialet (fullstendig uelastisk støt). Dermed settes staven (med kule) i rotasjon. For systemet stav + kule, hvilke(n) størrelse(r) endrer seg ikke fra før til etter kollisjonen? (K , L og p = henholdsvis systemets kinetiske energi, dreieimpuls mhp A, og impuls.)

- A) L og K
- B) Bare L
- C) Bare p
- D) L og p
- E) L, K og p

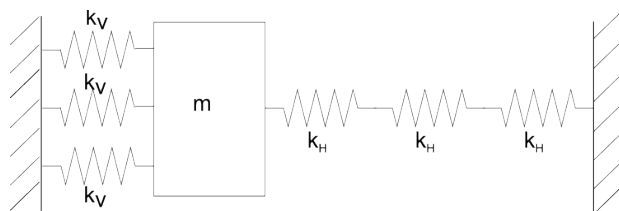


23. Langs ei rett og flat veistrekning, akselererer en Tesla S 100D med masse $m = 2365$ kg (med fører), fra 0 til 100 km/t på 4.3 s, under et konstant effektpådrag, $P = 386$ kW. Hvor lang distanse tilbakelegger bilen i løpet av denne tiden?

- A) 53 m
- B) 73 m
- C) 107 m
- D) 128 m
- E) 159 m

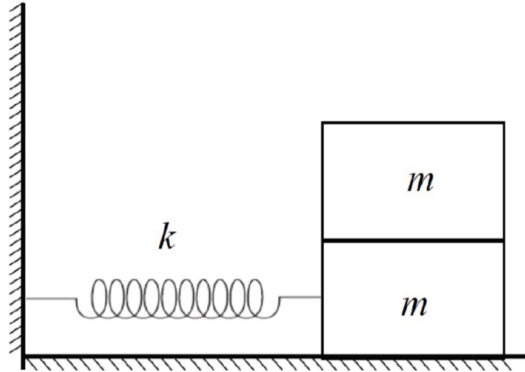
24. En kloss med masse $m = 100$ g er festet til en vegg med ideelle fjærer, som vist i figuren. De tre fjærene til venstre er parallellkoplet med tre identiske fjærer, alle tre med fjærkonstant $k_V = 50$ N/m. Til høyre er tre seriekoblede fjærer, med fjærkonstant $k_H = 180$ N/m. Klossen trekkes horisontalt litt ut fra sin likevektsposisjon og slippes. Med hvilken periode (svingetid) svinger nå klossen fram og tilbake?

- A) 0.14 s
- B) 0.17 s
- C) 0.23 s
- D) 0.27 s
- E) 0.34 s



25. To identiske masser m ligger stablet oppå hverandre på et friksjonsfritt, horisontalt underlag. Den underste massen er festet til ei fjær med fjærkonstant k . Når systemet skyves ut fra likevektsposisjonen, svinger det som en harmonisk oscillator med frekvens $f = 1.4$ Hz. Gjennom forsøk der amplituden til oscillatoren økes gradvis, observeres det at utslag som overskrider 10 cm, får den øverste masseblokka til å begynne å gli relativt til den underste. Hva er den statiske friksjonskoeffisienten μ_s i grenseflata mellom masseblokkene?

- A) 0.12
- B) 0.17
- C) 0.39
- D) 0.55
- E) 0.79



26. En matematisk pendel består av en punktmasse som henger fra et oppheng i ei masseløs snor med lengde 1 m. Anta at ved $t_0 = 0.2618$ s etter at massen passerte likevektsposisjonen er massens hastighet $v_0(t_0) = 1.0$ m/s og utsvinget $\theta(t_0) = 15^\circ$. La $\Delta t = 0.1$ s, og finn $\theta_{\text{Euler}} = \theta(t_0 + \Delta t)$ ved hjelp av 1 steg med Euler-metoden ("forward Euler").

- A) 17.1°
- B) 18.3°
- C) 19.5°
- D) 20.7°
- E) 21.9°

27. CO₂-molekylet spiller en helt sentral rolle i klimamodellene og dermed for våre valg innen energi og miljø. CO₂-molekylet er et lineært molekyl, og vi kan se på molekylet som tre masser koplet sammen med fjærer med fjærkonstant k . La utsvingene fra likevekt være gitt av $\mathbf{x} = [x_1(t), x_2(t), x_3(t)]^T$, hvor T her betyr den transponerte, og vi har nummerert utsvingene i orden O=C=O. Vis at bevegelsesligningene for de tre

massene kan beskrives som $\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{K}\mathbf{x}$, der matrisa \mathbf{M} beskriver massene: $\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_O & 0 & 0 \\ 0 & m_C & 0 \\ 0 & 0 & m_O \end{bmatrix}$, og

matrisa \mathbf{K} er da gitt som

A) $k \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

B) $k \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

C) $k \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$

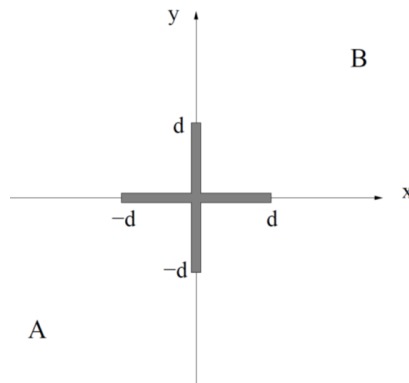
D) $k \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

E) $k \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

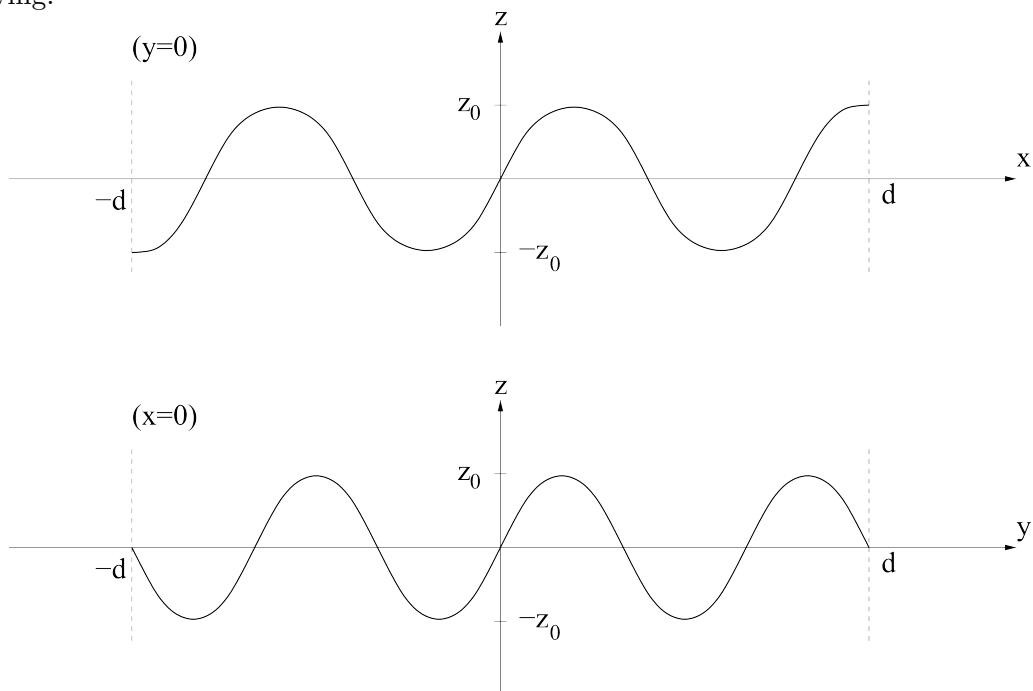
28. En av normalmodene til CO₂-molekylet er et symmetrisk C-O strekk, der de to O-atomene svinger som punktmasser i motsatt retning, mens C-atomet står i ro. La oss anta at potensialet til C-O-bindingen kan beskrives med Morse-potensialet $V_M(x) = V_0 (1 - e^{-\kappa(x-d)})^2$. Her angir x avstanden mellom karbon og oksygen-atomet, mens V_0 , κ og d (C-O bindingslengden) er parametre som kan tilpasses eksperimentelle målinger eller nøyaktige beregninger. For CO₂ gir verdiene $V_0 = 5.5$ eV og $\kappa = 34.35$ nm⁻¹ brukbare resultater. Massene er $m_O = 15.999$ u, og $m_C = 12.0107$ u. (1eV = $1.602 \cdot 10^{-19}$ J og $1u = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg). Gjør en harmonisk tilnærming og bestem først fjærkonstanten k fra Morse-potensialet (i masse-fjær modellen), og bestem til slutt resonansfrekvensen ω til denne normalmoden. (Hint: Bruk en enkel rekkeutvikling av eksponentialfunksjonen.) Resonansfrekvensen ω (radianer per sekund) er

- A) $1.9 \cdot 10^{14}$
- B) $2.8 \cdot 10^{14}$
- C) $3.5 \cdot 10^{14}$
- D) $4.3 \cdot 10^{14}$
- E) $5.7 \cdot 10^{14}$

29. En tynn membran (f.eks. papir) er plassert i xy -planet. Et laseroptisk instrument kan måle transversalt utsving på membranen, for $-d < x < d$ når $y = 0$ og for $-d < y < d$ når $x = 0$.



Membranen har stor utstrekning, både i x - og y -retning, i forhold til d . En plan harmonisk transversal bølge ($z =$ utsvinget, $\mathbf{r} = x \hat{x} + y \hat{y}$), $z(\mathbf{r}, t) = z_0 \sin(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)$, forplanter seg i membranen, med retning fra område A mot område B (dvs mot høyre og oppover i figuren). Ved tidspunktet $t = 0$ viser instrumentet følgende utsving:



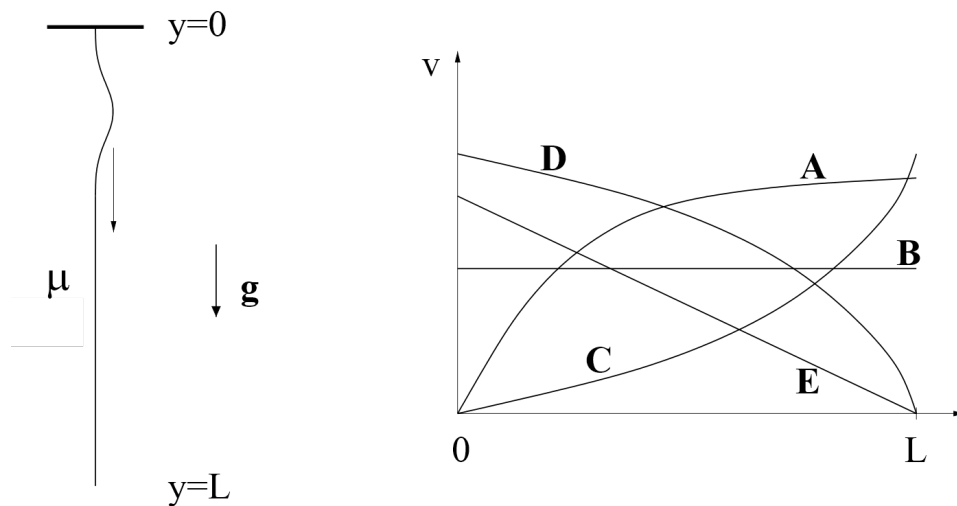
Bestem bølgens forplantningsretning. Angi denne ved vinkelen θ mellom forplantningsretningen og x -aksen.

- A) 30°
- B) 40°
- C) 50°
- D) 60°
- E) 70°

30. I en skiheis er en kabel med masse 100 kg spent i et 600 m langt strekk opp alpinbakken. Når man støter borti kabelen nederst i heisen, slik at den får et utslag transversalt på strekket, kan en returpuls registreres i samme ende etter 14 sekunder. Hva er strekk-kraften som spenner opp kabelen?

- A) 0.8 kN
- B) 1.0 kN
- C) 1.2 kN
- D) 1.4 kN
- E) 1.6 kN

31. Ei transversal bølge vandrer nedover en streng som henger vertikalt i tyngdefeltet (figur nedenfor, til venstre). Strengen har masse μ pr lengdeenhet. Hvilken av grafene A, B, C, D eller E, gir det beste bildet av hvordan bølgens hastighet v endrer seg med posisjonen y nedover strengen? (Merk at positiv y -retning er nedover.)



32. En nyttårsrakett antas å bestå av en eksplosiv ladning (noen ganger kalt effektbatteriet) med total energi 30 kJ. Vi antar at 0.5% av rakettladningens energi omgjøres til en lydbølgepuls (kulebølge) med varighet 0.1 s (antar konstant lydeffekt i løpet av varigheten på 1/10 sekund). Om du antar at lydintensiteten må overstige 60 dB for å være hørbar over bakgrunnsstøyen på nyttårsaften, hvor langt unna raketts detonasjonsposisjon vil lyden kunne høres?

- A) 7 km
- B) 11 km
- C) 15 km
- D) 19 km
- E) 23 km

33. Ei stålstang er sveiset sammen med ei aluminiumsstang, og vi antar ei ideell grenseflate mellom disse. Hvor stor andel av effekten til en lydbølge som vandrer langs stålstanga mot grenseflata, vil transmitteres forbi sveisen og langs Al-stanga?

Tabell 1: Elastiske moduler og massetetthet. (1 Pa = 1 N/m²).

Materiale	Massetetthet (kg/m ³)	Bulkmodul	Skjærmodul	Youngs elastisitetsmodul
Stål (0.3%C)	7850	123 GPa	80 GPa	200 GPa
Aluminium	2700	78 GPa	26 GPa	70 GPa

- A) 24 %
- B) 54 %
- C) 77 %
- D) 89 %
- E) 98 %

34. Ei flaggermus og en måse flyr mot hverandre. Flaggermusa har hastighet 10 m/s og måsen 15 m/s. Flaggermusa sender ut ultralydbølger med frekvens $f = 100$ kHz som reflekteres av måsen. Bølgéhastigheten antas være 340 m/s i luft. Den reflekterte bølgen som flaggermusa hører, har da hvilken frekvens?

- A) 89 kHz
- B) 104 kHz
- C) 107 kHz
- D) 111 kHz
- E) 116 kHz

35. En stående partikkelutsvingsbølge i et tynt rør med en lukket (ved $x = 0$) og en åpen ende (ved $x = L$) er gitt ved $\xi_n(x, t) = b_n \sin(k_n x) \cos(\omega_n t)$. Røret har lengde $L = 1$ m og er fylt av luft ($B = 1.4 \cdot 10^5$ N/m²). Partikkelutsvingsamplituden i denne moden er oppgitt til $b = 1.0$ mm. Hva er det maksimale trykkutsvinget fra likevekt ved $x = L/2$, hvis vi kun har 1. overtone (dvs. nest laveste resonansfrekvens)?

- A) 467 Pa
- B) 512 Pa
- C) 610 Pa
- D) 745 Pa
- E) 855 Pa

36. Vi har to gitter som består av tynne parallelle metalltråder/striper på glass. Med bølgefysikk-kunnskapene våre forstår vi det slik at kulebølger kommer fra åpningene mellom metallstripene, og disse interfererer. Vi belyser gitteret med en laserpeker (plan bølge), med ukjent bølgelengde. Figuren viser diffraksjonsmønsteret målt ved å ha en avstand 72.5 cm fra gitteret til diffraksjonsmønsteret.

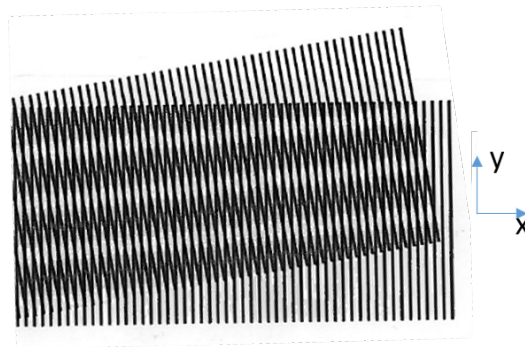


Gitter 1 (Grating-1) har en kjent avstand mellom metallstripene (oppgitt 100 striper per mm), mens her skal gitteravstanden til gitter 2 (Grating-2) bestemmes. (Zoom gjerne inn på figuren hvis det er vanskelig å se). Gitteravstanden til gitter 2 er:

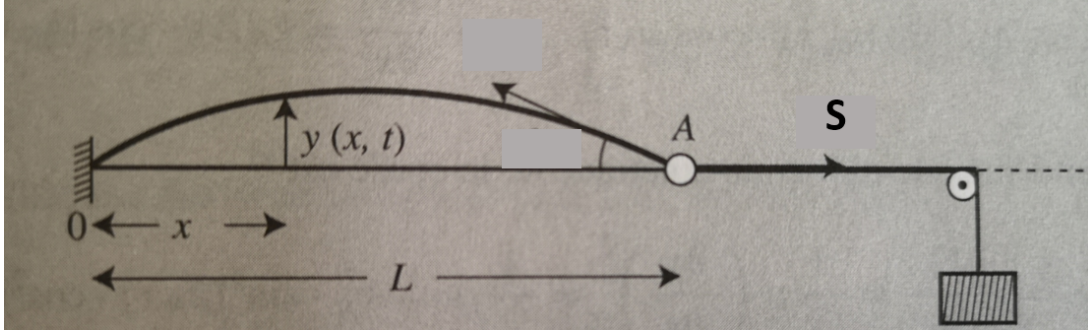
- A) $3.3 \mu\text{m}$
- B) $5.5 \mu\text{m}$
- C) $6.8 \mu\text{m}$
- D) $7.8 \mu\text{m}$
- E) $15.5 \mu\text{m}$

37. To plane harmoniske bølger, $D_1(x, y, t) = D_0 \cos(1x - 1t)$ og $D_2(x, y, t) = D_0 \cos(0.9x + 0.4358y - 1t)$, interfererer og lager et typisk interferensmønster slik som vist i "Moiree-mønsteret" i figuren. Vi antar SI-enheter på alle størrelser. Ved å studere intensiteten til den resulterende bølgen bestem avstanden mellom to interferens-striper (dvs. interferensmønsterets romlige periode).

- A) 3.7 m
- B) 8.9 m
- C) 14.1 m
- D) 19.3 m
- E) 24.5 m



Figuren viser grunntonen ($n = 1$) på en streng, strukket med en strekk-kraft S . Stående bølger genereres på strengen av formen $y_n(x, t) = b_n \sin(k_n x) \cos(\omega_n t)$. Frekvensen kan endres slik at vi kan velge normalmode n . Oppgavene nr. 38 og 39 dreier seg om energitetthet og energi i strengens normalmoder.



38. Gitt at $S = 20$ N, $L = 10$ m, $b_3 = 10$ cm, og strengens totale masse er $m = 0.3$ kg, finn midlere energitettheten i strengens 2. overtone, det vil si strengens normalmode med $n = 3$.

- A) 89 mJ/m
- B) 149 mJ/m
- C) 211 mJ/m
- D) 277 mJ/m
- E) 354 mJ/m

39. Gitt 1. overtone ($n = 2$), $L = 10$ m, strekk-kraft $S = 20$ N, $b_2 = 20$ cm, og strengens totale masse er $m = 0.3$ kg. Finn den totale energien i denne normalmoden. Oppgitt: Potensiell og kinetisk energi til et strengestykke dx : $dU = \frac{1}{2}S\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2 \cdot dx$ og $dK = \frac{1}{2}\mu\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2 \cdot dx$.

- A) 0.69 J
- B) 0.79 J
- C) 0.89 J
- D) 0.99 J
- E) 1.09 J

40. Figuren viser en dispersjonsrelasjon. Hvilket utsagn er riktig?

- A) Ved k_0 er fasehastigheten mindre enn gruppehastigheten.
- B) Ved k_0 er bølgen ikke dispersiv.
- C) Dispersjonen til bølgen gjør at den dempes.
- D) Fasehastigheten er ulik gruppehastigheten nær $k = 0$.
- E) Bølgen er ikke dispersiv nær $k = 0$.

