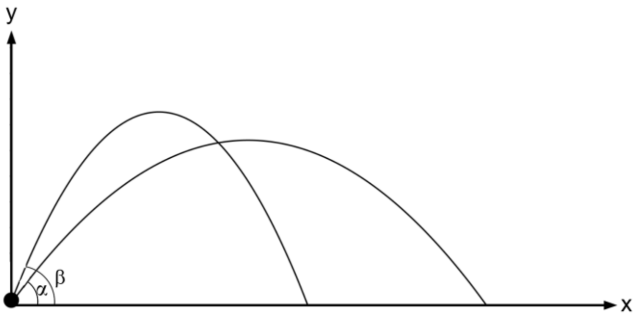
Løsningsforslag eksamen høsten 2023:

Oppgave 1:

Ettersom lyshastigheten er konstant, er tiden t lyser bruker på å forflytte seg $1{,}0\ \mathrm{ft} = 0{,}3048\ \mathrm{m}$ av størrelsesorden

$$t = \frac{s}{c} = \frac{0.3048\ \mathrm{m}}{3{,}0 \cdot 10^8\ \mathrm{m/s}} = 1{,}02 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{s} = 1{,}0\ \mathrm{ns}$$

Oppgave 2:



Tiden t hver enkelt kula bruker opp til toppunktet er:

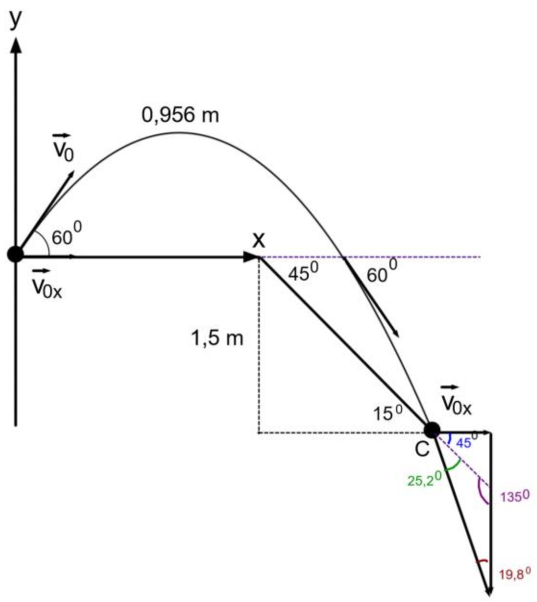
$$\mathrm{v}_y = \mathrm{v}_0 \sin x - gt = 0 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{\mathrm{v}_0 \sin x}{g}$$

Ettersom $\sin\beta > \sin\alpha$ vil kula med størst utgangsvinkel bruke lengst tid opp til toppunktet. Den vil dermed også bruke lengst tid innen den lander. Videre gjelder at:

$$\mathrm{v}_{topp} = \mathrm{v}_{0x} = \mathrm{v}_0 \cos x$$

Ettersom $\cos\alpha > \cos\beta$ vil kula med den minste utgangsvinkelen ha den største farta på toppunktet.

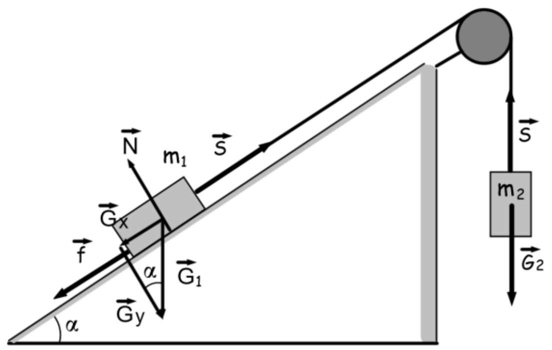
Oppgave 3



Fartskomponenten i horisontal retning: $v_{0x} = 5{,}0\ \mathrm{m/s} \cdot \cos 60^0 = 2{,}5\ \mathrm{m/s}$.

Energiloven: $v_C = \sqrt{v_0^2 + 2gh} = \sqrt{(5{,}0\ \mathrm{m/s})^2 + 2 \cdot 9{,}81\ \mathrm{m/s^2} \cdot 1{,}5\ \mathrm{m}} = 7{,}38\ \mathrm{m/s}$
Vinkelen mellom $\vec{v}_{0x}$ og $\vec{v}_C$: $\cos\beta = v_{0x}/v_C = 0{,}34 \;\; \Rightarrow \;\; \beta = 70{,}2^0$
Vinkelen mellom $\vec{v}_C$ og det skrå bakkeplanet: $\alpha = \beta - 45^0 = 70{,}2^0 - 45^0 = 25{,}2^0$
(Noen andre vinkler er også satt i inn figuren med hensyn på alternative løsninger).

Oppgave 4: Newtons 2.lov

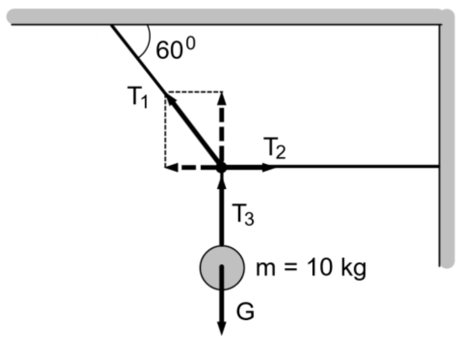


Newtons 1.lov i forhold til loddenes bevegelse:

$$\sum F = G_2 - f - G_x = m_2 g - \mu_s m_1 g \cos\alpha - m_1 g \sin\alpha = 0$$

$$\Rightarrow \qquad m_2 = \frac{m_1 g(\mu_s \cos\alpha + \sin\alpha)}{g} = m_1(\mu_s \cos\alpha + \sin\alpha)$$

Oppgave 5: Newtons 1.lov:



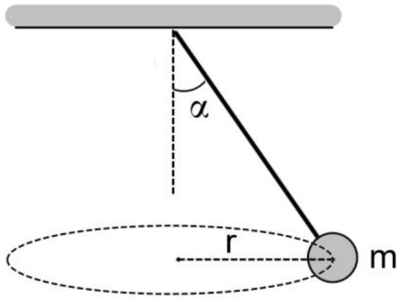
Basert på kraft-diagrammet i figuren:

$$T_3 = G = mg = 10\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \mathrm{m/s^2} = 98\ \mathrm{N}$$

$$\tan 60^0 = \frac{T_3}{T_2} \;\; \Rightarrow \;\; T_2 = \frac{T_3}{\tan 60^0} = \frac{98{,}1\ \mathrm{N}}{\tan 60^0} = 56{,}6\ \mathrm{N} \approx 57\ \mathrm{N}$$

$$\sin 60^0 = \frac{T_3}{T_1} \;\; \Rightarrow \;\; T_1 = \frac{T_3}{\sin 60^0} = \frac{98{,}1\ \mathrm{N}}{\sin 60^0} = 113\ \mathrm{N}$$

Oppgave 6 Horisontal sirkelbevegelse (sentripetalkraft)



Kula henger i ro i y-retningen. Newtons 1.lov i denne retningen gir:

$$\sum F_y = 0 \;\Rightarrow\; G - S_y = 0 \quad \Rightarrow \quad S_y = G = mg$$

I $x$retningen virker sentripetalkrafta, og ifølge Newtons 2.lov er denne gitt ved:

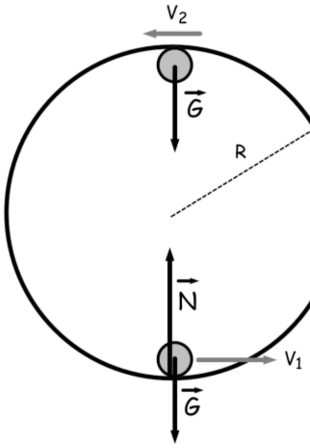
$$\sum F_x = S_x = S_y \tan\alpha = ma_x = m\frac{\mathrm{v}^2}{r}$$

Basert på denne siste ligningen er utslagsvinkelen α gitt ved:

$$\tan\alpha = \frac{m\mathrm{v}^2}{r \cdot S_y} = \frac{m\mathrm{v}^2}{r \cdot mg} = \frac{\mathrm{v}^2}{rg} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{\mathrm{v}^2}{rg}\right)$$

Alternativt kan en dimensjonsanalyse av vinkeluttrykket gjennomføres for å identifisere det korrekte alternativet siden dette uttrykket skal være dimensjonsløst.

Oppgave 7 Vertikal sirkelbevegelse



Farta på toppen av loopen:

$$G = \frac{m\mathrm{v}_2^2}{R} = mg \quad \Rightarrow \quad \mathrm{v}_2 = \sqrt{gR}$$

Farta på bunnen av loopen:

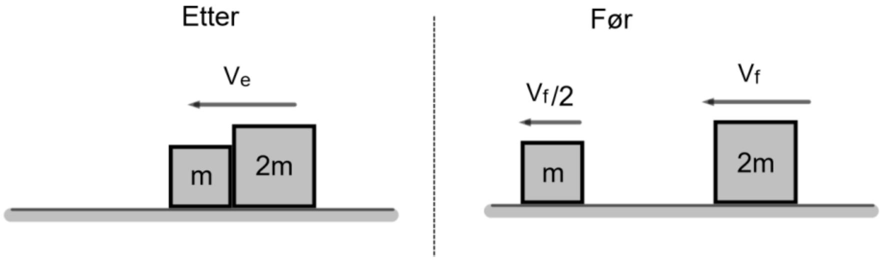
$$\frac{1}{2}m\mathrm{v}_1^2 = \frac{1}{2}m\mathrm{v}_2^2 + mg(2R)$$

$$\Rightarrow \qquad \mathrm{v}_1 = \sqrt{\mathrm{v}_2^2 + 4gR} = \sqrt{5gR}$$

Ifølge Newtons 2.lov relatert til bunnen av loopen:

$$N - G = \frac{m\mathrm{v}_1^2}{R} \quad \Rightarrow \quad N = \frac{m\mathrm{v}_1^2}{R} + G = \frac{m}{R}(\mathrm{v}_1^2 + \mathrm{v}_2^2) = \frac{m}{R}(5gR + gR) = 6mg = 6G$$

Oppgave 8 Støtprosess



Støtet er fullstendig uelastisk. Bevaring av massefarten innebærer ut fra dette at:

$$m\left(\frac{1}{2}\mathrm{v}_f\right) + 2m\mathrm{v}_f = (m + 2m)\mathrm{v}_e$$
$$\Downarrow$$
$$\frac{5}{2}\mathrm{v}_f = 3\mathrm{v}_e$$
$$\Downarrow$$
$$\mathrm{v}_f = \frac{6}{5}\mathrm{v}_e$$

Med $\mathrm{v}_e = 2{,}0\ \mathrm{m/s}$ gir dette at klossen med masse $2m$ har hastighet $\mathrm{v}_f = 2{,}4\ \mathrm{m/s}$ før støtet og klossen med masse m har hastighet $\mathrm{v}_f/2 = 1{,}2\ \mathrm{m/s}$ før støtet.

Oppgave 9 Rakettligninga

Rakettligninga er gitt ved:

$$\mathrm{v} - \mathrm{v}_0 = u \ln\left(\frac{m_0}{m}\right)$$

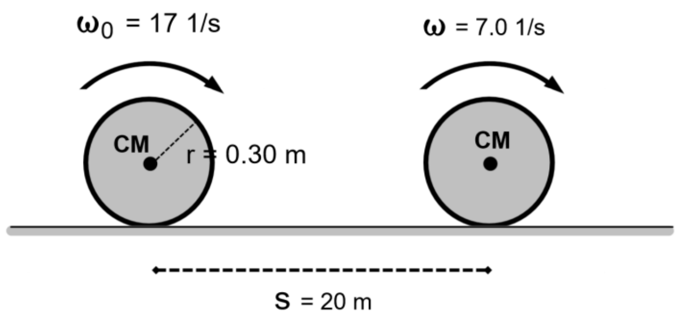
Farta u som angir den relative farta mellom avgassene og romskipet er konstant uavhengig av hvor raskt drivstoffet forbrennes. Endringen i farta, $\Delta\mathrm{v}$, avhenger dermed kun av hvor mye drivstoff som forbrennes og ikke hvor rask denne forbrenningen er. En alternativ måte å si dette på er å påpeke at rakettligninga er tidsuavhengig.

Oppgave 10 Enheter

Rotasjonsfarta til propellen i enheter av «$1/\mathrm{s}$» er:

$$1900\ \mathrm{rpm} = \frac{1900 \cdot 2\pi}{60}\ 1/\mathrm{s} = 199\ 1/\mathrm{s}$$

Oppgave 11 Bevegelsesligningene for konstant vinkelakselerasjon

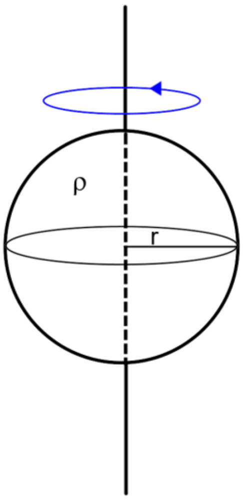


Akselerasjonen til legemets massemiddelpunkt:

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\theta = 2\left(\frac{a_{CM}}{r}\right)\left(\frac{s}{r}\right) = \frac{2a_{CM}s}{r^2}$$

$$\Rightarrow \qquad a_{CM} = \frac{(\omega^2 - \omega_0^2)\cdot r^2}{2s} = \frac{((7.0\ 1/\mathrm{s})^2 - (17\ 1/\mathrm{s})^2)\cdot(0.30\ \mathrm{m})^2}{2\cdot 20\ \mathrm{m}} = -0.54\ \mathrm{m/s^2}$$

Oppgave 12



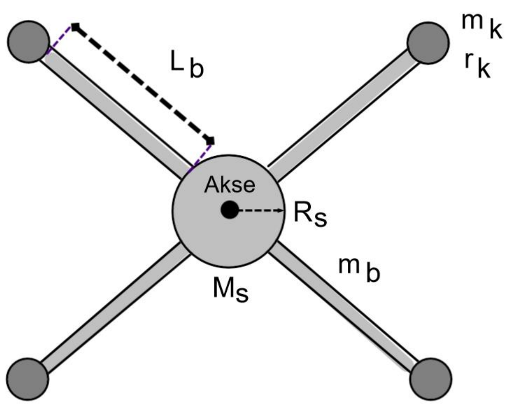
Massen til kula:

$$M = \rho\cdot V = \frac{4\pi r^3\cdot\rho}{3} = \frac{4\pi\cdot(0{,}025\ \mathrm{m})^3\cdot 7874\ \mathrm{kg/m^3}}{3} = 0{,}515\ \mathrm{kg}$$

Kulas treghetsmoment om rotasjonsaksen gjennom CM i sentrum blir dermed:

$$I = \frac{2}{5}Mr^2 = \frac{2}{5}\cdot 0{,}515\ \mathrm{kg}\cdot(0{,}025\ \mathrm{m})^2 = 1{,}3\cdot 10^{-4}\ \mathrm{kgm^2}$$

Oppgave 13



Treghetsmomentet til de fire kulene finnes fra Steiners sats:

$$
\begin{aligned}
I_{kuler} &= 4(m_k d_k^2 + I_{CM,kule}) = 4\left(m_k(R_S + l_b + r_k)^2 + \tfrac{2}{5} m_k r_k^2\right) \\
&= 4 \cdot \left(0{,}0050 \text{ kg} \cdot (0{,}030 \text{ m} + 0{,}20 \text{ m} + 0{,}0050 \text{ m})^2 + \frac{2}{5} \cdot 0{,}0050 \text{ kg} \cdot (0{,}0050 \text{ m})^2\right) \\
&= 1{,}11 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2
\end{aligned}
$$

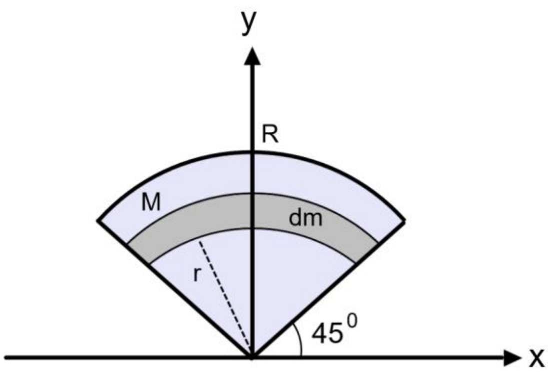
der d_{kule} er avstanden fra aksen til kulas massemiddelpunkt (CM). Tilsvarende er treghetsmoment til den massive sylinderen i midten gitt ved:

$$I_{sylinder} = \frac{1}{2} M_s R_S^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}050 \text{ kg} \cdot (0{,}030 \text{ m})^2 = 2{,}25 \cdot 10^{-5} \text{ kgm}^2$$

Forholdet mellom treghetsmomentene til de fire kulene sammenlignet med treghetsmomentet til sylinderen blir dermed:

$$\frac{I_{kuler}}{I_{sylinder}} = \frac{1{,}10 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2}{2{,}25 \cdot 10^{-5} \text{ kgm}^2} = 49$$

Oppgave 14



Sidekanten på høyreside av sirkelsektoren danner vinkelen 45^0 med x-aksen. Ettersom sektoren er symmetrisk om y-aksen er vinkelen mellom de to sidekantene inne i sektoren 90^0. Dette tilsvarer en fjerdedel av en hel sirkel. Med polare koordinater og jevn massefordeling gjelder dermed at:

Massetettheten:

$$\sigma = \frac{M}{A} = \frac{M}{\frac{1}{4}\pi R^2} = \frac{4M}{\pi R^2} = \frac{dm}{dA}$$

Videre er:

$$dA = \frac{2\pi r}{4} \cdot dr = \frac{\pi r}{2} \cdot dr$$

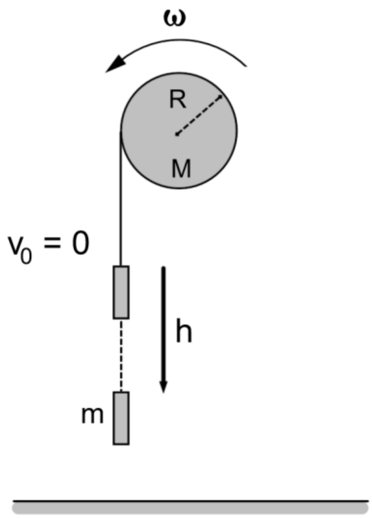
Masselementet dm:

$$dm = \sigma\, dA = \frac{2M}{R^2}\, rdr$$

Treghetsmomentet:

$$I = \int r^2\, dm = \frac{2M}{R^2} \int_0^R r^3\, dr = \frac{1}{2} MR^2$$

Oppgave 15



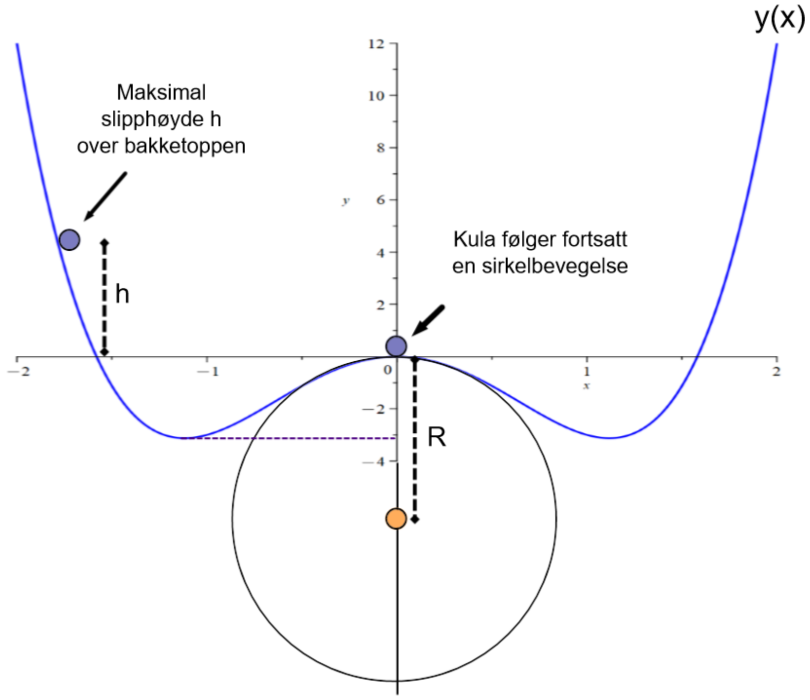
Energiloven gir at:

$$mgh = \frac{1}{2} m\mathrm{v}^2 + \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2} m\mathrm{v}^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} MR^2\right)\left(\frac{\mathrm{v}}{R}\right)^2 = \frac{1}{2} m\mathrm{v}^2 + \frac{1}{4} M\mathrm{v}^2 = \mathrm{v}^2\left(\frac{m}{2} + \frac{M}{4}\right)$$

Loddets fart etter å ha falt en høyde h:

$$\mathrm{v} = \sqrt{\frac{mgh}{\frac{m}{2} + \frac{M}{4}}} = \sqrt{\frac{2mgh}{m + \frac{M}{2}}}$$

Oppgave 16 (Labbrelatert oppgave)



Den massive kulas hastighet på bakketoppen finner vi ved å bruke energiloven:

$$mgh = \frac{1}{2}m\mathrm{v}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}m\mathrm{v}^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}mr^2\right)\left(\frac{\mathrm{v}}{r}\right)^2 = \frac{7}{10}m\mathrm{v}^2 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{v}^2 = \frac{10}{7}gh$$

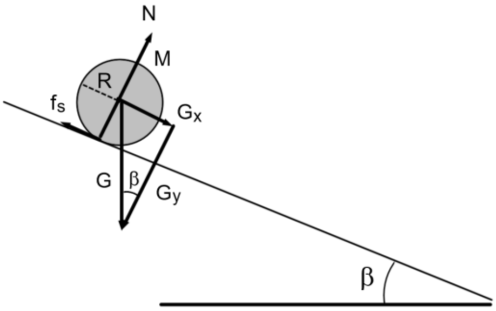
På bakketoppen følger kula en vertikal sirkelbevegelse hvor den erfarer en sentripetalkraft inn mot sirkelens sentrum. Dersom den akkurat mister kontakten med underlaget, er normalkrafta $N = 0$. Dermed gjelder at:

$$G = \frac{m\mathrm{v}^2}{R} \quad \Rightarrow \quad g = \frac{\mathrm{v}^2}{R}$$

Innsatt i uttrykket for v^2 over gir dette at forholdet mellom den maksimale slipphøyden h og bakketoppens krumningsradius R er:

$$\mathrm{v}^2 = \frac{10}{7}\left(\frac{\mathrm{v}^2}{R}\right)h \quad \Rightarrow \quad h = \frac{7}{10}R$$

Oppgave 17



Newtons 2.lov samt kraftmomentet gir:

$$\sum F_x = G_x - f_s = Ma_{CM} \quad \Rightarrow \quad f_s = Mg\sin\beta - Ma_{CM}$$

$$\sum \tau = R \cdot f_s = I \cdot \frac{a_{CM}}{R} = cMR \cdot a_{CM} \quad \Rightarrow \quad a_{CM} = \frac{f_s}{cM}$$

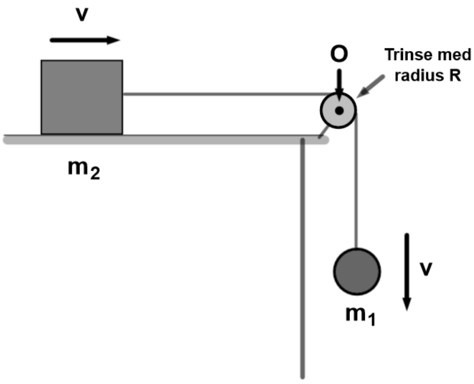
Friksjonskrafta f_s er dermed gitt ved:

$$f_s = Mg\sin\beta - \frac{f_s}{c} \quad \Rightarrow \quad f_s\left(\frac{c+1}{c}\right) = Mg\sin\beta$$

$$\Downarrow$$

$$f_s = \frac{c \cdot Mg\sin\beta}{c+1}$$

Oppgave 18



Systemets totale dreieimpuls om aksen «O» er summen av de individuelle dreieimpulsene til henholdsvis de to massene i tillegg til trinsa. Arma fra «O» ut til snora er trinseradien R. For de to legemene er:

$$L_{m_1,m_2} = m_1\mathrm{v}R + m_2\mathrm{v}R$$

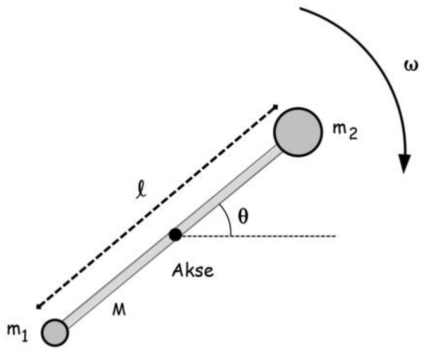
Trinsa spinner om «O» som gir:

$$L_{tr} = I\omega = I \cdot \frac{\mathrm{v}}{R}$$

Systemets totale dreieimpuls er dermed:

$$L_{tot} = L_{m_1,m_2} + L_{tr} = m_1\mathrm{v}R + m_2\mathrm{v}R + I \cdot \frac{\mathrm{v}}{R} = \mathrm{v}\left((m_1+m_2)R + \frac{I}{R}\right)$$

Oppgave 19



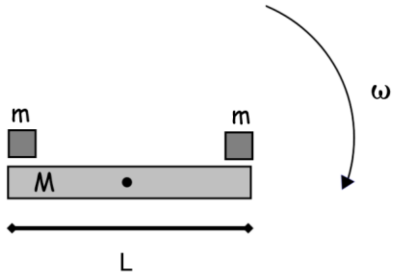
Det sammensatte legemets treghetsmoment I om rotasjonsaksen er:

$$I = \frac{1}{12} M l^2 + m_1 \left(\frac{l}{2}\right)^2 + m_2 \left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{l^2}{4}\left(\frac{M}{3} + m_1 + m_2\right)$$

Legemets dreieimpuls om den samme rotasjonsaksen er dermed:

$$L = I\omega = \frac{l^2}{4}\left(\frac{M}{3} + m_1 + m_2\right)\omega$$

Oppgave 20



Vi tar utgangspunkt i at stavens lengde er L. Da er stavens treghetsmoment med rotasjonsakse midt på staven gitt ved:

$$I_{st} = \frac{1}{12} M L^2$$

Treghetsmomentet etter at loddene er plassert på endene:

$$I_{tot} = I_{st} + 2I_{lodd} = \frac{1}{12} M L^2 + 2m\left(\frac{L}{2}\right)^2$$

Bevaring av dreieimpulsen gir dermed:

$$I_f \omega_f = I_e \omega_e \quad \Rightarrow \quad \omega_e = \frac{I_f}{I_e}\,\omega_f$$

$$\Downarrow$$

$$\omega_e = \frac{M}{M + 6m}\,\omega_f$$

Oppgave 21

Bølgefunksjonen er gitt ved:

$$y(x,t) = (0{,}750 \text{ cm}) \sin\left(\pi[(0{,}400 \text{ cm}^{-1})x + (250\ 1/\text{s})t]\right)$$

Bølgelengden λ til denne harmoniske bølgen finner fra bølgetallet k:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{0{,}400\pi \text{ cm}^{-1}} = 5{,}0 \text{ cm}$$

Oppgave 22

Bølga forplanter seg med konstant fart

$$L = \mathrm{v} \cdot T$$

Tiden T som bølga da bruker over strengen er gitt ved:

$$\mathrm{v} = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad \Rightarrow \quad \frac{L}{T} = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad \Rightarrow \quad T = L \cdot \sqrt{\frac{\mu}{F}}$$

Strammekrafta F_2 når $T_2 = 6{,}0$ s kan vi da finne på følgende måte:

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(L \cdot \sqrt{\frac{\mu}{F_1}}\right) \cdot \left(\frac{1}{L} \cdot \sqrt{\frac{F_2}{\mu}}\right) = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \quad \Rightarrow \quad F_2 = F_1 \cdot \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = F_1 \cdot \left(\frac{2{,}0 \text{ s}}{6{,}0 \text{ s}}\right)^2 = \frac{1}{9} F_1$$

Oppgave 23

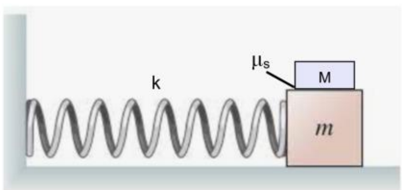
Frekvensen f med hensyn på de to ulike massene er gitt ved:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m_1}} \quad \text{og} \quad f_2 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{2m_1}}$$

Frekvensen f_2 blir dermed:

$$\frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{k}{2m_1}} \cdot \sqrt{\frac{m_1}{k}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \Rightarrow \quad f_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot f_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2.3 \text{ Hz} = 1{,}6 \text{ Hz}$$

Oppgave 24



Newtons 2.lov for dette systemet er gitt ved:

$$\sum F = -kA = (m + M)\, a \quad \Rightarrow \quad a = -\frac{kA}{m+M}$$

der A er svingningens amplitude.

Dersom den øverste klossen ikke faller av, vil den øverste klossen erfare den samme akselerasjonen a. Med andre ord:

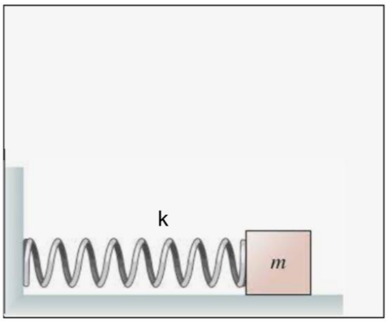
$$\mu_s Mg = Ma_{maks} \quad \Rightarrow \quad a_{maks} = -\frac{kA}{m+M} = -\mu_s g$$

$$\Downarrow$$

$$|A| = \left(\frac{m+M}{k}\right) \mu_s g$$

Absoluttverdien handler om valget av positiv retning for utslaget og at dette utslaget både kan være positivt og negativt i forhold til denne positive retningen. Det vil si: Fjæra strekkes ut, eller klemmes sammen.

Oppgave 25



Amplituden til en svakt dempet svingning som funksjon av tiden er gitt ved

$$A(t) = A_0 \, e^{-\frac{b}{2m}t}$$

Her er A_0 amplituden ved tiden $t = 0$, b er dempningskoeffisienten og m er massen til det svingende legemet. Amplituden etter $t = 5{,}0$ s er:

$$A(5{,}0 \text{ s}) = 0{,}40 \text{ m} \cdot e^{-\frac{0{,}10 \text{ kg/s}}{2 \cdot 0{,}50 \text{ kg}} \cdot 5{,}0 \text{ s}} = 0{,}24 \text{ m}$$

Oppgave 26 (Dempet svingning)

Kvasifrekvensen til den dempede svingningen er gitt ved

$$\mu = \frac{\sqrt{4mk - b^2}}{2m}$$

Ei gitt væske innebærer en konstant dempningskoeffisient b, som i sin tur innebærer at loddets svingefrekvens μ også forblir uendret.

Oppgave 27

Bølgehastigheten langs snora er gitt ved formelen:

$$\text{v} = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

der F er strekkrafta fra loddet på snora og μ er snoras lineære massetetthet. Tiden det tar for ei bølge å forplante seg langs snorlengden L er da:

$$T = \frac{L}{\mathrm{v}} = L \cdot \sqrt{\frac{\mu}{F}}$$

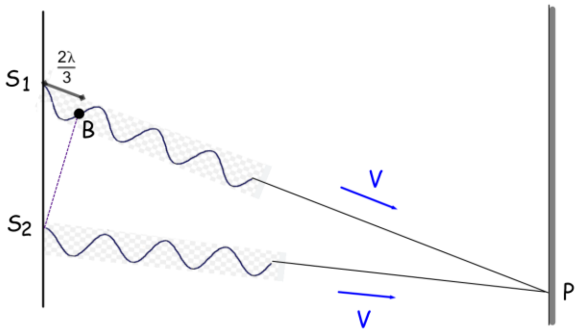
Loddet strammer opp snora med sin egen tyngdekraft som er oppgitt til å være:

$$F = G\frac{mM}{R^2} \quad \Rightarrow \quad T = L \cdot \sqrt{\frac{\mu}{G\frac{mM}{R^2}}} = L \cdot \sqrt{\frac{\mu R^2}{G\,mM}}$$

Denne siste ligningen løses med hensyn på planetens masse M som gir:

$$\left(\frac{T}{L}\right)^2 = \frac{\mu R^2}{G\,mM} \quad \Rightarrow \quad M = \frac{\mu R^2 L^2}{G\,mT^2} = 3{,}2 \cdot 10^{26}\ \mathrm{kg}$$

Oppgave 28



Bølgefunksjonen for resultantutslaget i posisjon P er gitt ved:

$$y_R(x,t) = \left[2A_0 \cos\left(\frac{\phi}{2}\right)\right] \sin\left(kx - \omega t + \frac{\phi}{2}\right)$$

Utslaget i posisjon P er bestemt av amplitudeleddet

$$y_{R,P} = 2A_0 \cos\left(\frac{\phi}{2}\right)$$

Ettersom avstanden $BP = S_2P$ er faseforskjellen ϕ bestemt av at det er $2\lambda/3$ bølgelengde over distansen S_1B. Dette tilsvarer en faseforskjell:

$$\phi = \frac{2}{3} \cdot 2\pi = \frac{4\pi}{3}$$

Dette gir videre at:

$$y_{R,P} = 2 \cdot 0.10\ \mathrm{m} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\,0{,}10\ \mathrm{m}$$

Minustegnet angir at dette er et utslag med retning nedover.

Oppgave 29

Den stående bølgen er gitt ved bølgefunksjonen

$$y(x,t) = A_0 \sin\left(kx + \frac{\pi}{2}\right) \cos(\omega t)$$

der A_0 angir amplituden, k angir bølgetallet og ω angir svingefrekvensen. I posisjonen $x = 0$ gir denne bølgefunksjonen et utslag gitt ved

$$A_0 \sin\left(k \cdot 0 + \frac{\pi}{2}\right) = A_0 \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = A_0$$

Dette representerer en antinode. Dette handler om hvor vi plasserer origoet vårt i den matematiske beskrivelsen av den stående bølgen, og ikke hvor generatoren som produserer den stående bølgen befinner seg.

Oppgave 30

Intensiteten til bølgen er gitt ved:

$$I = \frac{P}{A} = \frac{10\ \mathrm{W}}{4\pi \cdot (5{,}0\ \mathrm{m})^2} = 3{,}18 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{W/m^2}$$

I desibel tilsvarer dette:

$$I[\mathrm{dB}] = \beta = 10 \log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10 \log_{10}\left(\frac{3{,}18 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{W/m^2}}{1{,}0 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{W/m^2}}\right) = 105\ \mathrm{dB}$$

Oppgave 31

Intensiteten i hver enkelt av de to posisjonene er gitt ved henholdsvis:

$$I_1 = \frac{P}{4\pi r_1^2} = 95\mathrm{dB} \qquad \text{og} \qquad I_2 = \frac{P}{4\pi r_2^2}$$

Intensiteten β_2 i posisjon r_2 kan vi ut fra dette finne på følgende måte:

$$\begin{aligned}
\Delta\beta = \beta_2 - \beta_1 &= 10 \log_{10}\left(\frac{I_2}{I_0}\right) - 10 \log_{10}\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \\
&= 10 \log_{10}\left(\frac{I_2}{I_0} \cdot \frac{I_0}{I_1}\right) = 10 \log_{10}\left(\frac{I_2}{I_1}\right) \\
&= 10 \log_{10}\left(\frac{P}{4\pi r_2^2} \cdot \frac{4\pi r_1^2}{P}\right) = 10 \log_{10}\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = 20 \log_{10}\left(\frac{r_1}{r_2}\right) \\
&= 20 \log\left(\frac{6.0\ \mathrm{m}}{60\ \mathrm{m}}\right) = -20\ \mathrm{dB}
\end{aligned}$$

Med en intensitet på $\beta_1 = 95\ \mathrm{dB}$ i en avstand $r_1 = 6{,}0\ \mathrm{m}$ er det en tilsvarende intensitet $\beta_2 = \beta_1 - \Delta\beta = (95 - 20)\mathrm{dB} = 75\ \mathrm{dB}$ i en avstand $r_2 = 60\ \mathrm{m}$.

Oppgave 32

I et rør som er lukket i den ene enden og åpent i den andre enden er grunntonen representert av en stående bølge med node i den lukkede enden og den første antinoden i den åpne enden. Dermed må rørets lengde L i dette tilfellet tilsvare en fjerdedels bølgelengde λ. Den tilhørende resonansfrekvensen f_1 for grunntonen er oppgitt til å være:

$$f_1 = \frac{\mathrm{v}}{\lambda} = \frac{\mathrm{v}}{4L} = 175 \text{ Hz}$$

De påfølgende harmoniske frekvensene i denne klarinetten er videre gitt ved:

$$f_n = n\frac{\mathrm{v}}{4L} \quad ; \quad n = 1,3,5,7, \ldots$$

Den andre harmoniske frekvensen ($n = 3$):

$$f_2 = 3 \cdot \frac{343 \text{ m/s}}{4 \cdot 0{,}49 \text{ m}} = 525 \text{ Hz} > 350 \text{ Hz}$$

Dette angir at frekvensen 350 Hz ikke er en resonansfrekvens for denne klarinetten.

Oppgave 33

I et åpent rør er det en antinode i begge ender. Det vil si: grunntonen er da representert av en stående bølge med bølgelengde lik halvparten av rørets lengde L . Dette innebærer at for den tredje laveste grunntonen ($n = 3$) gjelder at

$$L = 3 \cdot \frac{\lambda_3}{2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\mathrm{v}}{f_3} = 1{,}5 \cdot \frac{343 \text{ m/s}}{4080 \text{ Hz}} = 0{,}126 \text{ m} = 126 \text{ mm}$$

Oppgave 34

På grunn av Doppler-effekten vil vi måle en frekvens på

$$f = \left(1 + \frac{\mathrm{v}_o}{\mathrm{v}}\right) f_0 = \left(1 + \frac{50 \text{ m/s}}{343 \text{ m/s}}\right) \cdot 400 \text{ Hz} = 458 \text{ Hz}$$