

# TFY4109 Fysikk (MTENERG)

## Eksamen Des 2018. Løsningsforslag

Oppgave:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Rett svar:	A	A	D	E	B	E	B	E	A	C	A	B	
Oppgave:	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Rett svar:	C	D	A	C	A	A	C	A	B	B	B	B	C
Oppgave:	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	
Rett svar:	B	D	C	A	D	B	B	E	D	D	D	B	
Oppgave:	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
Rett svar:	D	B	B	A	D	E	D!	X45	X46	X47	X48	X49	X50

### Detaljer om spørsmålene:

**1. A.** H2018 Ingen horisontale krefter på kula, så  $a_x = 0$ ,  $v_x$  er konstant, og  $x$  øker lineært med tiden  $t$ .

**2. A.** H2018 Energibevarelse gir:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv_1^2 + mga &= \frac{1}{2}mv_2^2 + mgb \\ \Rightarrow v_2 &= [v_1^2 + 2g(a-b)]^{1/2} \end{aligned}$$

**3. D.** H2018 Pianoet står i ro, så total kraft på det er null. Horisontalt påvirkes pianoet av deg, dvs skyvkraften på 700 N, og en motsatt rettet og like stor friksjonskraft fra tepet.

**4. E.** Impulsbevarelse:  $|p_2| = |p_3| = p$ . Det gir  $K_3/K_2 = (p^2/6m)/(p^2/4m) = 2/3$ , slik at  $K_2/(K_2 + K_3) = K_2/(5K_2/3) = 3/5 = 60\%$ .

**5. B.** Beltedelen som har kontakt med underlaget står i ro. Øvre horisontale beltedel har dobbelt så stor hastighet som gravemaskinen.

**6. E.**

$$A = 4\pi r^2 = 15.205 \text{ cm}^2$$

For å anslå usikkerheten i  $A$ , kan vi regne ut  $A$  med radius hhv 11.1 og 10.9 mm. Dette gir hhv 15.483 og 14.930  $\text{cm}^2$ , så vi ser at usikkerheten i  $A$  er ca  $\pm 0.3 \text{ cm}^2$ . Alternativt, og litt raskere, kan vi si at

$$\Delta A/A = 2\Delta r/r \Rightarrow \Delta A = 2A\Delta r/r \simeq 0.3 \text{ cm}^2$$

**7. B.**

$$m = \rho V = 7.86 \text{ g/cm}^3 \cdot (4\pi/3) \cdot 1.1; \text{cm}^3 = 43.8 \text{ g}$$

**8. E.**

$$I_0/m = 2r^2/5 = 48.4 \text{ mm}^2$$

**9. A.**

$$K = mv^2/2 + I_0\omega^2/2 = 7mv^2/10$$

Starthøyde:  $y_0 \cdot (1.2^4 - 1.2^2) = 0.6336y_0$ . Dermed:

$$|\Delta U| = K \Rightarrow v = \sqrt{10g \cdot 0.6336y_0/7} = 149 \text{ cm/s}$$

**10. C.** 10) C: Brattest i  $x = \pm 6L/5$ , med helningsvinkel gitt ved  $\tan \theta = dy/dx$ . Her er

$$dy/dx = y_0(4x^3/L^4 - 2x/L^2),$$

som i  $x = \pm 6L/5$  er

$$|dy/dx|_{\max} \simeq 4.5y_0/L = 0.45.$$

Det gir en maksimal helningsvinkel  $\theta_{\max} = \arctan 0.45 = 24^\circ$ .

**11. A.** I banens to bunnpunkter (og det lokale topp-punktet ved  $x = 0$ ) er  $dy/dx = 0$ :  $dy/dx \sim 4x^3/L^4 - 2x/L^2 \sim 4x^2/L^2 - 2 = 0$  for  $x = \pm L/\sqrt{2}$ . Her er  $d^2y/dx^2 = y_0(12x^2/L^4 - 2/L^2) = y_0(6 - 2)/L^2 = 4y_0/L^2 = 1/\rho$ , slik at krumningsradien er  $\rho = L^2/4y_0 = 625$  cm.

**12. B.** Kinetisk energi øker lineært med tiden:  $K(t) = A(t - t_0)$ . Da er tilført effekt konstant:  $P = dK/dt = A$ . Dvs,  $P = Fv = mav = A$  er konstant. Siden  $K = mv^2/2$ , vil  $v \sim \sqrt{t}$  og  $a \sim 1/\sqrt{t}$ , og dermed vil  $F \sim 1/\sqrt{t}$ .

**13. C.** Energibevarelse gir  $kx^2/2 = mv^2/2$ , dvs  $k = mv^2/x^2 = 0.042 \cdot 0.42^2/0.042^2 = 4.2$  N/m.

**14. D.**  $a = v^2/r = (100/3.6)^2/(250/2\pi) = 19.4$  m/s<sup>2</sup>.

**15. A.** N2 for restrakettener  $u \cdot dm/dt = m \cdot dv/dt$ , dvs  $dm/m = dv/u$ , som integrert gir  $\ln(m/m_0) = (v - v_0)/u$ , dvs  $m = m_0 \exp((v - v_0)/u) = m_0 \exp(-(v - v_0)/|u|)$ , ettersom  $u < 0$ . Med  $v - v_0 = 1.4$  km/s,  $|u| = 2.6$  km/s og  $m_0 = 7.5 \cdot 10^5$  kg, er rakettenes masse redusert fra  $m_0$  til  $m = 0.584m_0 = 4.38 \cdot 10^5$  kg ved fartsdobligen. Dette tilsvarer en massereduksjon på  $3.12 \cdot 10^5$  kg. Det forbrukes  $0.13 \cdot 10^5$  kg bensin pr sekund. Følgelig har det tatt  $3.12/0.13 = 24$  sekunder å doble farten.

**16. C.**  $L = L_b + L_s = mrv + (2/5)mr^2 \cdot v/r = 7mrv/5 = 7 \cdot 0.130 \cdot 0.02625 \cdot 1.0/5 = 4.78 \cdot 10^{-3}$  kg m<sup>2</sup>/s (Js).

**17. A.** Dette er rotasjon med konstant vinkelakselerasjon  $\alpha$  bestemt av N2 for rotasjon,  $\alpha = \tau/I_0 = Fr/I_0$ . Her har vi et tynt kuleskall, og  $I_0 = (2/3)mr^2$ . Rotert vinkel er dermed  $\phi = (1/2)\alpha t^2 = (3F/4mr)t^2 = (3 \cdot 20/4 \cdot 0.0027 \cdot 0.020) \cdot 10^{-6} = 0.278$  radianer = 16 grader.

**18. A** Eksakt forflytning er  $s(t_1) = v_0 t_1 + at_1^2/2 = 0.01217$  m. Numerisk beregner vi steg for steg. I hvert tidssteg er fartsendringen like stor, da akselerasjonen er konstant:  $\Delta v = a\Delta t = (9.81/\sqrt{2}) \cdot 0.025 = 0.17342$  m/s.

$s_1 = s_0 + v_0 \Delta t = 0.4 \cdot 0.025 = 0.010$  m

Feil i  $s_1$ :  $0.01217 - 0.010 = 0.00217$  m  $\simeq 2.2$  mm.

**19. C.** Energibevarelse:  $mgh = mv^2/2$ , slik at  $v = \sqrt{2gh} = 27.66$  m/s = 100 km/t.

**20. A.** Vi finner  $v_y$  som funksjon av rotert vinkel  $\phi$  med energibevarelse og figurbetraktning: Vertikal forflytning er  $\Delta y = h \sin \phi$ , og  $v_y = v \cos \phi$ . Dermed:  $v_y = \sqrt{2gh \sin \phi} \cos \phi$ . Maksverdi når  $dv_y/d\phi = 0$ , eller kanskje litt enklere, når  $dv_y^2/d\phi = 0$ :

$$dv_y^2/d\phi = 2gh \frac{d}{d\phi} (\sin \phi - \sin^3 \phi) \sim \cos \phi (1 - 3 \sin^2 \phi) = 0$$

dersom  $\phi = \arcsin(1/\sqrt{3}) = 35$  grader.

**21. B.** Statisk Likevekt. Momentbalanse + Horisontalkomp Sum(Fx)=0.

Det enkleste er N2 rotasjon rundt A, og bruke at FT=FB, se tegning. 20 N mot venstre.

**22. B.** Bruk N2-Rot mht senteret til trinsa (A), dvs.  $\sum \vec{\tau}_A = \frac{d\vec{L}_A}{dt}$ . Total dreieimpuls (bane + spinn) er  $\vec{L}_A = 8mvr\hat{z}$  og total dreieimpuls er  $\sum \vec{\tau}_A = rmg\hat{z}$ . Dette gir  $\dot{v} = \frac{g}{8}$ , som gir  $v(t) = \frac{g}{8}t + v(0)$ , og som endelig gir  $v(0.5) = \frac{g}{16} = 0.625$ s.

**23. B.** Bruker dreieimpulsbevarelse:  $L_{tot, før} = Rmv = L_{tot, etter} = I_{etter}\omega$ , hvor  $I_{etter} = 1/2MR^2 + MR^2$ , for å finne  $\omega$ . Dette gir med insatte tall  $T = 2\pi/\omega = 57.9$  ms.

**24. B.** Ball med masse terminalhastighet. Når ballen ikke lengre akselererer så har vi  $Mg = Dv^2$ , og av det følger  $v = \sqrt{(Mg/D)} = 5.6$  ms.

**25. C.** Oppgaven består i å beregne først  $\vec{R}_{CM} = 0.42R(\hat{x} + \hat{y})$  og  $I_z = 0.5MR^2$ . (treghetsmomentet til kvartskiva rundt z-aksen), begge ved hjelp av integrasjon (bruker formlene i formelsamlinga). Deretter fås treghetsmomentet rundt CM ved hjelp av Steiners sats, som i dette tilfellet sier:  $I_z = I_{CM} + Md^2 = 0.14MR^2$ , der d er avstanden fra RCM til origo (dvs.  $d^2 = 0.36R^2$ ).

26. B.  $x(t) = x_0 \sin \omega t$ ,  $v(t) = \omega x_0 \cos \omega t$ ,  $a(t) = -\omega^2 x_0 \sin \omega t$ . Her er  $x_0 = 3.3$  cm og  $\omega^2 x_0 = 9.6$  cm/s<sup>2</sup>, slik at  $\omega = \sqrt{9.6/3.3} = 1.7$  s<sup>-1</sup>. Dermed er maksimal hastighet  $\omega x_0 = 5.6$  cm/s.

27. D. For to parallellkoblede fjærer må vi bruke dobbelt så stor kraft for å strekke samme avstand, det vil si  $k_1 = k_{eff,venstre} = 2k_V = 60$  N/m. Likeledes, for to seriekoblede fjærer trengs halvparten av krafta, det vil si  $k_2 = k_{eff,høyre} = 2k_H = 85$  N/m. Med utsving  $x$  fra likevekt virker kreftene fra disse to fjærene i samme retning, slik at N2 blir  $m\ddot{x} + (k_1 + k_2)x = 0$ . Da er perioden  $T = 2\pi\sqrt{m/(k_1 + k_2)} = 2\pi\sqrt{0.050/145} = 0.12$  s.

28. C. Finner Tregghetsmomentet  $I = \Gamma / (\frac{2\pi}{T_s})^2 = 0.4062$  kgm<sup>2</sup>.

29. A. Bruker ligningene for fysisk pendel og korrigerer med Steiners sats (see formelvedlegg), for å finne  $I = 1/12Ml^2 + Md^2 = 0.173$ , og som gir  $\omega = \sqrt{Mgd/I} = 1.31558\sqrt{g}$ . Til slutt fås  $T = \frac{2\pi}{\omega} = 1.51$  s

30. D. Q faktor i svakt dempet system er gitt i formelsamling som  $Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{\omega_0}{2\gamma}$ . Responen er gitt som  $y(T) = y(0) \exp -\gamma T \cos \omega T$ .  $\frac{y(T)-y(0)}{y(0)} = 3 \cdot 10^{-4}$ . Dermed fås for et svakt dempet system  $\Delta\omega \approx -\ln(0.9997)/T$ , som gir  $Q = 10470$ .

31. B. Bølgekraftverk. 56 kW Sylinderen følger en bevegelse  $y = A(\omega) \cos \omega t$ , og der  $v_y = -A(\omega)\omega \sin \omega t$ .  $A(\omega)$  er oppgitt i formelsamlinga. Det er også oppgitt at  $\langle P(t) \rangle = \langle F_b(t) \cdot v_y(t) \rangle$ .

Handwritten calculations for average power  $\langle P \rangle$  in a damped harmonic oscillator. The derivation starts with  $\langle P(t) \rangle = \langle F_b(t) \cdot v_y(t) \rangle = \langle -b v_y(t) \cdot v_y(t) \rangle = \langle -b (A(\omega) \omega \sin(\omega t))^2 \rangle = \langle -b \omega^2 A^2(\omega) \sin^2(\omega t) \rangle = \frac{1}{2} b \omega^2 A^2$ . Then,  $A(\omega) = \frac{F_0/m}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (2\gamma\omega)^2}$ . The final calculation yields  $\langle P \rangle = \frac{b \omega^2 \omega_0^4 H_0^2}{2 \left\{ (\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \left( \frac{2b}{2m} \omega \right)^2 \right\}} = \frac{3000 \cdot \left( \frac{7\pi}{9} \right)^2 \cdot (2.92)^4 \cdot (2.5)^2}{2 \cdot \left\{ \left( \left( \frac{7\pi}{9} \right)^2 - (2.92)^2 \right)^2 + \left( \frac{3000}{900} \cdot \left( \frac{7\pi}{9} \right) \right)^2 \right\}} = \frac{8138483}{2 \cdot [6.55 + 66.33]} = 56.8$  kW.

32. B. Koblede pendler.  $\omega_0 = 1.55$  rad.

Handwritten derivation for coupled pendulums. The diagram shows two masses  $m$  connected by springs with constants  $k$  and  $k_c$ . The equations of motion are  $m\ddot{x}_1 = -kx_1 + k_c(x_2 - x_1)$  and  $m\ddot{x}_2 = -kx_2 - k_c(x_2 - x_1)$ . These are rearranged into a matrix form  $\ddot{\vec{x}} + \vec{\omega}^2 \vec{x} = 0$ . The characteristic equation  $\det(\vec{\omega}^2 - \omega^2 \vec{1}) = 0$  leads to  $(-\omega^2 + \omega_0^2 + \omega_c^2) - \omega_c^2 = 0$  and  $(-\omega^2 + \omega_0^2 + \omega_c^2) = \pm \omega_c^2$ . The resulting normal frequencies are  $\omega_1 = \omega_0 = \frac{k}{m} = \sqrt{2}$  and  $\omega_2 = \sqrt{2 + 0.2 \cdot 2} = \sqrt{2.4} = 1.55$  rad/s.

33. E.  $k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = 1.4^2 + 1.4^2 + 1.6^2 = 6.48$ .  $v = \omega/k = 2\pi f/k$ . Det medfører at  $f = vk/(2\pi) = 137.7$  Hz, med  $v = 340$  m/s.

**34. D.** En bølge med retning  $\vec{k}$ , skrives som  $\eta(\vec{r}, t) = A \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) = \cos(-[-1.4x\hat{x} - 1.4y\hat{y} - 1.6z\hat{z}])$ , hvor da  $\vec{k} = (-1.4, -1.4, -1.6)$ ,  $k = 2.545584$ .  $\hat{k} \cdot \hat{z} = \frac{\vec{k}}{k} \cdot \hat{z} = \frac{-1.6}{2.54558} = \cos \alpha$ . Det medfører at  $\cos \alpha = -0.62853$ , som gir vinkelen  $\alpha = 128.9$  grader mellom z akse og bølgens forplantningsretning.

**35. C.** Her burde en started med  $\cos(kx)\cos(\omega t)$  for utsving, med grensebetingelser buk (max) på begge ender, dvs  $\cos(kL) = \max$ . Likevel blir det likt resultat som en streng,  $kL = n\pi$ .

Handwritten student work for problem 35. It includes a diagram of a standing wave on a string fixed at both ends, with labels for amplitude, frequency, and wave speed. The student calculates the wave speed  $v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$  and the frequency  $f = \frac{v}{\lambda}$ . The final result is  $f = 5092 \text{ Hz}$ .

**36. D.**  $r = \frac{\sqrt{\mu_2} - \sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_2} + \sqrt{\mu_1}} = \frac{\sqrt{90} - \sqrt{15}}{\sqrt{90} + \sqrt{15}} = 0.4202$ .  $y_i = 6 \text{ mm}$ . Dermed er  $y_r = r \cdot y_i = 2.52 \text{ mm}$ .

**37. B.** I formelsamlinga, er det kun definert  $Z = p/v$ . Da må en enten huske  $Z = \sqrt{\text{elastisitetmodul} \cdot \text{massetetthet}}$ , eller utlede at  $Z = p/v = \sqrt{B\rho}$ . Deretter må man bytte til elastisk modul for lydbølger i tynn stang  $Z = \sqrt{Y\rho}$ . Deretter anvendes ligning for refleksjons koeffisienten  $r$ , som gir  $R = r^2 = 24\%$ , samme som eksemplet i forelesningsnotater 2018.

Handwritten student work for problem 37. It shows a diagram of two pipes connected at a junction. The student calculates the acoustic impedance  $Z$  for each pipe and then uses the reflection coefficient formula to find  $R = 24\%$ .

**38. D.** Korrigert tiden til 5.3 s i spørsmålstekst.

Handwritten student work for problem 38. It includes a diagram of a string fixed at both ends with length  $L = 5 \text{ m}$ . The student calculates the wave speed  $v = \sqrt{\frac{S}{\mu}}$  and the frequency  $f = \frac{v}{\lambda}$ .

**39. B.** Her må en bruke  $\tan(\theta(x)) = dy/dx$ . Get, see below,  $\theta = \pi/14 \text{ rad}$ , dvs.  $\theta = 12.85$  grader.

34)

$g(t) = \tan \theta(t) = \left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_{x=L}$   
 $y(x) = b \sin kx \cos \omega t$   
 $\frac{\partial y}{\partial x} = b k \cos kx \cos \omega t \cdot k_1$

$\theta(t)_{\max}$   
 $= b n \cdot k_1 \cdot \cos k_1 L \cdot \cos \omega t$   
 $= b n \cdot \frac{\pi}{2L} \cos \left( \frac{\pi}{2} \cdot L \right)$   
 $= b n \cdot \frac{\pi}{2L} = 1 \text{ m} \cdot \frac{\pi}{2 \cdot 14}$

40. B.

$\vec{J} = 3 \text{ nA} \cdot \vec{e}_x$   
  
 $J(x) = 0 \quad \wedge \quad b n L = n \cdot \frac{\pi}{2} \quad (\text{max abs})$   
 $k_1 = \frac{\pi}{2L}$   
 $\frac{\omega}{k_1} = v = \frac{2\pi f_1}{k_1}$

$\Rightarrow f_1 = \frac{v \cdot k_1}{2\pi}$   
 $= \frac{v \cdot \frac{\pi}{2L}}{2\pi}$   
 $= \frac{v}{4L}$

$L = \frac{v}{4f} = 1,88 \text{ m}$   
 also 189 cm  
 Seite 13

41. A.

siehe 41  
  
 $z_1 = 6,4695 \text{ m}$   
 $z_2 = -6,4695 \text{ m}$   
 $z_0 = 0$

$2 \times \text{Kohärenz} \quad I = I_0 \cos^2 \left( \frac{k a \sin \theta}{2} \right)$   
 $\pi$  für Kohärenz

oder Doppelslit für konstruktive Interferenz:  $a \sin \theta = n \lambda$   
 $\left( \frac{k a \sin \theta}{2} - \frac{k a \sin \theta}{2} \right) = 2\pi$

$\tan \theta_1 = \frac{z_1}{z} \quad \Rightarrow \quad \theta_1 = 17,925^\circ \quad \Rightarrow \quad k = \frac{2\pi}{a \sin \theta_1} = 20,415$

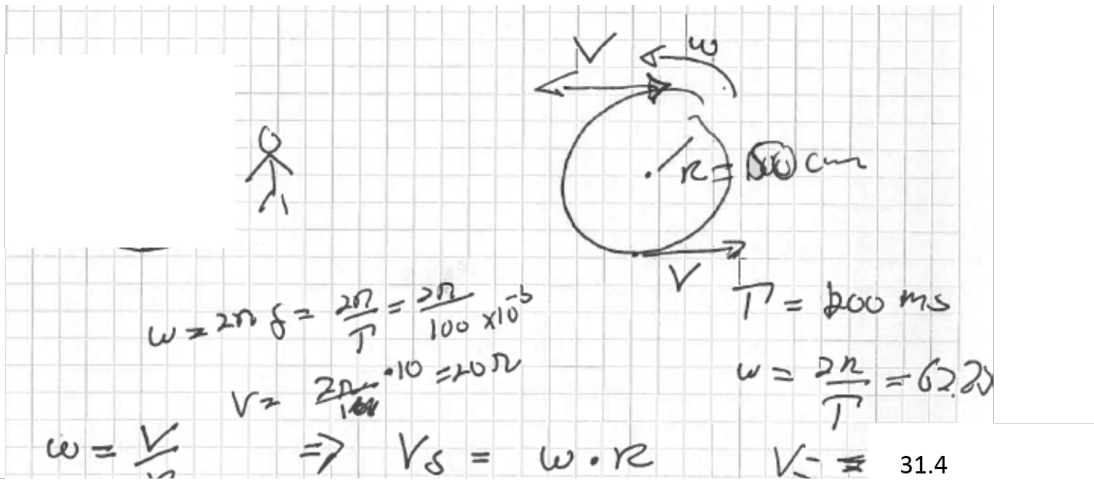
$v = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi \cdot 1000}{2\pi / a \sin \theta} = 1000 a \sin \theta = 307,77 \text{ m/s}$

42. D.

$\cos(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t) + \cos(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t)$   
 $= \cos(x + 0,1y - \omega t) + \cos(x - 0,1y - \omega t)$   
 Bsp:  $\cos(a) + \cos(b) = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{a-b}{2}\right) \cos\left(\frac{a+b}{2}\right)$   
 $\Rightarrow \langle I \rangle = \frac{1}{4} \cos^2\left(\frac{\Delta k}{2} y\right), \quad \Delta k = 0,2$

$\frac{\Delta k}{2} y = \pi$  für intensives Maximum  
 $\Rightarrow \Delta l = \frac{2\pi}{\Delta k} = \frac{2\pi}{0,2} = \frac{2\pi}{\frac{1}{5}} = 10\pi$   
 $\Delta l = \frac{\lambda}{\theta}$  für da geht anders.

43. E.



$$f' = \left( \frac{v - v_0}{v - v_s} \right) f \quad v_0 = 0, \quad v = 340 \text{ m/s}, \quad v_s = v - v$$

$$f_r = \left( \frac{v}{v - v} \right) f = \left( \frac{340}{340 + 31.4} \right) f = 402.7 \quad f - v = \left( \frac{340}{340 + 31.4} \right) f = \frac{310}{340 + 31.4} f = 434.8$$

**44. D!**

44)  $w(t) = w_0 \sin(kd/x), \quad w_0 = 7 \frac{m}{s}$   
 $\lambda = 4d \Rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{4d} = \frac{\pi}{2d}$   
 $v_g = \frac{dw}{dk}, \quad v = \frac{w}{k} = \frac{dw_0 \sin(kd/x)}{k dx/x} = \frac{dw_0 \cos(kd/x)}{k dx/x}$   
 $v(kw) = \frac{w_0 d}{2} = v_0, \text{ da } \frac{\pi}{2} \text{ for } x \rightarrow 0$

$\frac{dw}{dk} = w_0 \cos(kd/x) \cdot \frac{d}{2} = \frac{w_0 d}{2} \cos(kd/x) = v_0 \cos(kd/x)$   
 $v_g(\lambda = 4d) = v_0 \cos\left(\frac{\pi}{2d} \cdot \frac{d}{2}\right) = v_0 \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = v_0 \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.71 \cdot v_0$   
 Riktig svar alternativ (D)

**45.** Se eventuelt notater om svevning.  $v_g = 0.1667, v = 0.2352, \text{ Dispersiv} = \text{JA}$  fordi  $v_g < v$ .

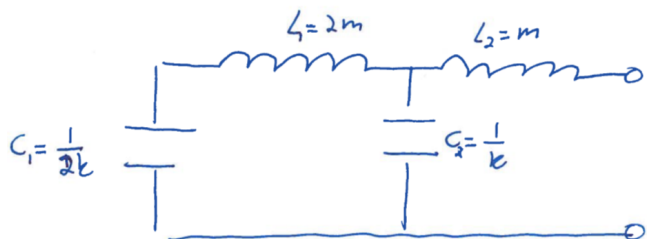
$\cos(28x - 7t) + \cos(40x - 9t)$

$$v_g = \frac{\Delta \omega}{\Delta k} = \frac{(9-7)}{(40-28)} = 0.167$$

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{(7+9)/2}{(40+28)/2} = \frac{16}{68} = 0.2353$$

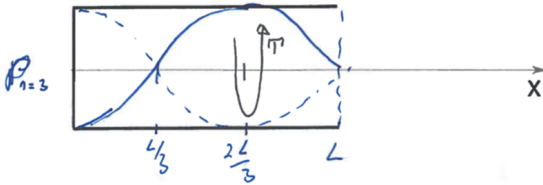
$v_g < v \quad \text{o.k.} \Rightarrow \text{dispersiv [JA]}$

**46. X.** Husker fra øvingsoppgaveat  $F = V, q = x, L = m, k = 1/C$ . Fjærene lagrer energi som en kondensator og disse er koplet til jord. Verdier  $L_{venstre} = 2m, C_{venstre} = 1/(2k), L_{høyre} = m, C_{høyre} = 1/k$ . Kretsen har åpne porter på høyre side, som vist i figur.



**47. E.** Man bør vite at trykkutsving er kontinuerlig ved åpen ende, og max ved lukket ende! Grensebetingelser fås da ved hjelp av  $\cos(kx) \cos(\omega t)$ . Finner nå at  $kL = n * \pi/2, n = 1, 3, 5, 7$ . Det blir spurt om første overtone som

da blir  $n=3$ . Riktig svar, blir da som i figur.



$\lambda_3 = \frac{4L}{3}$  , Mode ved åpen ende for stulle,  
 lukket på begge ender for tynne.

48. . Tegner in symmetrisk og antisymmetrisk mode for pendlene. Viktig her å få med at  $\theta_1(t) = \theta_2(t)$  i symmetrisk mode, og  $\theta_1(t) = -\theta_2(t)$  i antisymmetrisk mode, se eventuelt Youtube video eller notater.

