1. D $M = \rho V = \rho \cdot 4\pi r^3/3 = \rho \cdot \pi d^3/6$ slik at $d = (6m/\pi\rho)^{1/3} = 43.7$ mm.

2. E Vertikalt faller steinen fra høyde h med konstant akselerasjon $g/6$. Dette tar en tid t gitt ved $h = gt^2/12$, dvs $t = \sqrt{12h/g}$. Horisontal lengde på kastet blir dermed $x = v_0 t = 18 \cdot \sqrt{12 \cdot 1.7/9.81} = 26$ m.

3. B Newtons 2. lov (N2), $dp = F\,dt$, gir her $F_{\max} \cdot \tau/2 = 2mv$ med $\tau = 0.002$ s, $m = 0.0027$ kg og $v = 25$ m/s. Dermed $F_{\max} = 135$ N.

4. E Det maksimale ("terminale") effekttapet er $P_t = f \cdot v_t$. Terminalfart når luftmotstanden er lik kulenes tyngde:

$$\frac{1}{2}\rho\pi r^2 C_d v_t^2 = mg = \rho_S g \cdot 4\pi r^3/3.$$

Det betyr at v_t øker proporsjonalt med $\sqrt{r}$, mens f øker proporsjonalt med r^3. (Selvsagt: $f = mg$ når $v = v_t$.) Dermed er P_t proporsjonal med $r^{7/2}$, og $4^{7/2} = 128$.

5. A Gravitasjonsloven og N2 med sentripetalakselerasjon gir $GMm/R^2 = mv^2/R = m(2\pi R/T)^2/R$ som løst mhp M gir $M = 4\pi^2 R^3/GT^2 \simeq 2 \cdot 10^{30}$ kg.

6. B Punktmassen m følger en sirkelbane med radius $R = d/2 + L\sin 30^\circ = 8.5$ m. Det er ingen akselerasjon vertikalt, slik at $S\cos 30^\circ = mg$. Horisontal akselerasjon er v^2/R, forårsaket av snordragets horisontale komponent, slik at $S\sin 30^\circ = mv^2/R$. Omløpstida er $T = 2\pi R/v$. Vi dividerer N2 horisontalt med N1 vertikalt, setter inn $v = 2\pi R/T$, løser mhp T og finner $T = \sqrt{4\pi^2 R/g\tan 30^\circ} = 7.7$ s.

7. D Vi setter $V_0 = 0.30$ m/s, $m = 0.10$ kg, og V_1 og v_1 lik sluttfarten til hhv den store og den lille klossen. Impulsbevarelse gir da (1) $5mV_1 + mv_1 = 5mV_0$, mens energibevarelse gir (2) $5mV_1^2/2 + mv_1^2/2 = 5mV_0^2/2$. Fra (1) følger $V_1 = V_0 - v_1/5$, som innsatt i (2) gir $5(V_0 - v_1/5)^2 + v_1^2 = 5V_0^2$, dvs $-2V_0 v_1 + 6v_1^2/5 = 0$, dvs $v_1 = 5V_0/3 = 0.50$ m/s.

8. A Rotasjonslikevekt om midtpunktet gir en kraft tilsvarende tyngden av 80 kg, rettet nedover, på enden av stupebrettet (dvs der det står en pillar). I tillegg kommer stupebrettets egen tyngde, tilsvarende 120 kg, samt normalkraften fra personen på 80 kg, begge rettet nedover. I alt en kraft på stupebrettet tilsvarende tyngden av 280 kg, rettet nedover. N1 gir da en kraft rettet oppover fra pillaren på midten lik $280 \cdot 9.81$ N $= 2.75$ kN.

9. C Rotasjonslikevekt om kontaktpunktet gir $S = mg = 3.6 \cdot 9.81 = 35$ N (siden S og tyngden mg begge har en arm lik platas sidekant dividert med $\sqrt{2}$).

10. A Rotasjonslikevekt om kontaktpunktet gir $S = mg/\sqrt{2} = 3.6 \cdot 9.81/\sqrt{2} = 25$ N (siden S her har en arm lik platas sidekant, mens tyngden mg har en arm lik platas sidekant dividert med $\sqrt{2}$).

11. D I dette eksperimentet er mekanisk energi bevart. Derfor er farten lik v_0 neste gang kula passerer høyden $y = 0$, dvs der hvor $(2x/L)(x^2/L^2 - 3/4) = 0$, dvs $x = \sqrt{3}L/2 = 87$ cm.

12. C Helningsvinkelen er gitt ved $\tan\theta = dy/dx = (H/L)(6x^2/L^2 - 3/2)$, som i origo blir (i absoluttverdi) $\theta = \arctan(3H/2L) = \arctan(90/200) = 24^\circ$.

13. E Banens lokale topp-punkt er bestemt av $dy/dx = 0$ (samt $d^2y/dx^2 < 0$), dvs $(H/L)(6x^2/L^2 - 3/2) = 0$, dvs $x = -L/2$. Her er kula i en høyde $y = H/2$. For at kula skal nå fram hit må vi ha $7mv_0^2/10 = mgH/2$, dvs $v_0 = \sqrt{5gH/7} = 145$ cm/s. (Kinetisk energi: $K = (1+c)mv^2/2 = 7mv^2/10$ når $c = 2/5$ for kompakt kule.)

14. E Banens lokale bunnpunkt er bestemt av $dy/dx = 0$ (samt $d^2y/dx^2 > 0$), dvs $(H/L)(6x^2/L^2 - 3/2) = 0$, dvs $x = L/2$. Her er kula i en høyde $y = -H/2$, og farten her er gitt ved $7mv^2/10 - mgH/2 = 7mv_0^2/10 = 7mgH/10$, dvs $v^2 = 12gH/7$. Invers krumningsradius er her $1/\rho = |d^2y/dx^2| = 12H(L/2)/L^3 = 6H/L^2$. N2 gir nå $N - mg = ma = mv^2/\rho = m \cdot (12gH/7) \cdot (6H/L^2)$, dvs $N = mg + 72H^2mg/7L^2 = 1.93mg \simeq 2mg$.

15. E N2 for rotasjon om CM, $fR = I_0\dot{\omega}$, med $f = \mu mg$ og $I_0 = 2mR^2/5$, gir $\omega(t) = 5\mu gt/2R$. (Konstant dreiemoment, dermed konstant vinkelakselerasjon, dermed vinkelhastighet som øker lineært med tiden t.) Dermed tar det en tid $t = 2 \cdot 0.11 \cdot 30/5 \cdot 0.12 \cdot 9.81 = 1.1$ s før kula roterer med vinkelhastighet 30 rad/s.

16. B Kun tyngdekraften mg har et dreiemoment mhp kontaktpunktet A. Vinkelen mellom $\boldsymbol{d}$ (dvs vektoren fra A til CM) og $m\boldsymbol{g}$ er $\theta + \pi/2$, dvs 150°. Dreiemomentet blir dermed $\tau = mgd\sin(\theta + \pi/2) = 0.045 \cdot 9.81 \cdot 0.05 \cdot \sin 150° = 11$ mN m.

17. D Resonansfrekvens: $\omega_0 = \sqrt{k/m} = \sqrt{12.5/0.125} = 10\ \text{s}^{-1}$. Dempingsfaktor: $\gamma = b/2m = 100/0.250 = 400\ \text{s}^{-1}$. Systemet har med andre ord meget sterk demping (som ventet, med sirup). Da kan vi neglisjere det ene bidraget til den generelle løsningen

$$x(t) = A\exp(-\alpha_1 t) + B\exp(-\alpha_2 t),$$

siden $\alpha_1 = \gamma + \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} \simeq 2\gamma$ er mye større enn $\alpha_2 = \gamma - \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} \simeq \omega_0^2/2\gamma = k/b$. Med andre ord, vi har $x(t) \simeq x_0\exp(-kt/b)$, siden $x(0) = x_0 = 25.0$ cm. Tiden det tar før x er redusert til 5.0 cm, er bestemt av ligningen $25.0/5.0 = \exp(kt/b)$, dvs $t = (b/k)\ln 5 = (100/12.5)\ln 5 = 8\ln 5 = 13$ sekunder.

18. B Nå er dempingsfaktoren $\gamma = b/2m = 0.0010/0.250 = 0.0040\ \text{s}^{-1}$, dvs $\gamma \ll \omega_0$, og systemet er svakt dempet. Da er

$$x(t) = x_0 e^{-\gamma t}\cos\omega t$$

med $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} \simeq \omega_0$. Oscillatorens mekaniske energi tilsvarer maksimal potensiell energi, som avtar eksponentielt med tiden (pga dempingen omdannes mekanisk energi til varme),

$$E(t) = \frac{1}{2}kx_0^2 e^{-2\gamma t}.$$

Den mekaniske energien er redusert med 50% når $\exp(-2\gamma t) = 1/2$, dvs $t = (m/b)\ln 2 = 125 \cdot \ln 2 = 87$ sekunder.

19. A

$$E = \frac{1}{2}kA(\omega_0)^2 = \frac{k}{2}\frac{(F_0/m)^2}{(2\gamma\omega_0)^2} = \frac{mF_0^2}{2b^2},$$

som med oppgitte tallverdier blir 4.0 J.

20. D $Q = \omega_0/\Delta\omega = \omega_0/2\gamma = \sqrt{k/m}/(b/m) = \sqrt{12.5/0.125}/(0.0010/0.125) = 1250.$

21. C N2-Rotasjon gir oss $\tau = I_0\dot{\omega}$, hvor $\tau = F \cdot R$ og $I_0 = \frac{1}{2}MR^2$. Dermed fås vinkelfrekvensen $\omega(t) = FRt/(\frac{1}{2}MR^2) = 2Ft/MR$. Den kintetiske rotasjonsenergien er da gitt som $K = \frac{1}{2}I_0\omega^2 = \frac{1}{4}MR^2 \cdot \frac{4F^2t^2}{M^2R^2} = \frac{F^2t^2}{M} = \frac{10^6 \cdot 120^2}{600}$ J=24 MJ.

22. B Uelastisk , det vil si ikke K. Rekylkraft i A som dedfører ikke p. Siden $\tau_A = 0$ så er L bevart.

23. C $P = F \cdot v = m\dot{v}v = \frac{mvdv}{dt}$, slik at $vdv = \frac{P}{m}dt$ $\int vdv = \frac{P}{md}t$, som gir $t = \frac{m}{P} \cdot \frac{1}{2} \cdot v^2$. Vi får da $v(t) = \sqrt{2Pt/m} = dx/dt$, som gir at $x = \int \sqrt{2Pt/mdt} = \sqrt{2Pt/m} \cdot \frac{2}{3}t^{3/2}$=107 m.

24. A $k_V^{Tot} = 3k_V = 150$ N/m. $k_H^{Tot} = \frac{1}{3}k_V = 60$ N/m. Total kraft med utsving x : $-kx$ med $k = k_V^{Tot} + k_H^{Tot}$=210 N/m. Dette gir svingeperiode $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

25. E $f \leq \mu_s N = \mu_s mg$; Grensetilfelle : $F = \mu_s mg$. F=ma; $a = \ddot{x} = \omega_0^2 A \sin\omega_0 t = 4\pi^2 f^2 A \sin\omega_0 t$. Dette gir $\mu_s mg = m \cdot 4\pi^2 f^2 A$, som da gir $\mu_s = 4\pi^2 f^2 A/g = 4\pi^2 \cdot 1.4^2 \cdot 0.1/9.81 = 0.79$

26. D Oppgitt $v_0(t_0) = 1$ m/s. $t_0 = 0.2618$s $\theta(t_0) = 15°$. $\Delta t = 0.1$s. Finn $\theta_{Euler} = \theta(t_0 + \Delta t) = \theta(t_0) + \dot{\theta}(t_0) \cdot \Delta t$. Hvor $\dot{\theta}(t_0) = \frac{1m/s}{1m} = 1s^{-1}$. Det gir at $\theta(0.3618)$=$15° + 0.1 \cdot 1rad/s = 15° + \frac{18}{\pi} = 20.7°$

27. A N2 for masse 1: $m_O\ddot{x_1} = -k(x_1-x_2) = -kx_1+kx_2$ N2 for masse 2 : $m_O\ddot{x_2} = -k(x_2-x_3)-k(x_2-x_1) = -kx_1 - 2kx_2 + kx_3$ N2 for masse 3 : $m_O\ddot{x_2} = -k(x_3 - x_2) = kx_2 - kx_3$. Som gir ligningssettet

$$\begin{bmatrix} m_\mathrm{O} & 0 & 0 \\ 0 & m_\mathrm{C} & 0 \\ 0 & 0 & m_\mathrm{O} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x_1} \\ \ddot{x_2} \\ \ddot{x_3} \end{bmatrix} . = \begin{bmatrix} -k & k & 0 \\ k & -2k & k \\ 0 & k & -k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \tag{1}$$

28. B
$V_M \approx V_0\kappa^2(x-d)^2$=$\frac{1}{2}k(x-2)^2$, der k er fjærkonstanten i masse fjær modellen. En harmonisk oscillator har frekvens $\omega_0 = \sqrt{k/m}$, som gir ω=$\sqrt{2V_0\kappa^2/m_O}$=$\sqrt{2 \cdot 5.5 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}(\cdot 34.35 \cdot 10^9)^2/(16 \cdot 1.67 \cdot 10^{-27}} \approx 2.8 \cdot 10^{14}$ rad/s.

29. C $k_x = \frac{2\pi}{4d/5}$,$k_y = \frac{2\pi}{4d/6}$. $\tan\theta = k_y/k_x$. Dermed er $\theta = 50°$.

30. C v=1200m/14s=$\sqrt{S/\mu}$=$\sqrt{\frac{S \cdot 600}{100}}$, som gir at S=$\frac{1}{6} \cdot (1200/14)^2$ N=1224 N $\approx$ 1.2 kN.

31. D v=$\sqrt{S/\mu}$; $S(y)$=$\mu Lg(1-y/L)$. Dette gir v(y)=$\sqrt{gL}\sqrt{1-y/L}$. Dette tilsvarer kurve D.

32. B Fra β(dB) =10$\log(I/I_0) \geq 60$ dB må vi ha $I \geq 10^{-6}W/m^2$. Energien som omgjøres til lyd er $E_0 = 0.005 \cdot 30k$J=150 J. $(E_0/\Delta t)/(4/pir^2) \geq 10^{-6}$ W/m^2. Dette gir $r = \sqrt{(150/0.1)/(4\pi)} \cdot 10^3$=10.92 km $\approx$ 11 km.

33. C T=1-R=$1-(r^2)$. $r = \frac{(Z_2 - Z_1)}{(Z_2 + Z1)}$. Oppgitt $Z = p/v$ og $p = -B\partial\xi/\partial x$. Fra disse ser vi at Z=$\sqrt{\rho \cdot B}$= Z=$\sqrt{\rho \cdot ElastiskModul}$. Vi velger riktig elastisk modul, som for tynn stang vil være Y. Dermed fås r= $\frac{\sqrt{2700 \cdot 70 \cdot 10^9} - \sqrt{7850 \cdot 200 \cdot 10^9}}{\sqrt{2700 \cdot 70 \cdot 10^9} + \sqrt{7850 \cdot 200 \cdot 10^9}}$ =0.43, som gir T=77%.

34. E Dobbelt dopplerskift: $f_M = \frac{v-v_M}{v-v_F} f_0 = \frac{355}{330} f_0$. $f_F = \frac{350}{325} f_M = \frac{350 \cdot 355}{325 \cdot 330} \cdot 100$ kHz=116 kHz.

35. A Oppgitt $\xi = b_n \sin k_n x \cos \omega_n t$, med b_3=1 mm. første overtone er gitt av $k_3 = \frac{3\pi}{2L}\lambda$, og $p = -B\frac{\partial \xi}{\partial x} = -Bbk_3 \cos k_3 x \cos \omega_3 t$; max p=$1.4 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{3\pi}{2} \cdot \cos(\frac{3\pi \cdot L}{2L \cdot 2}$ Pa = 467 Pa.

36. A Gitter avstand gitter a=1/100 mm = 10μ m. Leser av for Grating 1 : $\tan\theta$ =0.046/0.724 = 0.0634. Leser av for Grating 2 $\tan\theta$ =0.1395/0.725=0.1924. $a_2 = a_1 \cdot 0.046/0.1395 = 3.3\mu$m.

37. C $D_1 = D_0 \cos(x - t)$; $D2 = D_0 \cos(0.9x + 0.4358y - t)$. $D_1 + D_2 = 2D_0 cos(\frac{0.1x - 0.4358y}{2}) \cos|(0.95x + (0.4358/2)y - 1)$. Intensiteten går som $I = 4D_0^2 \cos^2(\frac{0.1x-0.4358y}{2}) \cos^2(0.95x + (0.4358/2)y - 1)$. Innfører $\Delta k = \sqrt{0.05^2 + 0.2179^2}$=0.2236. Avstanden mellom interferensstripene i intensiteten er da gitt av $\Lambda = \frac{\pi}{\Delta k} = \frac{\pi}{0.2236}$=14.05$\approx$ 14.1 m.

38. A $< \epsilon > = \frac{1}{2}\mu\omega^2 y_0^2$; Her er $\mu = m/L$=0.3kg/10m=0.03 kg/m, mens v=$\omega_3/k_3 = \sqrt{\frac{S}{\mu}} = \sqrt{20/0.03}$ m/s=25.82 m/s, og $k_3 = 3 \cdot \pi/L$. Dermed er $\omega_3 = vk_3$ =25.82 $\cdot 3\pi/10$ =24.33 rad per s^{-1}. Dermed blir energitettheten i mode n=3: $< \epsilon > = \frac{1}{2} \cdot 0.03kg/m \cdot 24.33^2 s^{-2} \cdot 0.1^2 m^2$=89 mJ/m;

39. B
$dK = \frac{1}{2}\mu(\frac{\partial y}{\partial t})^2 \cdot dx = \frac{1}{2} b_2^2 S k_2^2 \sin^2 k_3 x \sin^2 \omega_2 t \cdot dx$; Potensiell energi $dU = \frac{1}{2} S (\frac{\partial y}{\partial x})^2 \cdot dx = \frac{1}{2} b_2^2 S k_2^2 \cos^2 k_2 x \cos^2 \omega_2 t \cdot dx$; Total energi for en gitt mode n=2 er gitt av E(t)=$\int(dK + dU) = \frac{1}{2} b_2^2 S k_2^2 \int_0^L dx (\sin^2 k_2 x \sin^2 \omega_2 t + \cos^2 k_2 x \cos^2 \omega_2 t) = \frac{1}{2} b_2^2 S k_2^2 \cdot \frac{L}{2} \left[\sin^2 \omega_2 t + \cos^2 \omega_2 t\right] = \frac{1}{4} b_2^2 S k_2^2 = \frac{1}{4} \cdot 0.2^2 \cdot 20 \cdot (\frac{2\pi}{10})^2 \cdot 10J$=0.79 J.

40. E Bølgen er ikke dispersiv nær k=0 da kurva er nesten lineær der, og dermed er v uavhengig av k og videre er $v_g \approx v$.