NORGES TEKNISK NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:
Navn: Anne Borg
Tlf. 93413

BOKMÅL

KONTINUASJONSEKSAMEN I EMNE TFY4115 Fysikk

Elektronikk og Teknisk kybernetikk

5. august 2004
Tid: Kl. 0900 - 1500

<u>Hjelpemiddelkode C:</u>

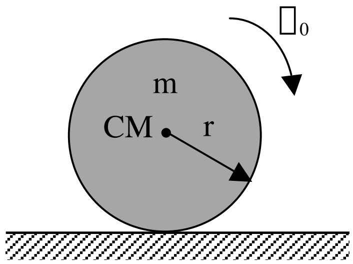
Bestemt, enkel kalkulator
K. Rottmann: Matematisk formelsamling
O. H. Jahren og K. J. Knutsen: Formelsamling i matematikk

Vedlegg: Formler i emne TFY4115 Fysikk (side 5 – 9 i oppgavesettet)

Oppgavesettet er er utarbeidet av : Professor Anne Borg og professor Ola Hunderi

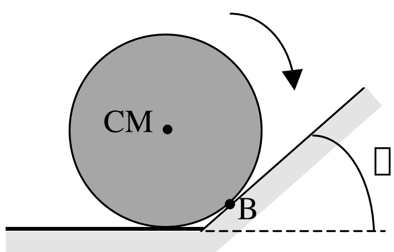
Sensuren faller innen 26. august 2004.

<u>Oppgave 1</u>



Figur 1

Ei kule med masse m og radius r ruller uten å gli på et horisontalt underlag med konstant vinkelhastighet ω_0, se figur 1. Etter en tid når kula fram til et skråplan som danner vinkelen θ med horisontalplanet, se figur 2. Vi kaller det første kontaktpunktet mellom kula og skråplanet for B. Tyngdens akselerasjon er **g**. Friksjonskoeffisienten mellom kula og underlaget er den sammen for statisk og kinetisk friksjon og har størrelse μ.



Figur 2

a) Tegn figurer som viser kreftene som virker på kula mens den ruller på det horisontale underlaget og etter at den har rullet et stykke oppover skråplanet. Sammenlikn størrelsen av de kreftene som er relevante å sammenlikne i de to tilfellene.

b) Vis at vinkelhastigheten til kula umiddelbart etter støtet mot skråplanet i B er gitt ved:

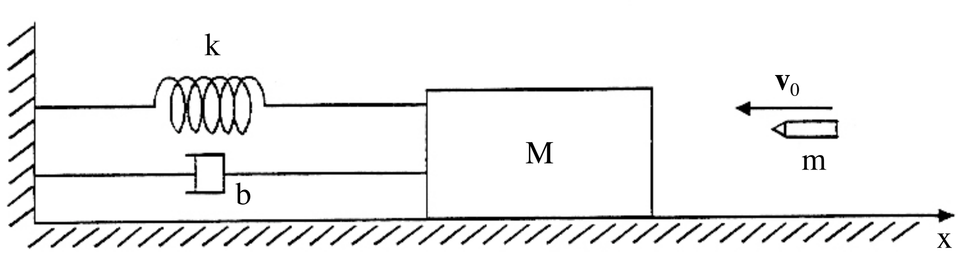
$$\omega_1 = \frac{5}{7}\left(\cos\theta + \frac{2}{5}\right)\omega_0$$

c) Hvor langt beveger kula seg oppover skråplanet, regnet fra punktet B, før den stopper opp og begynner å rulle nedover igjen. Uttrykk svaret ved vinkelhastigheten ω_1, kulas radius r, tyngdens akselerasjon g og vinkelen θ.

d) Beregn vinkelhastigheten til kula etter at den har rullet ned fra skråplanet og igjen ruller med konstant vinkelhastighet på det horisontale underlaget. Uttrykk svaret ved ω_0 og vinkelen θ.

<u>Oppgave 2</u>

Et dempet, mekanisk svingesystem består av en masse M festet til en vegg med ei fjær med fjærkonstant k, som vist i figur 3. Parallelt med fjæra er det koplet et dempeledd med motstandskoeffisient b, som gir en kraft $\mathbf{F}_b = -b\mathbf{V} = -b\dot{\mathbf{x}}$ proposjonal med hastigheten **V** til massen. Massen M glir på et friksjonsfritt underlag.



Figur 3

Et prosjektil med masse m og hastighet $\mathbf{v}_0$ parallelt horisontalretningen (se figur 3) skytes inn i massen M og blir sittende fast. I hele oppgaven forutsettes at utslagene fra likevektsposisjonen er så små at massen M ikke kommer i berøring med veggen.

a) i. Finn hastigheten V til felleslegemet (M+m) umiddelbart etter at prosjektilet treffer.

ii. Still opp differensiallikningen for systemet etter støtet ved hjelp av Newtons 2. lov.

iii. En mulig løsning av differensiallikningen er:

$$x(t) = Ae^{-\gamma t}(\cos\omega' t + \phi)$$

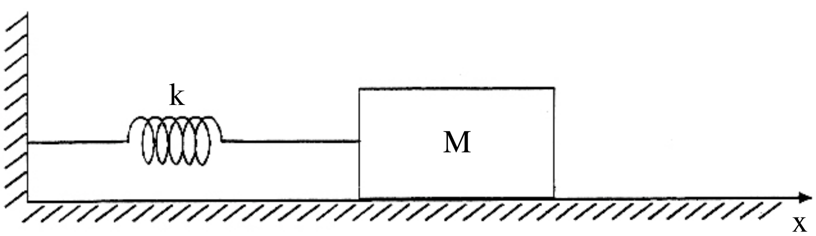
Finn konstantene (A, γ, ω’ og ϕ) i løsningen når:

M = 1,00 kg	m = 10,0 g
k = 200 N/m	b = 14,2 Ns/m
v_0 = 400 m/s	

b) i. Beregn det største utslaget som felleslegemet beskrevet i punkt a) får i forhold til likevektsposisjonen.

ii. Beregn forholdet mellom to påfølgende svingemaksima (positivt utslag etterfulgt av negativt utslag eller omvendt).

iii. Hvor stor må motstandskoeffisienten b være for at systemet skal være kritisk dempet? Skisser svingeforløpet i dette tilfellet.



Figur 4

Vi fjerner nå dempeleddet slik at svingesystemet blir som vist i figur 4, men vi skal i denne delen av oppgaven ta hensyn til at det er en liten, men endelig friksjon mellom massen M og underlaget. Friksjonskoeffisienten er μ og antas å være den samme for både statisk og kinetisk (dynamisk) friksjon. At friksjonen er liten betyr i dette tilfellet at det tar flere hele perioder før utslaget dør ut. Massen M trekkes nå ut en avstand A_0 fra likevektsposisjonen og slippes uten utgangshastighet.

c) i. Still opp differensiallikningen for svingebevegelsen og vis at løsningen av differensiallikningen kan skrives på formen:

$$x_1(t) = A_1\cos(\omega t + \phi_1) + K \qquad 0 \le t \le T/2$$

$$x_2(t) = A_2\cos(\omega t + \phi_2) - K \qquad T/2 \le t \le T$$

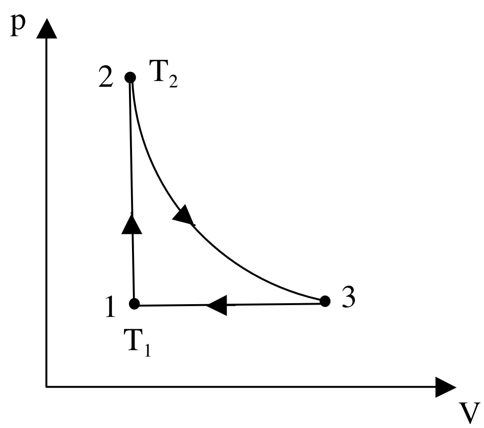
der T er perioden for svingebevegelsen.

ii. Hva er □ og konstanten K i dette tilfellet?

d) i. Bestem konstantene A_1, $□_1$, A_2 og $□_2$. Skisser svingeforløpet for $t \leq T$.

ii. Hvor mye energi er gått tapt pga. friksjonen i løpet av den første svingeperioden? Sammenlikn resultatet med arbeidet utført av friksjonskrafta.

Oppgave 3



Figur 5

En ideell, diatomig gass med molar spesifikk varmekapasitet ved konstant volum c_V'=5R/2 gjennomgår en termodynamisk tre-trinns syklus som vist i figur 5. n mol av gassen med trykk p_1 og temperatur T_1 (tilstand 1) varmes opp ved konstant volum til temperatur T_2 (tilstand 2). Gassen få så ekspandere adiabatisk i trinn 2□ 3 og komprimeres deretter isobart tilbake til starttilstanden i trinn 3□ 1.

a) i. Utled uttrykket for trykket p_2 i tilstand 2, uttrykt ved p_1, T_1, T_2, og uttrykket for temperaturen T_3 i tilstand 3, uttrykt ved □, T_1 og T_2, der $□ = \frac{c_p'}{c_V'}$.

ii. Beregn varmemengden Q tilført til eller avgitt fra gassen i hvert av prosesstrinnene idet n = 2,00 mol, $p_1 = 1{,}00 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}$, T_1 = 300K og T_2 = 750K.
Den universelle gasskonstanten $R = 8{,}314\,\mathrm{J/(mol \cdot K)}$.

b) Beregn netto arbeid W_{net} som blir utført i løpet av en syklus og virkningsgraden for prosessen.

c) Anta at prosesstrinnet fra tilstand 2 er isotermt (til tilstand 3') og ikke adiabatisk, men slik at den isobare kompresjonen fører tilbake til starttilstanden 1. Beskriv forandringen ved hjelp av et pV-diagram. Vil forandringen påvirke W_{net} for syklusen og i tilfelle hvordan. Begrunn svaret.

d) Beregn virkningsgraden for syklusen når trinn 2□ 3' er isotermt. Hva er den maksimale virkningsgraden for en prosess som opererer mellom temperaturene T_1 og T_2? Sammenlikn virkningsgradene beregnet i dette punktet med virkningsgraden beregnet under punkt b) og diskuter resultatene.