Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for fysikk

BOKMÅL

EKSAMEN
i
TFY4115 FYSIKK

for MTNANO, MTTK og MTEL

Eksamensdato: Lørdag 17. desember 2011

Eksamenstid: 09:00 - 13:00

Faglig kontakt under eksamen: Institutt for fysikk, Arne Mikkelsen, tlf. 486 05 392
Tillatte hjelpemidler (kode C):
Bestemt enkel godkjent kalkulator med tomt minne.
Rottmann: Matematisk formelsamling (norsk eller tysk utgave).

Sensurdato: Innen 17. januar 2012.

Prosenttallene i parantes etter hver oppgave angir hvor mye den i utgangspunktet vektlegges ved bedømmelsen. I de fleste tilfeller er det fullt mulig å løse etterfølgende punkter selv om et punkt foran skulle være ubesvart.

Noen generelle merknader:
- Symboler skrives i kursiv (f.eks. m for masse), mens enheter skrives uten kursiv (f.eks. m for meter)
- $\hat{\mathbf{x}}$, $\hat{\mathbf{y}}$ og $\hat{\mathbf{z}}$ er enhetsvektorer i henholdsvis x-, y- og z-retning.
- Ved tallsvar kreves både tall og enhet.
- Siste to sider er formelliste.

I flervalgsspørsmålene er kun ett av svarene rett. Du skal altså svare A, B, C, D eller E (stor bokstav) eller du kan svare blankt. **Rett svar gir 5 p, galt svar eller flere svar gir 0 p, blank (ubesvart) gir 1 p.**

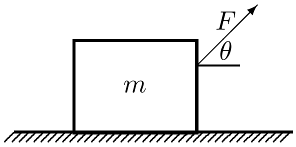
Svar på flervalgsspørsmål i Oppgave 1 skriver du på første innleveringsark i en tabell liknende den følgende:

	a	b	c	d	e	f	g	h
Mitt svar:								

Oppgave 1. Åtte flervalgsspørsmål (teller 20%)

a. En kloss med masse m blir trukket med konstant hastighet av en kraft i retning θ med horisontalen, som vist på figuren. Den kinetiske friksjonskoeffisienten mellom den ru overflata og klossen er μ_k. Størrelsen til friksjonskrafta kan uttrykkes

A) $F\cos\theta$
B) $\mu_k F\cos\theta$
C) $\mu_k F\sin\theta$
D) $\mu_k(mg - F\sin\theta)$
E) To av svarene over er riktig



b. Et legeme med masse M_1 beveger seg med fart v på et rett, horisontalt og friksjonsløst bord. Det kolliderer med et anna legeme med masse M_2 som ligger i ro på bordet. Etter kollisjonen fester de to legeme seg sammen, og hastigheten deres er da

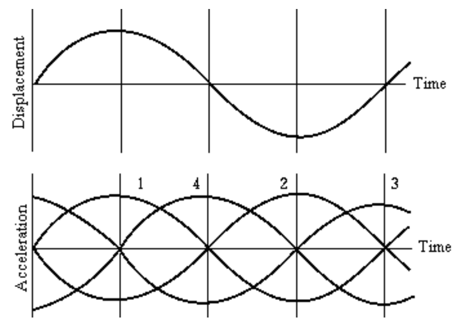
A) v
B) $v \cdot M_1$
C) $v \cdot (M_1 + M_2)/M_1$
D) $v \cdot M_1/(M_1 + M_2)$
E) $v \cdot M_1/M_2$

c. For et stivt legeme faller tyngdepunktet og massesenteret sammen dersom

A) legemet er i rotasjonslikevekt
B) legemet er i translasjonslikevekt
C) legemet er både i rotasjonslikevekt og i translasjonslikevekt
D) tyngdens akselerasjon er lik over hele legemet
E) enhver kraft som kan akselerere legemet er konstant

d. Den øverste grafen viser endringen i posisjon (displacement) som funksjon av tida for en partikkel i harmonisk svingning. Hvilken av de nederste kurvene viser akselerasjonen som funksjon av tida for den samme partikkelen?

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) Ingen av svarene ovenfor er korrekte



e. To enatomige gasser, helium og neon, blir blanda i forholdet 2:1 og er i termisk likevekt ved temperaturen T. Molar masse til neon er 5x molar masse til helium. Hvis den midlere kinetiske energien per heliumatom er U, er den midlere kinetiske energien per neonatom lik

A) U
B) $U/2$
C) $2U$
D) $5U$
E) $U/5$

f. En ideell (Carnot) varmepumpe brukes til å pumpe varme fra utvendig luft med temperatur -5 °C til varmluftforsyningen inne i huset, som er på +35 °C. Hvor mye arbeid bruker pumpa for å forsyne huset med 1,5 kJ varme?

A) 0,165 kJ
B) 0,195 kJ
C) 0,205 kJ
D) 0,212 kJ
E) 0,224 kJ

g. Ei massiv kule som holder temperatur T stråler ut energi med en rate P (i W = watt). Hvis radius til kula dobles (mens temperaturen holdes konstant) vil P øke med en faktor:

A) Forbli uendra
B) 2
C) 4
D) 8
E) 16

h. Hvis lufttrykket er lavere enn trippelpunkt-trykket for et visst stoff, kan dette stoffet eksistere (avhengig av temperaturen)

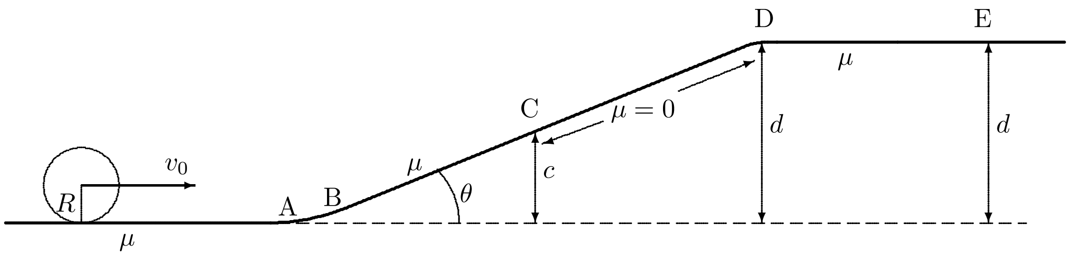
A) som væske eller gass, men ikke faststoff
B) som væske eller faststoff, men ikke som gass
C) som faststoff eller gass, men ikke som væske
D) som faststoff, men ikke væske eller gass
E) som faststoff, væske eller gass

Oppgave 2. Mekanikk (teller 30%)

En massiv sylinder med radius R og masse M ruller med translasjonsfart v_0 på et flatt underlag mot ei rampe (skråplan) som danner en vinkel θ med underlaget. Overgangen til rampa mellom A og B er "myk" dvs. overgangens krumningsradius er større enn R. Ved D flater rampa mykt av til flatt underlag.

Mellom C og D på skråplanet er friksjonen null: $\mu = 0$, overalt ellers er statisk og kinetisk friksjonskoeffisient lik μ. Fram til C ruller sylinderen uten å skli (rein rulling). Mellom C og E er kulas bevegelse ikke rein rulling (sklir eller slurer), men ved E oppnås igjen rein rulling. Skråplanets høyder i de ulike punkter C, D og E er gitt i figuren. Ved rein rulling kan vi se bort fra energitap pga. friksjon.

Tallverdier: $\theta = 30°$; $\mu = 0,60$; $m = 1,00$ kg; $R = 0,050$ m; $v_0 = 4,0$ m/s.



a. Hva er retning og størrelse på akselerasjonen a og på friksjonskrafta F_f

i) på det flate underlaget fram til A,
ii) mellom B og C,
iii) mellom C og D og
iv) mellom D og E?

I pkt. **a.** skal du finne både formelsvar og tallsvar. I de følgende punkter kun formelsvar (uttrykk).

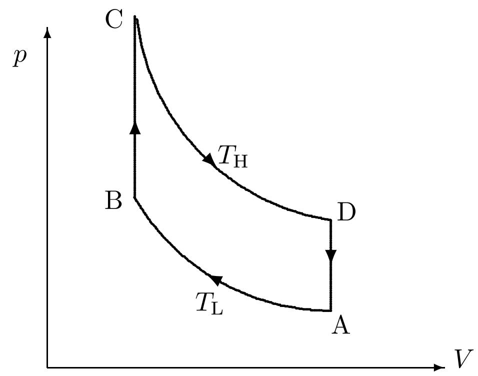
b. Vis at sylinderens kinetiske energi når den ruller kan uttrykkes $E_\mathrm{k} = \dfrac{3}{4}mv^2$, der v er translasjonshastigheten.

c. Hva er sylinderens hastighet v_C og rotasjonshastighet ω_C ved C? Uttrykk svarene med v_0, c, R og g.

d. Hva er sylinderens hastighet v_D og rotasjonshastighet ω_D ved D? Uttrykk svarene med v_C, d, c, R og g.

e. For bevegelsen fra D til E er det gunstig å uttrykke sylinderens spinn L om et punkt på underlaget ved D. Hvorfor? Finn uttrykk for L når sylinderen er ved D og når den er ved E og finn herfra sylinderens hastighet v_E når den ved E har oppnådd rein rulling. Uttrykk v_E med v_C og v_D. Tallverdier ikke nødvendig.

Oppgave 3. Kretsprosess (teller 30%)



En kretsprosess ABCDA består av to isoterme prosesser og to isokore prosesser, som skissert i pV-diagrammet. Prosess A-B er en isoterm kompresjon ved temperaturen T_{L}, B-C er en isokor oppvarming til temperatur T_{H}, C-D er en isoterm ekspansjon ved temperaturen T_{H} og D-A er en isokor avkjøling til temperatur T_{L}. Numeriske verdier: $V_{\mathrm{B}} = V_{\mathrm{C}} = 10{,}0$ l, $V_{\mathrm{A}} = V_{\mathrm{D}} = 40{,}0$ l, $T_{\mathrm{L}} = 400$ K og $T_{\mathrm{H}} = 800$ K.

Arbeidssubstansen er $n = 0,40$ mol av en ideell gass med molare varmekapasiteter C_V og C_p, der $C_V = \frac{5}{2}R$. For ideell gass er indre energi kun avhengig av temperatur: $U(T)$.

En varmekraftmaskin arbeider på grunnlag av denne kretsprosessen, og den har tilgjengelig to (uendelig store) varmereservoar med temperaturer henholdsvis T_{H} og T_{L}. All varme som tilføres gassen kommer fra det varme reservoaret (T_{H}) og all varme som avgis fra gassen går til det kalde reservoaret (T_{L}).

a. Angi i pV-diagrammet energi som utveksles (arbeid W og varme Q) ved å tegne piler ved de tilhørende prosesser: pil inn/ut av den lukkede kretsen når varme tilføres/fjernes og tilsvarende for arbeid. Er varmekraftmaskinen reversibel?

b. Arbeid utført av gassen i de isoterme prosessene er oppgitt å være

$$W_{\mathrm{AB}} = nRT_{\mathrm{L}} \ln \frac{V_{\mathrm{B}}}{V_{\mathrm{A}}} \qquad \text{og} \qquad W_{\mathrm{CD}} = nRT_{\mathrm{H}} \ln \frac{V_{\mathrm{D}}}{V_{\mathrm{C}}}.$$

Finn varmemengder som overføres fra varmereservoar til gassen for alle prosessene: Q_{AB}, Q_{BC}, Q_{CD} og Q_{DA}. Finn numeriske verdier (med fortegn).

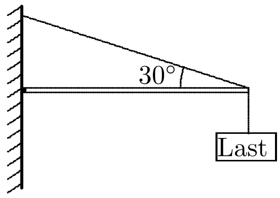
c. Finn virkningsgraden (effektiviteten) η for kretsprosessen. Numerisk verdi er tilstrekkelig, uttrykk med temperaturer og volum er ikke nødvendig å angi.

d. Finn gassens entropiendring ΔS_{AB} under prosessen AB og ΔS_{BC} under prosessen BC (numeriske verdier).

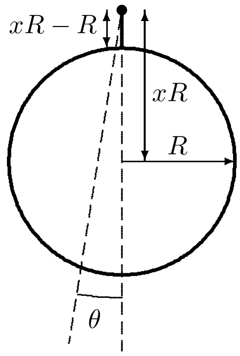
e. Finn entropiendringene ΔS_{gass} for gassen og ΔS_{omg} for omgivelsene (reservoarene) når *ett omløp av prosessen er fullført.*

Oppgave 4. **(teller 20%) Hver deloppgave har ingen kopling med hverandre**

a. Statikk. En last med vekt 150 N holdes oppe av en horisontal bjelke og et skrått tau, som vist i figuren. Bjelken er jamntykk, har tyngde 100 N og er fritt hengslet ved veggen. Tauet danner 30° med bjelken. Finn størrelse og retning for krafta på bjelken fra hengslingen ved veggen.



b. Pendel. En pendel består av ei massiv kule med radius R. Til kula er festa en tynn, masseløs stang med lengde $(x-1)R$. Pendelen kan svinge fritt om et punkt i enden av stangen, dvs. om et punkt i avstand xR fra kulas sentrum.

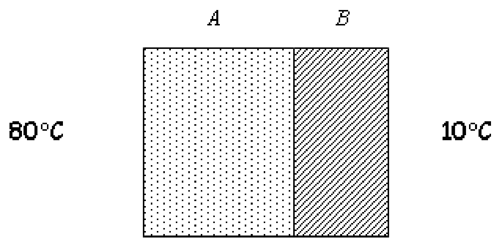


Vis at for små vinkelutslag θ blir pendelens periode

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}\sqrt{\frac{2+5x^2}{5x}}\,.$$

I den grad du ønsker det, kan du sjølvsagt bruke formler fra formelliste, med begrunnelse.

c. Varmeledning. Du tester termisk ledning gjennom et sammensatt materiale som består av to lag, A og B. Lag A er dobbelt så tykt som lag B, og termisk ledningsevne til materialet i A er tre ganger så stor som den til materialet i B. Temperaturen på venstre overflate av A er 80 °C, og temperaturen på høyre overflate av B er 10 °C. Finn temperaturen til grenseflata mellom de to materialene når stasjonære forhold er etablert.



FORMELLISTE.

Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas å være kjent. Symbolbruk som i forelesningene.

Fysiske konstanter:

$N_\mathrm{A} = 6,02 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol}^{-1}$ $\quad$ $\mathrm{u} = \frac{1}{12}\, m({}^{12}\mathrm{C}) = \frac{10^{-3}\,\mathrm{kg/mol}}{N_\mathrm{A}} = 1,66 \cdot 10^{-27}\mathrm{kg}$

$k_\mathrm{B} = 1,38 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{J/K}$ $\quad$ $R = N_\mathrm{A} k_\mathrm{B} = 8,31\,\mathrm{J\,mol^{-1}K^{-1}}$ $\quad$ $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{Wm^{-2}K^{-4}}$

$c = 2,9997 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}$ $\quad$ $h = 6,63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js}$ $\quad$ $0°\mathrm{C} = 273\,\mathrm{K}$ $\quad$ $g = 9,81\,\mathrm{m/s^2}$

SI-enheter:

Fundamentale SI-enheter: meter (m) sekund (s) kilogram (kg) ampere (A) kelvin (K) mol

Noen avledete SI-enheter : newton (N) pascal (Pa) joule (J) watt (W) hertz (Hz)

Varianter: kWh = 3,6 MJ $\quad$ m/s = 3,6 km/h $\quad$ ångstrøm = Å= 10^{-10} m $\quad$ atm = $1,013 \cdot 10^5$ Pa

Klassisk mekanikk:

$\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = \vec{F}(\vec{r},t)$ $\quad$ der $\vec{p}(\vec{r},t) = m\vec{v} = m\dot{\vec{r}}$ $\quad$ $\vec{F} = m\vec{a}$

Konstant $\vec{a}$: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$ $\quad$ $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$ $\quad$ $v^2 - v_0^2 = 2\vec{a}\cdot(\vec{r}-\vec{r}_0)$

Konstant $\vec{\alpha}$: $\omega = \omega_0 + \alpha t$ $\quad$ $\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ $\quad$ $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\,(\theta - \theta_0)$

Newtons gravitasjonslov: $\vec{F} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}}$ $\quad$ $E_\mathrm{p}(r) = -G\frac{M}{r}m$ $\quad$ $G = 6,673 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{Nm^2/kg^2}$

Arbeid: $\mathrm{d}W = \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{s}$ $\quad$ $W_{12} = \int_1^2 \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{s}$ $\quad$ Kinetisk energi: $E_\mathrm{K} = \frac{1}{2}mv^2$

$E_\mathrm{p}(\vec{r})$ = potensiell energi (tyngde: mgh, fjær: $\frac{1}{2}kx^2$) $\quad$ $E = \frac{1}{2}m\vec{v}^2 + E_\mathrm{p}(\vec{r})$ + friksjonsarbeide = konstant

Konservativ kraft: $\vec{F} = -\vec{\nabla}E_\mathrm{p}(\vec{r})$ $\quad$ f.eks. $F_x = -\frac{\partial}{\partial x}E_\mathrm{p}(x,y,z)$ $\quad$ Hookes lov (fjær): $F_x = -kx$

Tørr friksjon: $|F_\mathrm{f}| \leq \mu_\mathrm{s}\,F_\perp$ eller $|F_\mathrm{f}| = \mu_\mathrm{k}\,F_\perp$ $\quad$ Våt friksjon: $\vec{F}_\mathrm{f} = -k_\mathrm{f}\vec{v}$ eller $\vec{F}_\mathrm{f} = -bv^2\hat{v}$

Kraftmoment (dreiemoment): $\vec{\tau} = (\vec{r} - \vec{r}_0)\times\vec{F}$, med $\vec{r}_0$ som valgt referansepunkt $\quad$ Arbeid: $\mathrm{d}W = \tau\mathrm{d}\theta$

Betingelser for statisk likevekt: $\Sigma\vec{F}_i = \vec{0}$ $\quad$ $\Sigma\vec{\tau}_i = \vec{0}$, uansett valg av referansepunkt $\vec{r}_0$ i $\vec{\tau}_i$

Massemiddelpunkt (tyngdepunkt): $\vec{R} = \frac{1}{M}\sum m_i\vec{r}_i \rightarrow \frac{1}{M}\int \vec{r}\,\mathrm{d}m$ $\quad$ $M = \sum m_i$

Kraftimpuls: $\int_{\Delta t}\vec{F}(t)\mathrm{d}t = m\Delta\vec{v}$ $\quad$ Alle støt: $\sum\vec{p}_i$ = konstant $\quad$ Elastisk støt: $\sum E_i$ = konstant

Vinkelhastighet: $\vec{\omega} = \omega\,\hat{\mathbf{z}}$ $\quad$ $|\,\vec{\omega}\,| = \omega = \dot{\phi}$ $\quad$ Vinkelakselerasjon: $\vec{\alpha} = \mathrm{d}\vec{\omega}/\mathrm{d}t$ $\quad$ $\alpha = \mathrm{d}\omega/\mathrm{d}t = \ddot{\phi}$

Sirkelbev.: $v = r\omega$ $\quad$ Sentripetalaks.: $\vec{a} = -v\omega\,\hat{\mathbf{r}} = -\frac{v^2}{r}\,\hat{\mathbf{r}} = -r\omega^2\,\hat{\mathbf{r}}$ $\quad$ Baneaks.: $a_\theta = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = r\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = r\,\alpha$

Spinn (dreieimpuls) og spinnsatsen: $\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p}$ $\quad$ $\vec{\tau} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{L}$, $\quad$ stive legemer: $\vec{L} = I\,\vec{\omega}$ $\quad$ $\vec{\tau} = I\,\frac{\mathrm{d}\vec{\omega}}{\mathrm{d}t}$

Rotasjonsenergi: $E_\mathrm{k,rot} = \frac{1}{2}\,I\,\omega^2$,
der treghetsmoment $I \stackrel{\mathrm{def}}{=} \sum m_i r_i^2 \rightarrow \int r^2\mathrm{d}m$ $\quad$ med r = avstanden fra m_i ($\mathrm{d}m$) til rotasjonsaksen.

Med aksen gjennom massemiddelpunktet: $I \rightarrow I_0$, og da gjelder:
kule: $I_0 = \frac{2}{5}\,MR^2$ $\quad$ kuleskall: $I_0 = \frac{2}{3}\,MR^2$ $\quad$ sylinder/skive: $I_0 = \frac{1}{2}MR^2$ $\quad$ åpen sylinder/ring: $I_0 = MR^2$
lang, tynn stav: $I_0 = \frac{1}{12}\,M\ell^2$ $\quad$ Parallellakseteoremet (Steiners sats): $I = I_0 + Mb^2$

Udempet svingning: $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ $\quad T = \dfrac{2\pi}{\omega_0}$ $\quad f_0 = \dfrac{1}{T} = \dfrac{\omega_0}{2\pi}$ $\quad$ Masse/fjær: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

Tyngdependel: $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin\theta = 0$, der $\sin\theta \approx \theta$ $\quad$ Fysisk: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{mgd}{I}}$ $\quad$ Matematisk: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{g}{\ell}}$

Dempet svingning: $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$ $\quad$ Masse/fjær: $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ $\quad \gamma = b/(2m)$

$\gamma < \omega_0$ Underkritisk dempet: $x(t) = A\,\mathrm{e}^{-\gamma t}\cos(\omega_\mathrm{d} t - \delta)$ $\quad$ med $\omega_\mathrm{d} = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$

$\gamma > \omega_0$ Overkritisk dempet: $x(t) = A^+\mathrm{e}^{-\alpha^{(+)}t} + A^-\mathrm{e}^{-\alpha^{(-)}t}$ $\quad$ med $\alpha^{(\pm)} = \gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$

Tvungne svingninger: $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0\cos\omega t$, med (partikulær)løsning når $t \gg \gamma^{-1}$:

$x(t) = x_0\cos(\omega t - \delta)$, der $x_0(\omega) = \dfrac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}}$ $\quad \tan\delta = \dfrac{2\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$

"Rakettlikningen": $m(t)\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \vec{F}_\mathrm{Y} + \beta\vec{u}_\mathrm{ex}$ $\quad$ der $\beta = \dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}$ og $\vec{u}_\mathrm{ex}$ = hast. utskutt masse relativ hovedmasse

Termisk fysikk:

n= antall mol $\quad N = nN_\mathrm{A}$ = antall molekyler $\quad n_\mathrm{f}$ = antall frihetsgrader

$\alpha = \ell^{-1}\mathrm{d}\ell/\mathrm{d}T$ $\quad \beta = V^{-1}\mathrm{d}V/\mathrm{d}T$

$\Delta U = Q - W$ $\quad C = \frac{1}{n}\frac{đQ}{\mathrm{d}T}$ $\quad C' = \frac{1}{m}\frac{đQ}{\mathrm{d}T}$

$pV = nRT = Nk_\mathrm{B}T$ $\quad pV = N\,\frac{2}{3}\,\overline{E_\mathrm{K}}$ $\quad \overline{E_\mathrm{K}} = \frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}k_\mathrm{B}T$ $\quad W = p\Delta V$ $\quad W = \int_1^2 p\mathrm{d}V$

Ideell gass: $C_V = \frac{1}{2}n_\mathrm{f}R$ $\quad C_p = \frac{1}{2}(n_\mathrm{f}+2)R = C_V + R$ $\quad \gamma = \dfrac{C_p}{C_V} = \dfrac{n_\mathrm{f}+2}{n_\mathrm{f}}$ $\quad \mathrm{d}U = C_V\,n\,\mathrm{d}T$

Adiabat: $Q = 0$ $\quad$ Ideell gass: pV^γ = konst. $\quad TV^{\gamma-1}$ = konst. $\quad T^\gamma p^{1-\gamma}$ = konst.

Virkningsgrader for varmekraftmaskiner: $\eta = \dfrac{W}{Q_\mathrm{inn}}$ $\quad$ Carnot: $\eta_\mathrm{C} = 1 - \dfrac{T_\mathrm{L}}{T_\mathrm{H}}$ $\quad$ Otto: $\eta_\mathrm{O} = 1 - \dfrac{1}{r^{\gamma-1}}$

Effektfaktorer: Kjøleskap: $\eta_\mathrm{K} = \left|\dfrac{Q_\mathrm{inn}}{W}\right| \xrightarrow{\text{Carnot}} \dfrac{T_\mathrm{L}}{T_\mathrm{H} - T_\mathrm{L}}$ $\quad$ Varmepumpe: $\eta_\mathrm{V} = \left|\dfrac{Q_\mathrm{ut}}{W}\right| \xrightarrow{\text{Carnot}} \dfrac{T_\mathrm{H}}{T_\mathrm{H} - T_\mathrm{L}}$

Clausius: $\sum\dfrac{Q}{T} \le 0$ $\quad \oint\dfrac{đQ}{T} \le 0$ $\quad$ Entropi: $\mathrm{d}S = \dfrac{đQ_\mathrm{rev}}{T}$ $\quad \Delta S_{12} = \displaystyle\int_1^2 \dfrac{đQ_\mathrm{rev}}{T}$

1. og 2. hovedsetning: $\mathrm{d}U = đQ - đW = T\mathrm{d}S - p\mathrm{d}V$

Entropiendring $1 \to 2$ i en ideell gass: $\Delta S_{12} = nC_V\ln\dfrac{T_2}{T_1} + nR\ln\dfrac{V_2}{V_1}$

Varmeledning: $j_x = -\kappa\dfrac{\partial T}{\partial x}$ $\quad \vec{j} = -\kappa\vec{\nabla}T$ $\quad$ Varmeovergang: $j = \alpha\Delta T$

Stråling: $j_s = e\sigma T^4 = a\sigma T^4 = (1-r)\sigma T^4$ $\quad j_s = \dfrac{c}{4}u(T)$

Planck: $u(T) = \displaystyle\int_0^\infty \eta(f,T)\mathrm{d}f$ $\quad$ der u's frekvensspekter $= \eta(f,T) = \dfrac{8\pi hf^3}{c^3}\cdot\dfrac{1}{\exp(hf/k_\mathrm{B}T) - 1}$