Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for fysikk

BOKMÅL

KONTINUASJONSEKSAMEN
i
TFY4115 FYSIKK

for MTNANO, MTTK og MTEL

Eksamensdato: Fredag 10. august 2012

Eksamenstid: 09:00 - 13:00

Faglig kontakt under eksamen: Institutt for fysikk, Arne Mikkelsen, tlf. 486 05 392
Tillatte hjelpemidler (kode C):
Bestemt enkel godkjent kalkulator med tomt minne.
Rottmann: Matematisk formelsamling (norsk eller tysk utgave).

Sensurdato: Innen 31. aug. 2012.

Prosenttallene i parantes etter hver oppgave angir hvor mye den i utgangspunktet vektlegges ved bedømmelsen. I de fleste tilfeller er det fullt mulig å løse etterfølgende punkter selv om et punkt foran skulle være ubesvart.

Noen generelle merknader:
- Symboler skrives i kursiv (f.eks. m for masse), mens enheter skrives uten kursiv (f.eks. m for meter)
- $\hat{\mathbf{x}}$, $\hat{\mathbf{y}}$ og $\hat{\mathbf{z}}$ er enhetsvektorer i henholdsvis x-, y- og z-retning.
- Ved tallsvar kreves både tall og enhet.
- Siste to sider er formelliste.

I flervalgsspørsmålene er kun ett av svarene rett. Du skal altså svare A, B, C, D eller E (stor bokstav) eller du kan svare blankt. **Rett svar gir 5 p, galt svar eller flere svar gir 0 p, blank (ubesvart) gir 1 p.**

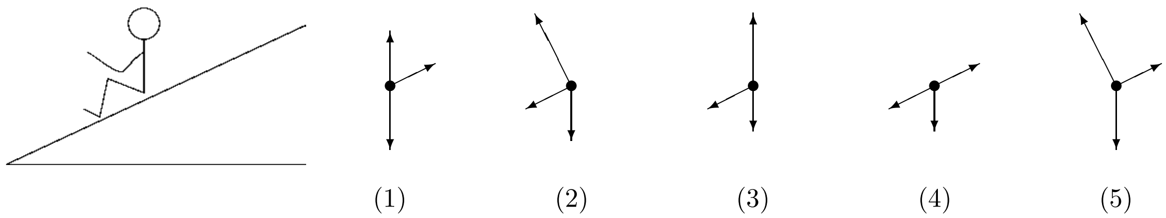
Svar på flervalgsspørsmål i Oppgave 1 skriver du på første innleveringsark i en tabell liknende den følgende:

	a	b	c	d	e	f	g	h
Mitt svar:								

Oppgave 1. Flervalgsspørsmål (teller 20 %)

a. Kraftdiagrammet som best representerer kreftene som virker på en student som er i ro på skråplanet er

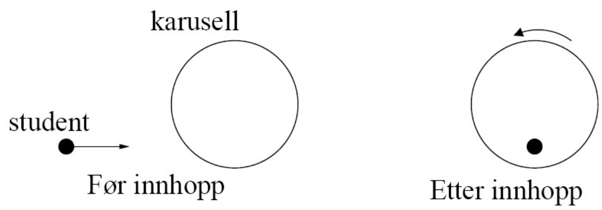
A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5



b. En massiv sylinder ruller langs et horisontalt golv med fart v. Sylinderens kinetiske energi er
A) $\frac{1}{4}mv^2$
B) $\frac{1}{2}mv^2$
C) $\frac{3}{4}mv^2$
D) mv^2
E) $\frac{5}{4}mv^2$

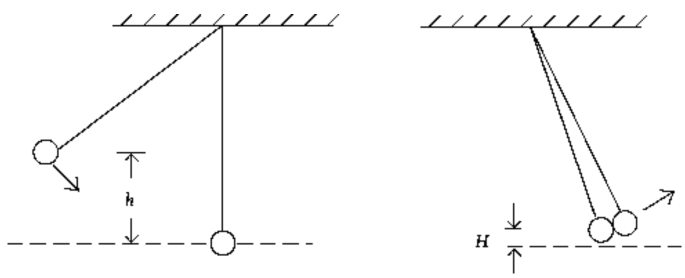
c. En student tar fart og hopper på en karusell som dermed begynner å rotere (tilnærmet friksjonsfritt) omkring en aksling som står fast i bakken, og som passerer gjennom karusellens sentrum. For systemet karusell + student, hvilke(n) størrelse(r) endrer seg *ikke* fra før til etter studentens innhopp på karusellen? (Her er E systemets energi, p systemets bevegelsesmengde og L systemets spinn mhp. en akse gjennom karusellens sentrum.)

A) Bare L
B) L og E
C) L og p
D) L, E og p
E) Bare p



d. To like kuler henger i hver si snor med lik lengde. Éi kule blir sluppet fra en høyde h over bunnpunktet og treffer den andre kula på laveste punkt i banen. Under kollisjonen (støtet) festes de to kulene til hverandre og beveger seg videre sammen. Hvilke(n) størrelse(r) er konstant under støtet? (Her er E total kinetisk energi, p total bevegelsesmengde og L totalt spinn om snorenes festepunkt i taket.)

A) E, p og L
B) E og p
C) p og L
D) E og L
E) Bare p



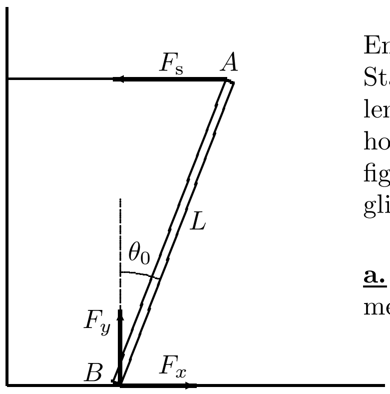
e. Vi betrakter samme kuler og størrelser som i oppgaven ovenfor. Etter kollisjonen når de sammenfestede kulene opp til en felles høyde H som er gitt av
A) $3h/4$
B) $h/4$
C) $h/2$
D) h
E) Ingen av svarene er korrekte.

f. Trykket i en blanding av væske og tilhørende damp (dvs. en metta damp) avhenger av
A) Volumet til dampen
B) Massen til væsken som er fordampet
C) Bare massetettheten til væsken
D) Bare temperaturen
E) Samla volum av væske og damp.

g. Når en ideell gass ekspanderer isotermt fra volum V_1 til et større volum V_2, gjør gassen et arbeid W_T. Dersom den samme gassen ekspanderer adiabatisk fra V_1 til V_2, gjør gassen et arbeid W_{ad}. Hvilken påstand er rett?
A) $W_{\text{ad}} = W_T$
B) $W_{\text{ad}} < W_T$
C) $W_{\text{ad}} > W_T$
D) A, B eller C er rett avhengig av forholdet V_2/V_1
E) A, B eller C er rett avhengig av gassens temperatur.

h. To enatomige gasser, helium og neon, blir blanda i forholdet 2:1 og er i termisk likevekt ved temperaturen T. Molar masse til neon er 5x molar masse til helium. Hvis den midlere kinetiske energien per heliumatom er U, er den midlere kinetiske energien per neonatom lik
A) U
B) $U/2$
C) $2U$
D) $5U$
E) $U/5$

Oppgave 2. (teller 17 %)



En tynn, rett, homogen stang AB har masse M og lengde L. Stanga står på et plant, horisontalt underlag og danner vinkelen $\theta = \theta_0$ med vertikalretningen. Stanga holdes i ro med ei horisontal snor som er festa i enden A og i veggen, som vist i figuren. Friksjonskrafta F_x i B er stor nok til å hindre at stanga glir mot underlaget. Tyngdens akselerasjon er g.

a. Finn snorkrafta F_s og kraftkomponentene F_x og F_y uttrykt med M, g og θ_0.

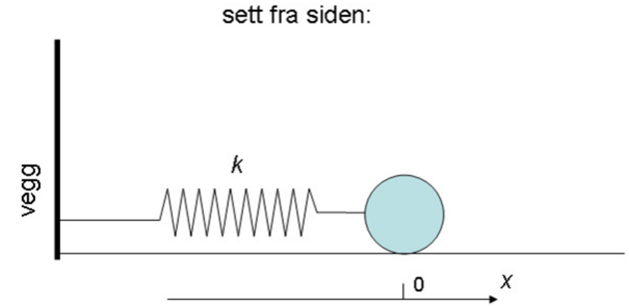
På et gitt tidspunkt kuttes snora. Straks etter faller stanga ved at den roterer fritt om endepunktet B. Friksjonen er stor nok til at endepunktet B ikke glir.

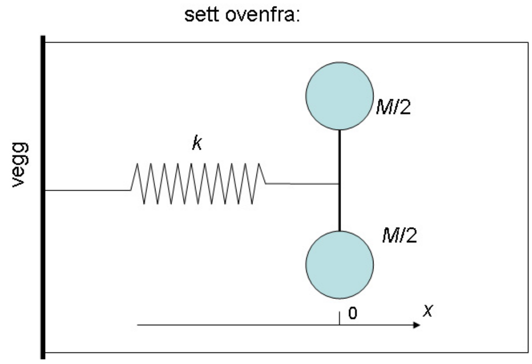
b. Finn uttrykk for stangas treghetsmoment for rotasjon om punktet B.

c. Bruk energibetraktning til å finne uttrykk for stangas vinkelhastighet $\omega = \dot{\theta}$ om punktet B når stanga danner vinkelen $\theta \geq \theta_0$ med vertikalretningen. Uttrykk svaret med g, L, θ_0 og θ.
TIPS: Kinetisk energi utgjøres kun av rotasjonsenergi om B.

Oppgave 3. **(teller 25 %)**

Ei fjær med fjærkonstant $k = 200$ N/m er i ene enden festet til en vegg og andre enden festet midt på en aksling med to like kuler i hver ende av akslingen. Kulene er massive med samla masse $M = 1,00$ kg mens akslingen og fjæra kan regnes masseløse. Hver kule har radius $R = 5,0$ cm. Systemet med kulene og akslingen kan bevege seg på underlaget og det strammes opp til $x = x_0 = 0,100$ m og slippes slik at det svinger fram og tilbake om $x = 0$. Svingingen skjer uten å slenge til sidene eller å rotere om noen vertikal akse, dvs. bevegelse bare i x-retning. Når akslingen roterer skjer dette fritt uten hindring av fjærfestet.





a. Anta først at kulene glir friksjonsfritt på underlaget. På grunnlag av Newtons 2. lov finn systemets bevegelseslikning, gjenkjenn denne som en udempet harmonisk svinging og finn herfra svingetida T_0 i sekunder.

I det følgende antar vi at det er tilstrekkelig friksjon mellom kulene og underlaget til at kulene med aksling under bevegelsen ruller uten å skli.

b. Tegn opp systemet sett fra siden i høyre ytterstilling ($x = x_0$) og tegn her inn fjærkraft F og friksjonskraft F_f på kulene, med angrepspunkt, retning og omtrent riktige størrelser relativt hverandre.

c. I høyre ytterstilling vil systemet ha akselerasjon a mot venstre. Vis at friksjonskrafta må ha størrelse (sett bort fra retning) $F_\mathrm{f} = \frac{2}{5}Ma$.

d. Hvor stor blir akselerasjonen i ytterstillingen (numerisk verdi)?

e. Hvor stor må friksjonskoeffisienten μ_s mellom kuler og underlag minst være dersom betingelsen om rein rulling skal være oppfylt i ytterstillingen?

Oppgave 4. **(teller 25%)**

Et lukket kammer har form av en horisontal sylinder som er atskilt i to rom A og B med et stempel som kan gli friksjonsfritt langs sylinderen. Hvert rom inneholder en enatomig, ideell gass. Det kan tilføres varme til kammer A (f.eks. ved en elektrisk glødetråd), ellers er sylinderen varmeisolert fra omgivelsene og stempelet varmeisolerer fullstendig mellom A og B. Opprinnelig har hvert rom et volum $V_{A,0} = V_{B,0} = 5,0 \cdot 10^{-2}$ m^3, temperatur $T_{A,0} = T_{B,0} = 273$ K og trykk $p_{A,0} = p_{B,0} = 1,00$ atm.

a. Beregn hvor mange mol gass det er i hvert rom.

Varme Q blir langsomt tilført gass A slik at volum A ekspanderer og B komprimeres inntil trykkene i begge gassene er $p_A = p_B = 3,00$ atm. Prosessene kan antas reversible.

b. Bruk adiabatlikning for prosessen i B til å finne sluttvolumet V_B. Finn også sluttvolumet V_A i A.

c. Finn sluttemperaturene T_A og T_B i begge gassene.

d. Finn nødvendig tilført varme Q.

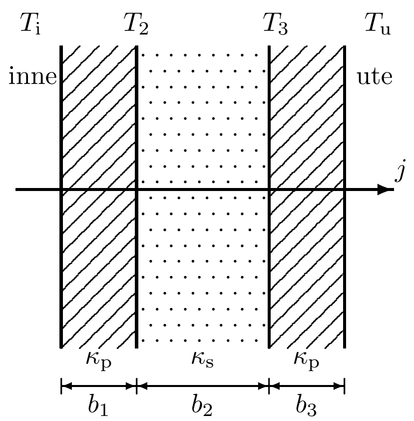
e. Beregn entropiendringen ΔS_A og ΔS_B i hver av de to gassene.

Dersom du ikke har funnet svar eller tallsvar i c. kan du i d. og e. uttrykke svarene med de nødvendige av $T_{A,0}, T_{B,0}, T_A, T_B, V_{A,0}, V_{B,0}, V_A$ og V_B.

OPPGITT: 1 atm = 760 mmHg = 760 torr = 1,013 $\cdot 10^5$ N/m^2

Oppgave 5. **(teller 13 %)**

En husvegg har innerpanel og ytterpanel med tykkelser henholdsvis $b_1 = 2,0$ cm og $b_3 = 2,5$ cm. Varmeledningsevnen for begge er $\kappa_\mathrm{p} = 0,14\,\mathrm{W/(m\cdot K)}$. Rommet mellom veggene er fylt med steinull med tykkelse $b_2 = 10,0$ cm og varmeledningsevne $\kappa_\mathrm{s} = 0,047\,\mathrm{W/(m\cdot K)}$.
Temperaturen i lufta på innsiden av veggen er $T_\mathrm{i} = 22\,°\mathrm{C}$ og utetemperaturen er $T_\mathrm{u} = +5,0\,°\mathrm{C}$.
Du kan neglisjere varmeovergangseffekter mellom vegg og luft og dermed anta at veggoverflatas temperatur er lik lufttemperaturen, henholdsvis ute og inne.



a. Uttrykk varmestrømtettheten j med kjente størrelser og finn herfra numerisk verdi.

b. Skisser temperaturen som funksjon av posisjonen i veggen.

c. Beregn temperaturen på grenseflata mellom innerpanelet og isolasjonen (T_2).

FORMELLISTE.

Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas å være kjent. Symbolbruk som i forelesningene.

Fysiske konstanter:

$N_A = 6,02 \cdot 10^{23}\,\text{mol}^{-1}$ $\quad$ $\text{u} = \frac{1}{12}\,m({}^{12}\text{C}) = \frac{10^{-3}\,\text{kg/mol}}{N_A} = 1,66 \cdot 10^{-27}\text{kg}$

$k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}\,\text{J/K}$ $\quad$ $R = N_A k_B = 8,31\,\text{J}\,\text{mol}^{-1}\text{K}^{-1}$ $\quad$ $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}\,\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$

$c = 2,9997 \cdot 10^8\,\text{m/s}$ $\quad$ $h = 6,63 \cdot 10^{-34}\,\text{Js}$ $\quad$ $0°\text{C} = 273\,\text{K}$ $\quad$ $g = 9,81\,\text{m/s}^2$

SI-enheter:

Fundamentale SI-enheter: meter (m) sekund (s) kilogram (kg) ampere (A) kelvin (K) mol

Noen avledete SI-enheter : newton (N) pascal (Pa) joule (J) watt (W) hertz (Hz)

Varianter: kWh = 3,6 MJ $\quad$ m/s = 3,6 km/h $\quad$ ångstrøm = Å= 10^{-10} m $\quad$ atm = 1,013·10^5 Pa

Klassisk mekanikk:

$\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = \vec{F}(\vec{r},t)$ der $\vec{p}(\vec{r},t) = m\vec{v} = m\dot{\vec{r}}$ $\quad$ $\vec{F} = m\vec{a}$

Konstant $\vec{a}$: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$ $\quad$ $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$ $\quad$ $v^2 - v_0^2 = 2\vec{a} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)$

Konstant $\vec{\alpha}$: $\omega = \omega_0 + \alpha t$ $\quad$ $\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ $\quad$ $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\,(\theta - \theta_0)$

Newtons gravitasjonslov: $\vec{F} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}}$ $\quad$ $E_\text{p}(r) = -G\frac{M}{r}m$ $\quad$ $G = 6,673 \cdot 10^{-11}\,\text{Nm}^2/\text{kg}^2$

Arbeid: $\mathrm{d}W = \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{s}$ $\quad$ $W_{12} = \int_1^2 \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{s}$ $\quad$ Kinetisk energi: $E_\text{K} = \frac{1}{2}mv^2$

$E_\text{p}(\vec{r})$ = potensiell energi (tyngde: mgh, fjær: $\frac{1}{2}kx^2$) $\quad$ $E = \frac{1}{2}m\vec{v}^2 + E_\text{p}(\vec{r})$ + friksjonsarbeide = konstant

Konservativ kraft: $\vec{F} = -\vec{\nabla}E_\text{p}(\vec{r})$ $\quad$ f.eks. $F_x = -\frac{\partial}{\partial x}E_\text{p}(x,y,z)$ $\quad$ Hookes lov (fjær): $F_x = -kx$

Tørr friksjon: $|F_\text{f}| \leq \mu_\text{s}\,F_\perp$ eller $|F_\text{f}| = \mu_\text{k}\,F_\perp$ $\quad$ Våt friksjon: $\vec{F}_\text{f} = -k_\text{f}\vec{v}$ eller $\vec{F}_\text{f} = -bv^2\hat{v}$

Kraftmoment (dreiemoment): $\vec{\tau} = (\vec{r} - \vec{r}_0) \times \vec{F}$, med $\vec{r}_0$ som valgt referansepunkt $\quad$ Arbeid: $\mathrm{d}W = \tau\mathrm{d}\theta$

Betingelser for statisk likevekt: $\Sigma\vec{F}_i = \vec{0}$ $\quad$ $\Sigma\vec{\tau}_i = \vec{0}$, uansett valg av referansepunkt $\vec{r}_0$ i $\vec{\tau}_i$

Massemiddelpunkt (tyngdepunkt): $\vec{R} = \frac{1}{M}\sum m_i\vec{r}_i \to \frac{1}{M}\int \vec{r}\,\mathrm{d}m$ $\quad$ $M = \sum m_i$

Kraftimpuls: $\int_{\Delta t}\vec{F}(t)\mathrm{d}t = m\Delta\vec{v}$ $\quad$ Alle støt: $\sum\vec{p}_i$ = konstant $\quad$ Elastisk støt: $\sum E_i$ = konstant

Vinkelhastighet: $\vec{\omega} = \omega\,\hat{\mathbf{z}}$ $\quad$ $|\,\vec{\omega}\,| = \omega = \dot{\phi}$ $\quad$ Vinkelakselerasjon: $\vec{\alpha} = \mathrm{d}\vec{\omega}/\mathrm{d}t$ $\quad$ $\alpha = \mathrm{d}\omega/\mathrm{d}t = \ddot{\phi}$

Sirkelbev.: $v = r\omega$ $\quad$ Sentripetalaks.: $\vec{a} = -v\omega\,\hat{\mathbf{r}} = -\frac{v^2}{r}\,\hat{\mathbf{r}} = -r\omega^2\,\hat{\mathbf{r}}$ $\quad$ Baneaks.: $a_\theta = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = r\,\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = r\,\alpha$

Spinn (dreieimpuls) og spinnsatsen: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ $\quad$ $\vec{\tau} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{L}$, $\quad$ stive legemer: $\vec{L} = I\,\vec{\omega}$ $\quad$ $\vec{\tau} = I\,\frac{\mathrm{d}\vec{\omega}}{\mathrm{d}t}$

Rotasjonsenergi: $E_\text{k,rot} = \frac{1}{2}\,I\,\omega^2$,
der treghetsmoment $I \stackrel{\text{def}}{=} \sum m_i r_i^2 \to \int r^2\mathrm{d}m$ $\quad$ med r = avstanden fra m_i ($\mathrm{d}m$) til rotasjonsaksen.

Med aksen gjennom massemiddelpunktet: $I \to I_0$, og da gjelder:
kule: $I_0 = \frac{2}{5}\,MR^2$ $\quad$ kuleskall: $I_0 = \frac{2}{3}\,MR^2$ $\quad$ sylinder/skive: $I_0 = \frac{1}{2}MR^2$ $\quad$ åpen sylinder/ring: $I_0 = MR^2$
lang, tynn stav: $I_0 = \frac{1}{12}\,M\ell^2$ $\quad$ Parallellakseteoremet (Steiners sats): $I = I_0 + Mb^2$

Udempet svingning: $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ $\quad T = \dfrac{2\pi}{\omega_0}$ $\quad f_0 = \dfrac{1}{T} = \dfrac{\omega_0}{2\pi}$ $\quad$ Masse/fjær: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

Tyngdependel: $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin\theta = 0,\quad$ der $\sin\theta \approx \theta$ $\quad$ Fysisk: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{mgd}{I}}$ $\quad$ Matematisk: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{g}{\ell}}$

Dempet svingning: $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$ $\quad$ Masse/fjær: $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ $\quad \gamma = b/(2m)$

$\gamma < \omega_0$ Underkritisk dempet: $x(t) = A\,\mathrm{e}^{-\gamma t}\cos(\omega_\mathrm{d} t - \delta)$ $\quad$ med $\omega_\mathrm{d} = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$

$\gamma > \omega_0$ Overkritisk dempet: $x(t) = A^+\mathrm{e}^{-\alpha^{(+)}t} + A^-\mathrm{e}^{-\alpha^{(-)}t}$ $\quad$ med $\alpha^{(\pm)} = \gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$

Tvungne svingninger: $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0\cos\omega t,$ $\quad$ med (partikulær)løsning når $t \gg \gamma^{-1}$:

$x(t) = x_0\cos(\omega t - \delta),$ $\quad$ der $\quad x_0(\omega) = \dfrac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}}$ $\quad \tan\delta = \dfrac{2\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$

"Rakettlikningen": $m(t)\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \vec{F}_\mathrm{Y} + \beta\vec{u}_\mathrm{ex}$ $\quad$ der $\beta = \dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}$ og $\vec{u}_\mathrm{ex}$ = hast. utskutt masse relativ hovedmasse

Termisk fysikk:

n= antall mol $\quad N = nN_\mathrm{A}$ = antall molekyler $\quad n_\mathrm{f}$ = antall frihetsgrader

$\alpha = \ell^{-1}\mathrm{d}\ell/\mathrm{d}T \quad \beta = V^{-1}\mathrm{d}V/\mathrm{d}T$

$\Delta U = Q - W \quad C = \frac{1}{n}\frac{\text{đ}Q}{\mathrm{d}T} \quad C' = \frac{1}{m}\frac{\text{đ}Q}{\mathrm{d}T}$

$pV = nRT = Nk_\mathrm{B}T \quad pV = N\,\frac{2}{3}\,\overline{E_\mathrm{K}} \quad \overline{E_\mathrm{K}} = \frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}k_\mathrm{B}T \quad W = p\Delta V \quad W = \int_1^2 p\mathrm{d}V$

Ideell gass: $C_V = \frac{1}{2}n_\mathrm{f}R \quad C_p = \frac{1}{2}(n_\mathrm{f}+2)R = C_V + R \quad \gamma = \dfrac{C_p}{C_V} = \dfrac{n_\mathrm{f}+2}{n_\mathrm{f}} \quad \mathrm{d}U = C_V\,n\,\mathrm{d}T$

Adiabat: $Q = 0$ $\quad$ Ideell gass: pV^γ = konst. $\quad TV^{\gamma-1}$ = konst. $\quad T^\gamma p^{1-\gamma}$ = konst.

Virkningsgrader for varmekraftmaskiner: $\eta = \dfrac{W}{Q_\mathrm{inn}}$ $\quad$ Carnot: $\eta_\mathrm{C} = 1 - \dfrac{T_\mathrm{L}}{T_\mathrm{H}}$ $\quad$ Otto: $\eta_\mathrm{O} = 1 - \dfrac{1}{r^{\gamma-1}}$

Effektfaktorer: Kjøleskap: $\eta_\mathrm{K} = \left|\dfrac{Q_\mathrm{inn}}{W}\right| \xrightarrow{\text{Carnot}} \dfrac{T_\mathrm{L}}{T_\mathrm{H} - T_\mathrm{L}}$ $\quad$ Varmepumpe: $\eta_\mathrm{V} = \left|\dfrac{Q_\mathrm{ut}}{W}\right| \xrightarrow{\text{Carnot}} \dfrac{T_\mathrm{H}}{T_\mathrm{H} - T_\mathrm{L}}$

Clausius: $\sum \dfrac{Q}{T} \le 0 \quad \oint \dfrac{\text{đ}Q}{T} \le 0$ $\quad$ Entropi: $\mathrm{d}S = \dfrac{\text{đ}Q_\mathrm{rev}}{T} \quad \Delta S_{12} = \displaystyle\int_1^2 \dfrac{\text{đ}Q_\mathrm{rev}}{T}$

1. og 2. hovedsetning: $\mathrm{d}U = \text{đ}Q - \text{đ}W = T\mathrm{d}S - p\mathrm{d}V$

Entropiendring 1 → 2 i en ideell gass: $\Delta S_{12} = nC_V\ln\dfrac{T_2}{T_1} + nR\ln\dfrac{V_2}{V_1}$

Varmeledning: $j_x = -\kappa\dfrac{\partial T}{\partial x} \quad \vec{j} = -\kappa\vec{\nabla}T$ $\quad$ Varmeovergang: $j = \alpha\Delta T$

Stråling: $j_s = e\sigma T^4 = a\sigma T^4 = (1-r)\sigma T^4 \quad j_s = \dfrac{c}{4}u(T)$

Planck: $u(T) = \displaystyle\int_0^\infty \eta(f,T)\mathrm{d}f$ $\quad$ der u's frekvensspekter $= \eta(f,T) = \dfrac{8\pi hf^3}{c^3}\cdot\dfrac{1}{\exp(hf/k_\mathrm{B}T) - 1}$