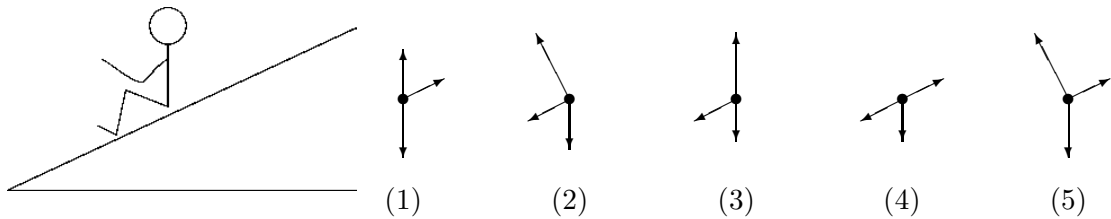


Oppgave 1. Flervalgsspørsmål (teller 30 %)

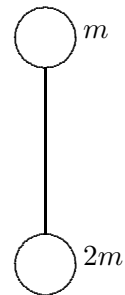
a. En student sklir med konstant fart nedover et skråplan. Kraftdiagrammet som best representerer kreftene på studenten er

- A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5



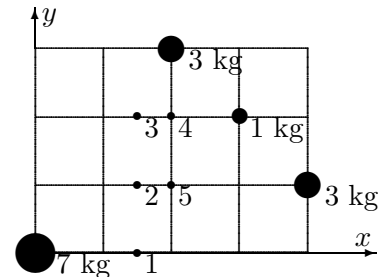
b. To kuler er forbundet med ei masseløs snor og slippes i luft der tyngdens akselerasjon er g . Kulene har samme volum og har lik overflate slik at luftmotstanden er den samme (i newton) for begge, men den nederste har masse $2m$ og den øverste m . Når hastigheten til kulene er konstant er snorkrafta

- A) null
B) $\frac{1}{2}mg$
C) mg
D) $\frac{3}{2}mg$
E) $2mg$



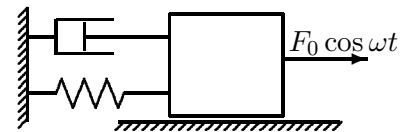
c. Massemiddepunktet til en samling av partikler som vist i figuren til høyre, er i punktet

- A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5



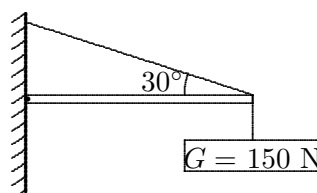
d. En oscillator som består av en masse, ei fjær og et dempeledd påtvinges en harmonisk svingning med frekvens ω . Resonansfrekvensen til den tvungne dempede oscillatoren er lik

- A) den påtrykte frekvensen ω
B) frekvensen ω_d til den dempede, fri oscillatoren
C) frekvensen ω_0 til den udempede, fri oscillatoren
D) alle over, fordi disse frekvensene er like
E) ingen av A-D er rett svar.



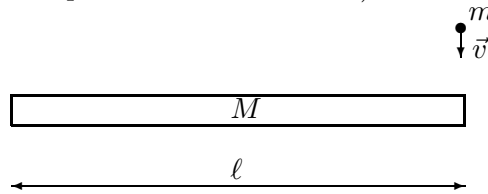
e. Et skilt med vekt 150 N holdes oppe av en horisontal bjelke og et skrått tau, som vist i figuren. Bjelken har jamn tykkelse, vekt 100 N og er hengslet ved veggen. (En hengsling kan oppta krefter i alle retninger men ingen vridningskrefter (moment)). Den horisontale komponenten av krafta på bjelken fra hengslingen ved veggen har størrelse (med tre siffrs nøyaktighet)

- A) 150 N
B) 250 N
C) $50,0\text{ N}$
D) 346 N
E) 350 N



f. En stav med masse M og lengde ℓ ligger på et horisontalt bord og staven kan dreies og forskyves friksjonsfritt på bordet. I figuren er staven sett ovenfra. Ei pistolkule med masse m og horisontal fart v i retning 90° på stavens lengderetning, treffer stavens endepunkt og absorberes straks i stavmaterialet. Derved settes staven (med kule) i bevegelse. For systemet staven + kule, hvilke(n) størrelse(r) endrer seg *ikke* fra før til etter kollisjonen? (Her er E systemets energi, p systemets bevegelsesmengde og L systemets spinn mhp. stavens massesenter.)

- A) L og E
- B) L og p
- C) L , E og p
- D) Bare L
- E) Bare p



g. Når en ideell gass ekspanderer isotermt fra volum V_1 til et større volum V_2 , gjør gassen et arbeid W_T . Dersom den samme gassen ekspanderer adiabatisk fra V_1 til V_2 , gjør gassen et arbeid W_{ad} . Hvilken påstand er rett?

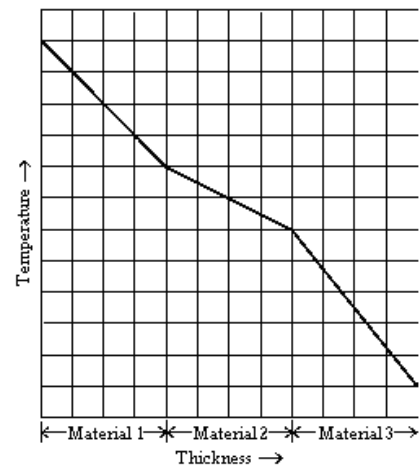
- A) $W_{ad} = W_T$
- B) $W_{ad} > W_T$
- C) $W_{ad} < W_T$
- D) A, B eller C er rett avhengig av forholdet V_2/V_1
- E) A, B eller C er rett avhengig av gassens temperatur.

h. Vi tilfører 10 J varme til en idealgass ved konstant trykk. Da vil den indre energien

- A) øke med 10 J
- B) øke med mindre enn 10 J
- C) øke med mer enn 10 J
- D) forbli uendret
- E) svaret vil være avhengig av om gassen er enatomig eller toatomig

i. Grafen viser temperaturen i en vegg i de ulike lag. Veggens består av tre ulike materialer med lik tykkelse men ulik varmeledningsevne. Anta at det er stasjonære forhold mht. varmeledning, hva kan du da si om de tre materialene?

- A) Materiale 1 er den beste varmeisulator.
- B) Materiale 2 er den beste varmeisulator.
- C) Materiale 3 er den beste varmeisulator.
- D) Alle er like gode isolatorer.
- E) Det er umulig å avgjøre hvilken som er den beste isolator.



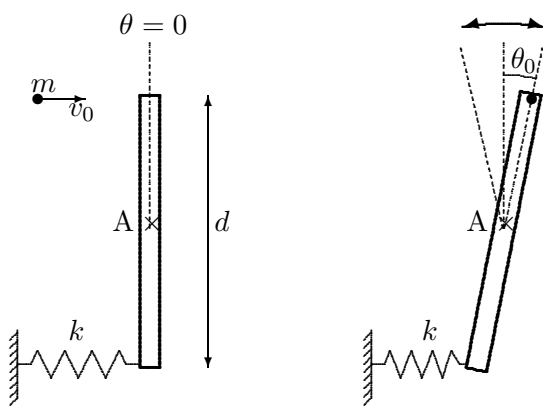
j. Gitt to ulike system med ideell gass med samme temperatur. Molekylene i system 1 har større molar masse enn molekylene i system 2. Hvordan forholder gassmolekyleneles rms-hastighet ($v_{rms} = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$) og gassmolekyleneles gjennomsnittlige kinetiske energi (E_k) seg i de to systemene?

- A) v_{rms} og E_k er begge størst i system 2
- B) v_{rms} er størst i system 2, E_k er lik i begge system
- C) v_{rms} er størst i system 2, E_k er størst i system 1
- D) v_{rms} og E_k er like i begge systemene
- E) Ingen av A-D er rett.

k. Et legeme har temperatur 227°C og har netto varmetstråling (utstråling minus innstråling) på P (J/s). Med hvilken faktor vil netto utstråling øke hvis legemets temperatur øker til 427°C ? Omgivelsene har konstant temperatur 0°C .

- A) 4,1
- B) 3,8
- C) 12,5
- D) 8,3
- E) 6,7

Oppgave 2. Kollisjon og harmonisk oscillator (teller 18 %)



Ei tynn stang har lengde d og masse M (venstre figur). Stanga kan rotere friksjonsfritt om en akse (A) på midten. Til den nederste enden (i avstand $d/2$ fra A) er festet ei horisontal fjær med fjærkonstant k . Stanga er i utgangspunktet i likevekt ($\theta = 0$).

Et prosjektil med masse m og hastighet v_0 treffer øverst på stanga (avstand $d/2$ fra A), slik at stanga etter kollisjonen begynner å svinge om sin likevektsposisjon, vist i høyre figur. Prosjektilet fester seg i stanga, dvs. kollisjonen mellom prosjektilet og stanga er fullstendig uelastisk.

Stangas treghetsmoment om aksene A er $I = \frac{1}{12}Md^2$ og fordi prosjektilet er lite kan du se bort fra prosjektilets bidrag til treghetsmomentet etter kollisjonen. Fjæra er tilstrekkelig stiv til at amplituden θ_0 for svingningen blir liten, dvs $\theta_0 \ll 1$. Du kan derfor under svingningen bruke $\sin \theta \approx \theta$ og $\cos \theta \approx 1$.

a. Hva er systemets energi E_0 , bevegelsesmengde p_0 og spinn L_0 (om aksene A) før prosjektilet kolliderer med stanga?

b. Bestem systemets energi E_1 umiddelbart etter at prosjektilet har kollidert med stanga. Anta at kollisjonen er fullført før fjæra i nevneverdig grad presses sammen. Hvor stor andel av energien har "gått tapt" (dvs gått over i andre former enn mekanisk energi) dersom stangas masse M er 300 ganger større enn prosjektilets masse m ?

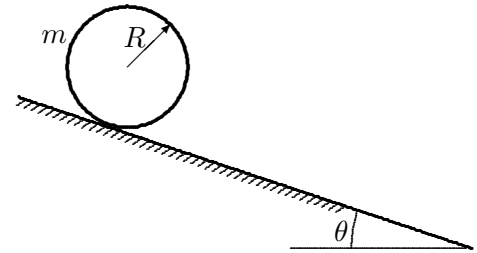
c. Vis at stangas harmoniske svingebevegelse, for små utsving fra likevekt, beskrives av differensiallikningen

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0$$

for vinkelen θ , og bestem herfra et uttrykk for svingebevegelsens periode T . Finn tallverdi for T (i sekunder) når $M = 3,00$ kg og $k = 1,00 \cdot 10^3$ N/m.

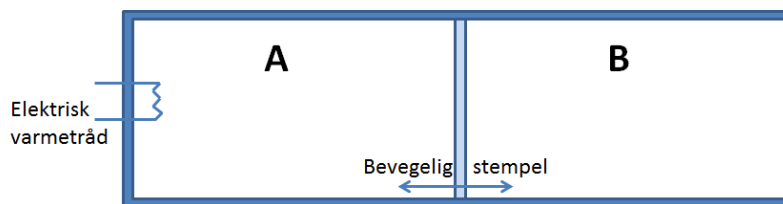
Oppgave 3. Kule (teller 12 %)

Ei massiv og homogen kule med masse m og radius R plasseres på et skråplan med hellingsvinkel θ . Anta at kinetisk og statisk friksjonskoeffisient mellom legeme og skråplan er like, og lik μ .



a. Hva er største θ_{\max} vi kan ha for at kula skal bevege seg med rein rulling nedover skråplanet (dvs. ikke gli/rutsje)? Uttrykk svaret med μ . Treghetsmoment for kule kan antas kjent.

b. For rein rulling er forholdet mellom translasjonsakselerasjon a og vinkelakselerasjon α lik $a/\alpha = R$. Vi heller skråplanet en vinkel $\theta > \theta_{\max}$ slik at kula vil rutsje nedover (kombinert gliing og rotasjon). Ved denne bevegelsen er forholdet $a/\alpha = x \cdot R$. Finn tallet x når skråplanet har vinkel $\theta = 45^\circ$ ($\tan \theta = 1$) og friksjonskoeffisienten har verdi $\mu = 1/4$.

Oppgave 4. Termodynamikk (teller 22%)

Et lukket kammer har form av en sylinder som er atskilt i to rom A og B med et stempel som kan gli friksjonsfritt langs sylindere. Hvert rom inneholder en enatomig, ideell gass og stempelet er ugjennomtrengelig for gass. Det kan tilføres varme til kammer A (f.eks. ved en elektrisk glødetråd), ellers er sylindere varmeisolerert fra omgivelsene og stempelet varmeisolerer fullstendig mellom A og B. Opprinnelig har hvert rom et volum $V_{A,0} = V_{B,0} = 5,00 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$, temperatur $T_{A,0} = T_{B,0} = 273 \text{ K}$ og trykk $p_{A,0} = p_{B,0} = 1,000 \text{ atm}$. Enatomig ideell gass har adiabatkonstant $\gamma = \frac{5}{3}$.

a. Beregn hvor mange mol gass det er i hvert rom.

Varme Q blir langsomt tilført gass A slik at volum A ekspanderer og B komprimeres inntil trykkene i begge gassene er $p_A = p_B = 3,00 \text{ atm}$. Prosessene kan antas reversible.

b. Finn sluttvolumet V_B til gass B. Finn også sluttvolumet V_A i A.

Det oppgis at sluttemperaturene i gassene blir henholdsvis $T_A = 1214 \text{ K}$ og $T_B = 423,5 \text{ K}$. (Verdiene skal ikke brukes til å finne svar i pkt. **b.**)

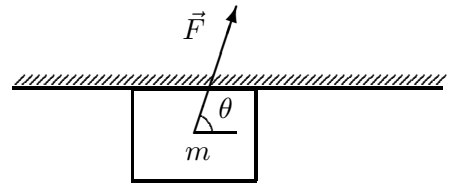
c. Finn nødvendig tilført varme Q .

d. Beregn entropiendringen ΔS_A og ΔS_B i hver av de to gassene.

Oppgave 5. (teller 18 %) Oppgavene har ingen sammenheng med hverandre.

a. Takkloss

En blokk med massen $m = 5,00$ kg holdes oppe og skyves langs ei horisontal (tak-)flate av krafta \vec{F} som har størrelsen $|\vec{F}| = F = 95,0$ N. Krafta virker under en vinkel $\theta = 70,0^\circ$, se figuren. Kinetisk friksjonskoeffisient mellom blokken og flata er $\mu_k = 0,400$.



Tegn inn alle krefter på blokken og finn størrelsen på blokkens akselerasjon.

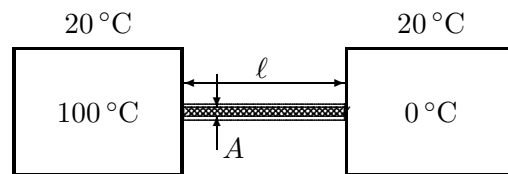
b. Carnot kjølemaskin.

En kjølemaskin for en fryseboks arbeider som en Carnotmaskin. Anta Carnotmaskinen jobber mellom de to temperaturene gitt av fryseboksens innvendige temperatur -25°C og romtemperaturen $+25^\circ\text{C}$.

Skisser prosessen i et pV -diagram og vis med piler i diagrammet hvor varme går inn og ut av maskinen. Beregn deretter effekt faktoren for kjølemaskinen.

c. Varmeledning.

Gitt to varmereservoar, et med kokende vann (100°C) og et med is/vann-blanding ($0,0^\circ\text{C}$). Det varme reservoaret kan regnes uendelig stort og det kalde reservoaret har tilstrekkelig ismengde. En sylindrisk kopperstav med lengde $\ell = 0,50$ m og tverrsnitt $A = 314\text{ mm}^2$ forbinder de to reservoarene.



Staven har varmeisolerende sidevegger slik at staven utveksler varme kun med de to reservoarene i hver ende. Reservoarene derimot er ikke fullstendig isolert fra omgivelsene slik at de i tillegg til varme gjennom kopperstaven også utveksler varme med omgivelsene ved varmeledning/varmeovergang.

Omgivelsene har temperatur $20,0^\circ\text{C}$ og total varmeresistans mellom et reservoar og omgivelser er $R = 0,700$ K/W (lik for begge reservoar). Varmeledningsevnen til kopper er $\kappa_{\text{Cu}} = 400$ W/(K · m) og spesifikk smeltevarme for is er $L_{\text{sm}} = 335$ kJ/kg.

Finn mengde is som smelter pr. minutt når stasjonære forhold er oppnådd.

FORMELLISTE.

Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas å være kjent. Symbolbruk som i forelesningene.

Fysiske konstanter:

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \quad u = \frac{1}{12} m(^{12}\text{C}) = \frac{10^{-3} \text{ kg/mol}}{N_A} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \quad R = N_A k_B = 8,31 \text{ J mol}^{-1} \text{K}^{-1} \quad \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{K}^{-4}$$

$$c = 2,9997 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \quad 0^\circ\text{C} = 273 \text{ K} \quad g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

SI-enheter:

Fundamentale SI-enheter: meter (m) sekund (s) kilogram (kg) ampere (A) kelvin (K) mol

Noen avledete SI-enheter: newton (N) pascal (Pa) joule (J) watt (W) hertz (Hz)

Varianter: kWh = 3,6 MJ m/s = 3,6 km/h ångstrøm = Å = 10^{-10} m atm = $1,013 \cdot 10^5$ N/m²

Klassisk mekanikk:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}(\vec{r}, t) \quad \text{der} \quad \vec{p}(\vec{r}, t) = m\vec{v} = m\dot{\vec{r}} \quad \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\text{Konstant } \vec{a}: \quad \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \quad \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 \quad v^2 - v_0^2 = 2\vec{a} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)$$

$$\text{Konstant } \vec{\alpha}: \quad \omega = \omega_0 + \alpha t \quad \theta = \theta_0 + \omega_0t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \quad \omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

$$\text{Newtons gravitasjonslov: } \vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r} \quad E_p(r) = -G \frac{M}{r} m \quad G = 6,673 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$$

$$\text{Arbeid: } dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} \quad W_{12} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{s} \quad \text{Kinetisk energi: } E_K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$E_p(\vec{r}) = \text{potensiell energi (tyngde: } mgh, \text{ fjær: } \frac{1}{2}kx^2) \quad E = \frac{1}{2}mv^2 + E_p(\vec{r}) + \text{friksjonsarbeide} = \text{konstant}$$

$$\text{Konservativ kraft: } \vec{F} = -\vec{\nabla} E_p(\vec{r}) \quad \text{f.eks. } F_x = -\frac{\partial}{\partial x} E_p(x, y, z) \quad \text{Hookes lov (fjær): } F_x = -kx$$

$$\text{Tørr friksjon: } |F_f| \leq \mu_s F_\perp \text{ eller } |F_f| = \mu_k F_\perp \quad \text{Våt friksjon: } \vec{F}_f = -k_f \vec{v} \text{ eller } \vec{F}_f = -bv^2 \hat{v}$$

$$\text{Kraftmoment (dreiemoment) om origo: } \vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}, \quad \text{Arbeid: } dW = \tau d\theta$$

$$\text{Betingelser for statisk likevekt: } \Sigma \vec{F}_i = \vec{0} \quad \Sigma \vec{\tau}_i = \vec{0}, \quad \text{uansett valg av referansepunkt for } \vec{\tau}_i$$

$$\text{Massemidtpunkt (tyngdepunkt): } \vec{R} = \frac{1}{M} \sum m_i \vec{r}_i \rightarrow \frac{1}{M} \int \vec{r} dm \quad M = \sum m_i$$

$$\text{Kraftimpuls: } \int_{\Delta t} \vec{F}(t) dt = m\Delta\vec{v} \quad \text{Alle støt: } \Sigma \vec{p}_i = \text{konstant} \quad \text{Elastisk støt: } \Sigma E_i = \text{konstant}$$

$$\text{Vinkelhastighet: } \vec{\omega} = \omega \hat{z} \quad |\vec{\omega}| = \omega = \dot{\phi} \quad \text{Vinkelakselerasjon: } \vec{\alpha} = d\vec{\omega}/dt \quad \alpha = d\omega/dt = \ddot{\phi}$$

$$\text{Sirkelbev.: } v = r\omega \quad \text{Sentripetalaks.: } \vec{a} = -v\omega \hat{r} = -\frac{v^2}{r} \hat{r} = -r\omega^2 \hat{r} \quad \text{Baneaks.: } a_\theta = \frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = r\alpha$$

$$\text{Spinn (dreieimpuls) og spinnsatsen: } \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \quad \vec{\tau} = \frac{d}{dt} \vec{L}, \quad \text{stive legemer: } \vec{L} = I\vec{\omega} \quad \vec{\tau} = I \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

$$\text{Spinn for rullende legeme: } \vec{L} = \vec{R}_{\text{cm}} \times M\vec{V} + I_0\vec{\omega}, \quad \text{Rotasjonsenergi: } E_{k,\text{rot}} = \frac{1}{2} I \omega^2,$$

der treghetsmoment $I \stackrel{\text{def}}{=} \sum m_i r_i^2 \rightarrow \int r^2 dm$ med r = avstanden fra m_i (dm) til rotasjonsaksen.

Med aksene gjennom massemidtpunktet: $I \rightarrow I_0$, og da gjelder:

$$\text{kule: } I_0 = \frac{2}{5} MR^2 \quad \text{kuleskall: } I_0 = \frac{2}{3} MR^2 \quad \text{syylinder/skive: } I_0 = \frac{1}{2} MR^2 \quad \text{åpen syylinder/ring: } I_0 = MR^2$$

$$\text{lang, tynn stav: } I_0 = \frac{1}{12} M\ell^2 \quad \text{Parallellakseteoremet (Steiners sats): } I = I_0 + Mb^2$$

Udempet svingning: $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ $f_0 = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi}$ Masse/fjær: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Tyngdependedel: $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin \theta = 0$, der $\sin \theta \approx \theta$ Fysisk: $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$ Matematisk: $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$

Dempet svingning: $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$ Masse/fjær: $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ $\gamma = b/(2m)$

$\gamma < \omega_0$ Underkritisk dempet: $x(t) = A e^{-\gamma t} \cos(\omega_d t + \phi)$ med $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$

$\gamma > \omega_0$ Overkritisk dempet: $x(t) = A^+ e^{-\alpha^{(+)} t} + A^- e^{-\alpha^{(-)} t}$ med $\alpha^{(\pm)} = \gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$

Tvungne svingninger: $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \omega t$, med (partikulær)løsning når $t \gg \gamma^{-1}$:

$x(t) = x_0 \cos(\omega t - \delta)$, der $x_0(\omega) = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}}$ $\tan \delta = \frac{2\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$

“Rakettilikningen”: $m(t) \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_Y + \beta \vec{u}_{\text{ex}}$ der $\beta = \frac{dm}{dt}$ og \vec{u}_{ex} = utskutt masses hastighet rel. hovedmasse

Termisk fysikk:

n = antall mol $N = nN_A$ = antall molekyler n_f = antall frihetsgrader

$\alpha = \ell^{-1} d\ell/dT$ $\beta = V^{-1} dV/dT$

$\Delta U = Q - W$ $C = \frac{1}{n} \frac{dQ}{dT}$ $C' = \frac{1}{m} \frac{dQ}{dT}$

$pV = nRT = Nk_B T$ $pV = N \frac{2}{3} \overline{E_K}$ $\overline{E_K} = \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} k_B T$ $W = p\Delta V$ $W = \int_1^2 p dV$

Ideell gass: $C_V = \frac{1}{2} n_f R$ $C_p = \frac{1}{2} (n_f + 2) R = C_V + R$ $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{n_f + 2}{n_f}$ $dU = C_V n dT$

Adiabat: $Q = 0$ Ideell gass: $pV^\gamma = \text{konst.}$ $TV^{\gamma-1} = \text{konst.}$ $T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{konst.}$

Virkningsgrader for varmekraftmaskiner: $\varepsilon = \frac{W}{Q_{\text{inn}}}$ Carnot: $\varepsilon_C = 1 - \frac{T_L}{T_H}$ Otto: $\varepsilon_O = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}$

Effektfactorer: Kjøleskap: $\eta_K = \left| \frac{Q_{\text{inn}}}{W} \right| \xrightarrow{\text{Carnot}} \frac{T_L}{T_H - T_L}$ Varmepumpe: $\eta_V = \left| \frac{Q_{\text{ut}}}{W} \right| \xrightarrow{\text{Carnot}} \frac{T_H}{T_H - T_L}$

Clausius: $\sum \frac{Q}{T} \leq 0$ $\oint \frac{dQ}{T} \leq 0$ Entropi: $dS = \frac{dQ_{\text{rev}}}{T}$ $\Delta S_{12} = \int_1^2 \frac{dQ_{\text{rev}}}{T}$

1. og 2. hovedsetning: $dU = dQ - dW = TdS - pdV$

Entropiendring $1 \rightarrow 2$ i en ideell gass: $\Delta S_{12} = nC_V \ln \frac{T_2}{T_1} + nR \ln \frac{V_2}{V_1}$

Varmeledning: $\dot{Q} = \frac{\kappa A}{\ell} \Delta T = \frac{1}{R} \Delta T$ $j_x = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x}$ $\vec{j} = -\kappa \vec{\nabla} T$ Varveovergang: $j = \alpha \Delta T$

Stråling: $j_s = \epsilon \sigma T^4 = a \sigma T^4 = (1-r)\sigma T^4$ $j_s = \frac{c}{4} u(T)$

Planck: $u(T) = \int_0^\infty \eta(f, T) df$ der u 's frekvensspekter = $\eta(f, T) = \frac{8\pi h f^3}{c^3} \cdot \frac{1}{\exp(hf/k_B T) - 1}$