Institutt for fysikk

Eksamensoppgave i
TFY4115 FYSIKK
for MTNANO, MTTK og MTEL

Faglig kontakt under eksamen: Institutt for fysikk v/Arne Mikkelsen,
Tlf.: 486 05 392 / 7359 3433

Eksamensdato: Mandag 12. august 2013
Eksamenstid: 15:00 - 19:00
Tillatte hjelpemidler (kode C):
Bestemt enkel godkjent kalkulator.
Rottmann: Matematisk formelsamling (norsk eller tysk utgave).
Vedlagt formelark.

Annen informasjon:
1. Prosenttallene i parantes etter hver oppgave angir hvor mye den i utgangspunktet vektlegges ved bedømmelsen.

2. Noen generelle faglige merknader:
- Symboler skrives i kursiv (f.eks. m for masse), mens enheter skrives uten kursiv (f.eks. m for meter)
- $\hat{\mathbf{x}}$, $\hat{\mathbf{y}}$ og $\hat{\mathbf{z}}$ er enhetsvektorer i henholdsvis x-, y- og z-retning.
- Ved tallsvar kreves både tall og enhet.

3. I flervalgsspørsmålene er kun ett av svarene rett. Du skal altså svare A, B, C, D eller E (stor bokstav) eller du kan svare blankt. **Rett svar gir 5 p, galt svar eller flere svar gir 0 p, blank (ubesvart) gir 1 p.**
Svar på flervalgsspørsmål i Oppgave 1 skriver du på første innleveringsark i en tabell liknende den følgende:

	a	b	c	d	e	f	g	h
Mitt svar:								

4. Oppgavene er utarbeidet av Arne Mikkelsen og vurdert av Jon Andreas Støvneng.

Målform/språk: Bokmål.

Antall sider (uten denne framsida): 4.

Antall sider vedlegg: 2.

Kontrollert av:

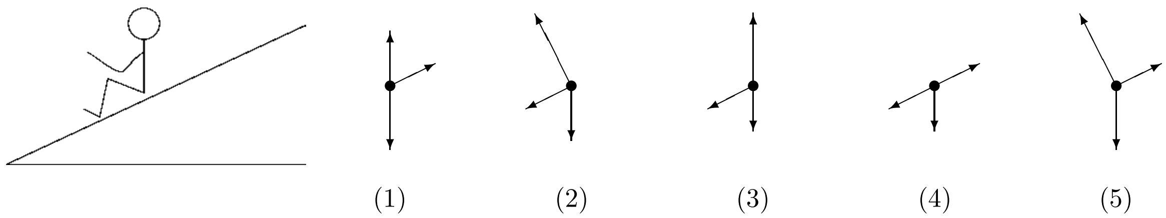
Dato Sign

Merk! Studenter finner sensur i Studentweb. Har du spørsmål om din sensur må du kontakte instituttet ditt. Eksamenskontoret vil ikke kunne svare på slike spørsmål.

Oppgave 1. Flervalgsspørsmål (teller 20 %)

a. Kraftdiagrammet som best representerer kreftene som virker på en student som er i ro på skråplanet er

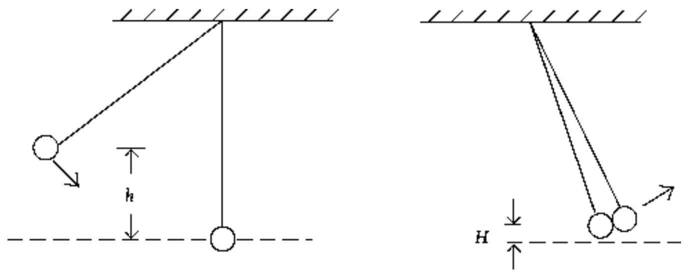
A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5



b. En massiv sylinder ruller langs et horisontalt golv med fart v. Sylinderens kinetiske energi er
A) $\frac{1}{4}\,mv^2$
B) $\frac{1}{2}\,mv^2$
C) $\frac{3}{4}\,mv^2$
D) mv^2
E) $\frac{5}{4}\,mv^2$

c. To like kuler henger i hver si snor med lik lengde. Éi kule blir sluppet fra en høyde h over bunnpunktet og treffer den andre kula på laveste punkt i banen. Under kollisjonen (støtet) festes de to kulene til hverandre og beveger seg videre sammen. Hvilke(n) størrelse(r) er konstant under støtet? (Her er E total kinetisk energi, p total bevegelsesmengde og L totalt spinn om snorenes festepunkt i taket.)

A) E, p og L
B) E og p
C) p og L
D) E og L
E) Bare p



d. Vi betrakter samme kuler og størrelser som i oppgaven ovenfor. Etter kollisjonen når de sammenfestede kulene opp til en felles høyde H som er gitt av
A) $3h/4$
B) $h/4$
C) $h/2$
D) h
E) Ingen av svarene er korrekte.

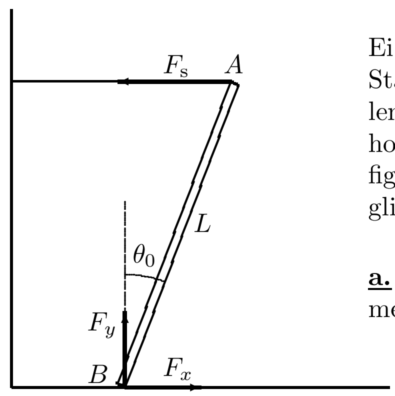
e. En varmekraftmaskin absorberer 64 kJ varme fra et varmt reservoar og gir fra seg 42 kJ varme til et kaldt reservoar for hvert omløp. Maskinens effektivitet er (avrundet til to gjeldende sifre):
A) 30%
B) 34%
C) 38%
D) 52%
E) 66%

f. Trykket i en blanding av væske og tilhørende damp (dvs. en metta damp) avhenger av
A) Volumet til dampen
B) Massen til væsken som er fordampet
C) Bare massetettheten til væsken
D) Bare temperaturen
E) Samla volum av væske og damp.

g. En ideell gass befinner seg i en tilstand a med volum V_1. Når volumet økes fra V_1 til V_2 i en **isoterm** prosess, gjør gassen et arbeid W_T. Hvis vi for den samme gassen i tilstand a øker volumet fra V_1 til V_2 i en **adiabatisk** prosess, gjør gassen et arbeid $W_{\rm ad}$. Hvilken påstand er rett?
A) $W_{\rm ad} = W_T$
B) $W_{\rm ad} < W_T$
C) $W_{\rm ad} > W_T$
D) A, B eller C er rett avhengig av forholdet V_2/V_1
E) A, B eller C er rett avhengig av gassens temperatur.

h. To enatomige gasser, helium og neon, blir blanda i forholdet 2:1 og er i termisk likevekt ved temperaturen T. Molar masse til neon er 5x molar masse til helium. Hvis den midlere kinetiske energien per heliumatom er U, er den midlere kinetiske energien per neonatom lik
A) U
B) $U/2$
C) $2U$
D) $5U$
E) $U/5$

Oppgave 2. (teller 27 %)



Ei tynn, rett, homogen stang AB har masse M og lengde L. Stanga står på et plant, horisontalt underlag og danner vinkelen $\theta = \theta_0$ med vertikalretningen. Stanga holdes i ro med ei horisontal snor som er festa i enden A og i veggen, som vist i figuren. Friksjonskrafta F_x i B er stor nok til å hindre at stanga glir mot underlaget. Tyngdens akselerasjon er g.

a. Finn snorkrafta F_s og kraftkomponentene F_x og F_y uttrykt med M, g og θ_0.

b. Hvor stor må den statiske friksjonskoeffisienten μ_s minst være for at stanga ikke skal gli mot underlaget når $\theta_0 = 30°$?

På et gitt tidspunkt kuttes snora. Straks etter faller stanga ved at den roterer fritt om endepunktet B. Friksjonen er stor nok til at endepunktet B ikke glir.

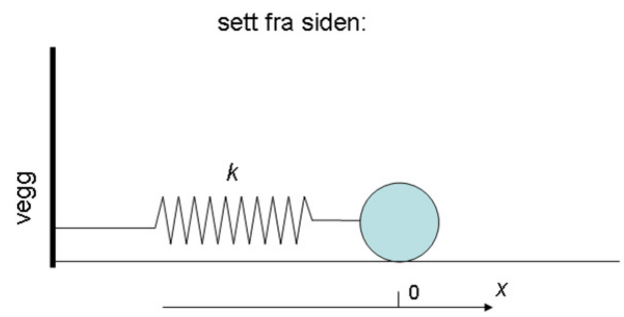
c. Finn uttrykk for stangas treghetsmoment for rotasjon om punktet B.

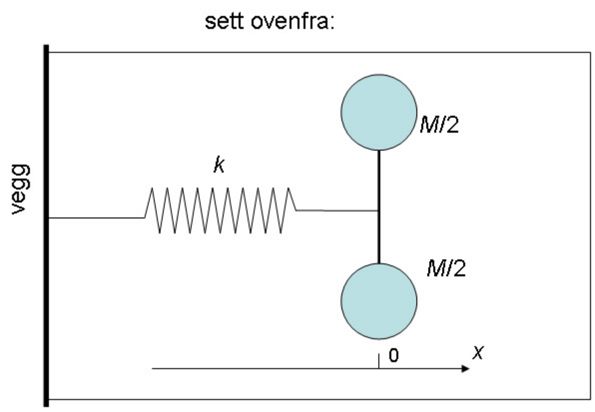
d. Bruk Newtons 2. lov for rotasjon (spinnsatsen) til å finne stangas vinkelakselerasjon, α, om punktet B når stanga danner vinkelen $\theta \geq \theta_0$ med vertikalretningen, uttrykt med g, L og θ.

e. Bruk energibetraktning til å finne uttrykk for vinkelhastigheten $\omega = \dot{\theta}$ ved vinkelen θ.
Tips: Kinetisk energi utgjøres kun av rotasjonsenergi om B.

Oppgave 3. **(teller 16 %)**

Ei fjær med fjærkonstant $k = 200$ N/m er i ene enden festa til en vegg og andre enden festa midt på en aksling med to like kuler i hver ende av akslingen. Kulene er massive med samla masse $M = 1,00$ kg mens akslingen og fjæra kan regnes masseløse. Hver kule har radius $R = 5,0$ cm. Systemet med kulene og akslingen kan bevege seg på underlaget og det strammes opp til $x = x_0 = 0,100$ m og slippes slik at det svinger fram og tilbake om $x = 0$. Svingingen skjer uten å slenge til sidene eller å rotere om noen vertikal akse, dvs. bevegelse bare i x-retning. Når akslingen roterer skjer dette fritt uten hindring av fjærfestet.





a. Anta først at kulene glir friksjonsfritt på underlaget. På grunnlag av Newtons 2. lov finn systemets bevegelseslikning, gjenkjenn denne som en udempet harmonisk svinging og finn herfra svingetida T_0 i sekunder.

I det følgende antar vi at det er tilstrekkelig friksjon mellom kulene og underlaget til at kulene med aksling under bevegelsen ruller uten å skli.

b. Tegn opp systemet sett fra siden i høyre ytterstilling ($x = x_0$) og tegn her inn fjærkraft F og friksjonskraft F_f på kulene, med angrepspunkt, retning og omtrent riktige størrelser relativt hverandre.

c. I høyre ytterstilling vil systemet ha akselerasjon a mot venstre. Vis at friksjonskrafta må ha størrelse (sett bort fra retning) $F_\mathrm{f} = \frac{2}{5}Ma$.

Oppgave 4. **(teller 31%)**

En syklisk, reversibel, prosess på en ideell, enatomig gass foregår mellom 3 tilstander A,B,C:
AB: en isokor oppvarming
fra $V_\mathrm{A} = 4,00\,\mathrm{dm}^3$, $T_\mathrm{A} = 300$ K, $p_\mathrm{A} = 1,000\,\mathrm{atm} = 1,013 \cdot 10^5\,\mathrm{N/m}^2$.
til $V_\mathrm{B} = V_\mathrm{A}$, $T_\mathrm{B} = 450$ K, $p_\mathrm{B} = 1,50$ atm,
BC: en ekspansjon
fra V_B, T_B, p_B
til $V_\mathrm{C}, T_\mathrm{C}, p_\mathrm{C}$ der $pV^{5/2}$=konstant under prosessen,
CA: en adiabatisk kompresjon tilbake til utgangstilstanden.

a. Bestem antall mol gass, n.

b. Vis/forklar at adiabatkonstanten for en ideell, enatomig gass har verdi $\gamma = 5/3$. Tegn prosessene inn i et pV-diagram. Skisser også isotermer for temperaturene T_A, T_B og T_C. Numerisk skalering av aksene er ikke nødvendig.

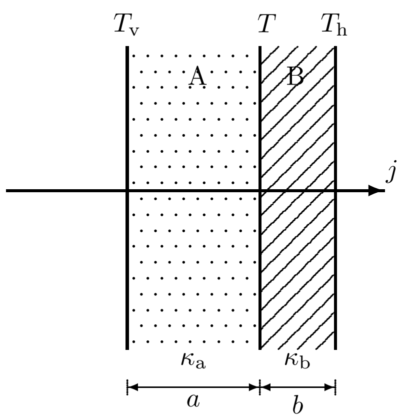
c. Finn endringen i entropi ΔS for alle prosessene: AB, BC og CA. Hva er entropiendringen for hele kretsen? Det er ikke nødvendig å kjenne T_C og V_C for å beregne ΔS_BC. Hvis du likevel trenger disse, kan du løse pkt **d.** før **c.**

d. Finn V_C, p_C og T_C (i fritt valgt rekkefølge).

e. Beregn arbeidet W_BC utført i prosessen BC.

f. Finn virkningsgraden η for den sykliske prosessen. For den adiabatiske prosessen kan du med fordel bruke $W = -\Delta U = -C_V \cdot \Delta T$.
Mangler du tallsvar fra **d.** og/eller **e.** kan du i beregningen bruke $T_\mathrm{C} = 210$ K og/eller $W_\mathrm{BC} = 216$ J (som ikke nødvendigvis er fasitsvar i **d.** og **e.**).

Oppgave 5. **(teller 6 %)**



Ei stor plate er sammensatt av to lag, A og B, med ulikt materiale. Lag A er dobbelt så tykt som lag B: $a = 2b$, termisk ledningsevne til materialet i A er tre ganger så stor som den til materialet i B: $\kappa_\mathrm{a} = 3\kappa_\mathrm{b}$. Temperaturen på venstre overflate av A er $T_\mathrm{v} = 80\,°\mathrm{C}$, og temperaturen på høyre overflate av B er $T_\mathrm{h} = 10\,°\mathrm{C}$.

Finn temperaturen T på grenseflata mellom de to materialene når stasjonære forhold er etablert.

FORMELLISTE.

Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas å være kjent. Symbolbruk som i forelesningene.

Fysiske konstanter:

$N_\mathrm{A} = 6,02 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol}^{-1}$ $\quad$ $\mathrm{u} = \frac{1}{12}\, m({}^{12}\mathrm{C}) = \frac{10^{-3}\,\mathrm{kg/mol}}{N_\mathrm{A}} = 1,66 \cdot 10^{-27}\mathrm{kg}$

$k_\mathrm{B} = 1,38 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{J/K}$ $\quad$ $R = N_\mathrm{A} k_\mathrm{B} = 8,31\,\mathrm{J\,mol^{-1}K^{-1}}$ $\quad$ $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{Wm^{-2}K^{-4}}$

$c = 2,9997 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s}$ $\quad$ $h = 6,63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js}$ $\quad$ $0°\mathrm{C} = 273\,\mathrm{K}$ $\quad$ $g = 9,81\,\mathrm{m/s^2}$

SI-enheter:

Fundamentale SI-enheter: meter (m) sekund (s) kilogram (kg) ampere (A) kelvin (K) mol

Noen avledete SI-enheter : newton (N) pascal (Pa) joule (J) watt (W) hertz (Hz)

Varianter: kWh = 3,6 MJ $\quad$ m/s = 3,6 km/h $\quad$ ångstrøm = Å= 10^{-10} m $\quad$ atm = $1{,}013 \cdot 10^5$ Pa

Klassisk mekanikk:

$\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = \vec{F}(\vec{r}, t)$ $\quad$ der $\vec{p}(\vec{r}, t) = m\vec{v} = m\dot{\vec{r}}$ $\quad$ $\vec{F} = m\vec{a}$

Konstant $\vec{a}$: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$ $\quad$ $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$ $\quad$ $v^2 - v_0^2 = 2\vec{a} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)$

Konstant $\vec{\alpha}$: $\omega = \omega_0 + \alpha t$ $\quad$ $\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ $\quad$ $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\,(\theta - \theta_0)$

Newtons gravitasjonslov: $\vec{F} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}}$ $\quad$ $E_\mathrm{p}(r) = -G\frac{M}{r}m$ $\quad$ $G = 6,673 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{Nm^2/kg^2}$

Arbeid: $\mathrm{d}W = \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{s}$ $\quad$ $W_{12} = \int_1^2 \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{s}$ $\quad$ Kinetisk energi: $E_\mathrm{K} = \frac{1}{2}mv^2$

$E_\mathrm{p}(\vec{r})$ = potensiell energi (tyngde: mgh, fjær: $\frac{1}{2}kx^2$) $\quad$ $E = \frac{1}{2}m\vec{v}^2 + E_\mathrm{p}(\vec{r})$ + friksjonsarbeide = konstant

Konservativ kraft: $\vec{F} = -\vec{\nabla}E_\mathrm{p}(\vec{r})$ $\quad$ f.eks. $F_x = -\frac{\partial}{\partial x}E_\mathrm{p}(x, y, z)$ $\quad$ Hookes lov (fjær): $F_x = -kx$

Tørr friksjon: $|F_\mathrm{f}| \leq \mu_\mathrm{s}\, F_\perp$ eller $|F_\mathrm{f}| = \mu_\mathrm{k}\, F_\perp$ $\quad$ Våt friksjon: $\vec{F}_\mathrm{f} = -k_\mathrm{f}\vec{v}$ eller $\vec{F}_\mathrm{f} = -bv^2\hat{v}$

Kraftmoment (dreiemoment): $\vec{\tau} = (\vec{r} - \vec{r}_0) \times \vec{F}$, med $\vec{r}_0$ som valgt referansepunkt $\quad$ Arbeid: $\mathrm{d}W = \tau\mathrm{d}\theta$

Betingelser for statisk likevekt: $\Sigma\vec{F}_i = \vec{0}$ $\quad$ $\Sigma\vec{\tau}_i = \vec{0}$, uansett valg av referansepunkt $\vec{r}_0$ i $\vec{\tau}_i$

Massemiddelpunkt (tyngdepunkt): $\vec{R} = \frac{1}{M}\sum m_i\vec{r}_i \rightarrow \frac{1}{M}\int \vec{r}\,\mathrm{d}m$ $\quad$ $M = \sum m_i$

Kraftimpuls: $\int_{\Delta t}\vec{F}(t)\mathrm{d}t = m\Delta\vec{v}$ $\quad$ Alle støt: $\sum\vec{p}_i$ = konstant $\quad$ Elastisk støt: $\sum E_i$ = konstant

Vinkelhastighet: $\vec{\omega} = \omega\,\hat{\mathbf{z}}$ $\quad$ $|\,\vec{\omega}\,| = \omega = \dot{\phi}$ $\quad$ Vinkelakselerasjon: $\vec{\alpha} = \mathrm{d}\vec{\omega}/\mathrm{d}t$ $\quad$ $\alpha = \mathrm{d}\omega/\mathrm{d}t = \ddot{\phi}$

Sirkelbev.: $v = r\omega$ $\quad$ Sentripetalaks.: $\vec{a} = -v\omega\,\hat{\mathbf{r}} = -\frac{v^2}{r}\,\hat{\mathbf{r}} = -r\omega^2\,\hat{\mathbf{r}}$ $\quad$ Baneaks.: $a_\theta = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = r\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = r\,\alpha$

Spinn (dreieimpuls) og spinnsatsen: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ $\quad$ $\vec{\tau} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{L}$, $\quad$ stive legemer: $\vec{L} = I\,\vec{\omega}$ $\quad$ $\vec{\tau} = I\,\frac{\mathrm{d}\vec{\omega}}{\mathrm{d}t}$

Rotasjonsenergi: $E_\mathrm{k,rot} = \frac{1}{2}\,I\,\omega^2$,
der treghetsmoment $I \stackrel{\mathrm{def}}{=} \sum m_i r_i^2 \rightarrow \int r^2\mathrm{d}m$ $\quad$ med r = avstanden fra m_i ($\mathrm{d}m$) til rotasjonsaksen.

Med aksen gjennom massemiddelpunktet: $I \rightarrow I_0$, og da gjelder:
kule: $I_0 = \frac{2}{5}\,MR^2$ $\quad$ kuleskall: $I_0 = \frac{2}{3}\,MR^2$ $\quad$ sylinder/skive: $I_0 = \frac{1}{2}MR^2$ $\quad$ åpen sylinder/ring: $I_0 = MR^2$
lang, tynn stav: $I_0 = \frac{1}{12}\,M\ell^2$ $\quad$ Parallellakseteoremet (Steiners sats): $I = I_0 + Mb^2$

Udempet svingning: $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ $\quad T = \dfrac{2\pi}{\omega_0}$ $\quad f_0 = \dfrac{1}{T} = \dfrac{\omega_0}{2\pi}$ $\quad$ Masse/fjær: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

Tyngdependel: $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin\theta = 0$, der $\sin\theta \approx \theta$ $\quad$ Fysisk: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{mgd}{I}}$ Matematisk: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{g}{\ell}}$

Dempet svingning: $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$ $\quad$ Masse/fjær: $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ $\quad \gamma = b/(2m)$

$\gamma < \omega_0$ Underkritisk dempet: $x(t) = A\,\mathrm{e}^{-\gamma t}\cos(\omega_\mathrm{d} t - \delta)$ $\quad$ med $\omega_\mathrm{d} = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$

$\gamma > \omega_0$ Overkritisk dempet: $x(t) = A^+ \mathrm{e}^{-\alpha^{(+)} t} + A^- \mathrm{e}^{-\alpha^{(-)} t}$ $\quad$ med $\alpha^{(\pm)} = \gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$

Tvungne svingninger: $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos\omega t$, med (partikulær)løsning når $t \gg \gamma^{-1}$:

$$x(t) = x_0 \cos(\omega t - \delta), \quad \text{der} \quad x_0(\omega) = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}} \qquad \tan\delta = \frac{2\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

"Rakettlikningen": $m(t)\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \vec{F}_\mathrm{Y} + \beta\vec{u}_\mathrm{ex}$ $\quad$ der $\beta = \dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}$ og $\vec{u}_\mathrm{ex}$ = hast. utskutt masse relativ hovedmasse

Termisk fysikk:

n= antall mol $\quad N = nN_\mathrm{A}$ = antall molekyler $\quad n_\mathrm{f}$ = antall frihetsgrader

$\alpha = \ell^{-1}\mathrm{d}\ell/\mathrm{d}T \qquad \beta = V^{-1}\mathrm{d}V/\mathrm{d}T$

$\Delta U = Q - W \qquad C = \frac{1}{n}\frac{đQ}{\mathrm{d}T} \qquad C' = \frac{1}{m}\frac{đQ}{\mathrm{d}T}$

$pV = nRT = Nk_\mathrm{B}T \qquad pV = N\,\frac{2}{3}\,\overline{E_\mathrm{K}} \qquad \overline{E_\mathrm{K}} = \frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}k_\mathrm{B}T \qquad W = p\Delta V \qquad W = \int_1^2 p\mathrm{d}V$

Ideell gass: $C_V = \frac{1}{2}n_\mathrm{f}R \qquad C_p = \frac{1}{2}(n_\mathrm{f}+2)R = C_V + R \qquad \gamma = \dfrac{C_p}{C_V} = \dfrac{n_\mathrm{f}+2}{n_\mathrm{f}} \qquad \mathrm{d}U = C_V\,n\,\mathrm{d}T$

Adiabat: $Q = 0$ $\quad$ Ideell gass: pV^γ = konst. $\quad TV^{\gamma-1}$ = konst. $\quad T^\gamma p^{1-\gamma}$ = konst.

Virkningsgrader for varmekraftmaskiner: $\eta = \dfrac{W}{Q_\mathrm{inn}}$ $\quad$ Carnot: $\eta_\mathrm{C} = 1 - \dfrac{T_\mathrm{L}}{T_\mathrm{H}}$ $\quad$ Otto: $\eta_\mathrm{O} = 1 - \dfrac{1}{r^{\gamma-1}}$

Effektfaktorer: Kjøleskap: $\eta_\mathrm{K} = \left|\dfrac{Q_\mathrm{inn}}{W}\right| \xrightarrow{\text{Carnot}} \dfrac{T_\mathrm{L}}{T_\mathrm{H} - T_\mathrm{L}}$ $\quad$ Varmepumpe: $\eta_\mathrm{V} = \left|\dfrac{Q_\mathrm{ut}}{W}\right| \xrightarrow{\text{Carnot}} \dfrac{T_\mathrm{H}}{T_\mathrm{H} - T_\mathrm{L}}$

Clausius: $\sum \dfrac{Q}{T} \leq 0 \qquad \oint \dfrac{đQ}{T} \leq 0$ $\quad$ Entropi: $\mathrm{d}S = \dfrac{đQ_\mathrm{rev}}{T} \qquad \Delta S_{12} = \displaystyle\int_1^2 \frac{đQ_\mathrm{rev}}{T}$

1. og 2. hovedsetning: $\mathrm{d}U = đQ - đW = T\mathrm{d}S - p\mathrm{d}V$

Entropiendring $1 \to 2$ i en ideell gass: $\Delta S_{12} = nC_V \ln\dfrac{T_2}{T_1} + nR\ln\dfrac{V_2}{V_1}$

Varmeledning: $j_x = -\kappa\dfrac{\partial T}{\partial x} \qquad \vec{j} = -\kappa\vec{\nabla}T$ $\quad$ Varmeovergang: $j = \alpha\Delta T$

Stråling: $j_s = e\sigma T^4 = a\sigma T^4 = (1-r)\sigma T^4 \qquad j_s = \dfrac{c}{4}u(T)$

Planck: $u(T) = \displaystyle\int_0^\infty \eta(f,T)\mathrm{d}f$ $\quad$ der u's frekvensspekter $= \eta(f,T) = \dfrac{8\pi hf^3}{c^3}\cdot\dfrac{1}{\exp(hf/k_\mathrm{B}T) - 1}$