

**Eksamensoppgåve i  
TFY4115 FYSIKK  
for MTNANO, MTTK og MTEL**

**Fagleg kontakt under eksamen:** Institutt for fysikk v/Arne Mikkelsen,  
**Tlf.:** 486 05 392

**Eksamensdato:** Torsdag 11. desember 2014

**Eksamensstid:** 09:00 - 13:00

**Tillatne hjelpe middel (kode C):**

Bestemt enkel godkjend kalkulator.

Rottmann: Matematisk formelsamling (norsk eller tysk utgåve).

Vedlagt formelark.

**Annan informasjon:**

1. Prosenttala i parentes gitt ved kvar oppgåve angir kor mykje ho i utgangspunktet blir vektlagd i bedømminga.
2. Nokre generelle faglege merknadar:
  - Symbol skrivast i kursiv (t.d.  $m$  for masse), medan einingar skrivast utan kursiv (t.d.  $m$  for meter)
  - $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$  og  $\hat{z}$  er einingsvektorar i henholdsvis  $x$ -,  $y$ - og  $z$ -retning.
  - Ved talsvar krevst både tal og eining.
3. I fleirvalsspørsmåla er kun eit av svara rett. Du skal altså svare A, B, C, D eller E (stor bokstav) eller du kan svare blankt. **Rett svar gir 5 p, galt svar eller fleire svar gir 0 p, blank (ubesvart) gir 1 p.**
4. Svar på fleirvalsspørsmåla fører du på siste ark i dette oppgåvesettet. Arket skal innleverast.
5. Oppgåvene er utarbeida av Arne Mikkelsen og vurdert av Tor Nordam.

**Målform/språk:** Nynorsk.

**Sidetal (inkludert denne framsida):** 6.

**Sidetal vedlegg:** 3.

**Kontrollert av:**

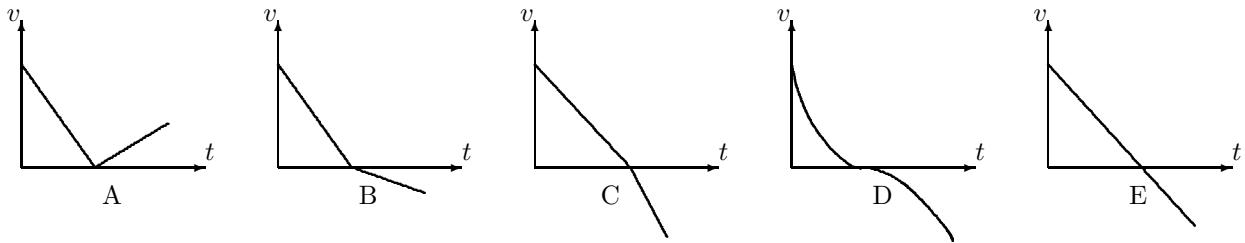
---

Dato

Sign

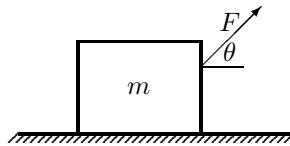
**Oppgåve 1. Fleirvalsspørsmål (tel 50 %)**

**1-1.** Ein kloss sendast oppover eit skråplan med startfart  $v_0$  og glir attende til utgangspunktet. Friksjon gjør seg gjeldande. Kva for ein av grafane beskriver denne rørsla best? Retning for positiv  $v$  avgjør du sjølv.

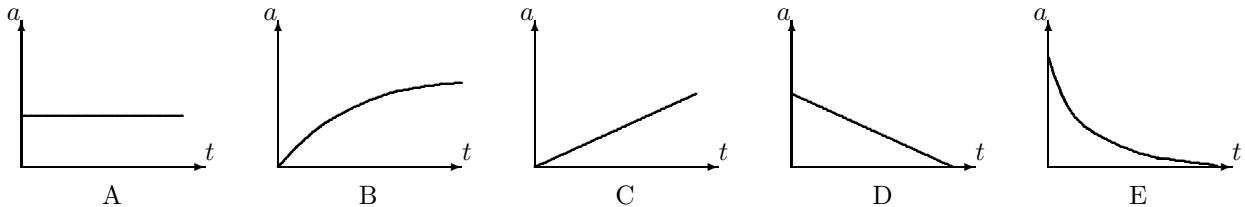


**1-2.** Ein kloss med masse  $m$  blir trekt med konstant fart av ei kraft i retning  $\theta$  med horisontalen, som synt på figuren. Den kinetiske friksjonskoeffisienten mellom den ru overflata og klossen er  $\mu_k$ . Storleiken til friksjonskrafta er

- A)  $\mu_k mg$ .
- B)  $\mu_k F \cos \theta$ .
- C)  $\mu_k F \sin \theta$ .
- D)  $\mu_k (mg - F \sin \theta)$ .
- E) Ingen av desse svara er rett.

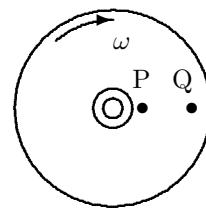


**1-3.** Ein gjenstand i ro slippast frå stor høgd og fell gjennom lufta i tyngdefeltet. Luftmotstanden gjør seg gjeldande. Kva for ein følgjande grafene syner best gjenstandens *akselerasjon* (retning nedover) som funksjon av tida?



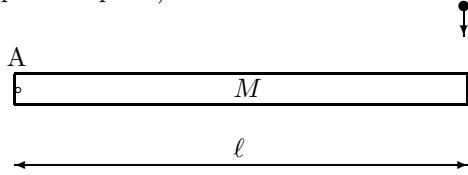
**1-4.** Ei DVD-plate roterer med ein jamt aukande fart. Vi granskar sentripetalakselerasjonen og baneakselerasjonen (tangentialakselerasjonen) på plata ved punkta P og Q og angir desse med henholdsvis  $a_c(P)$ ,  $a_c(Q)$ ,  $a_\theta(P)$  og  $a_\theta(Q)$ . Kva for ein påstand er rett om storleikane?

- A)  $a_c(P) = a_c(Q)$  og  $a_\theta(P) = a_\theta(Q)$
- B)  $a_c(P) < a_c(Q)$  og  $a_\theta(P) < a_\theta(Q)$
- C)  $a_c(P) > a_c(Q)$  og  $a_\theta(P) < a_\theta(Q)$
- D)  $a_c(P) = a_c(Q)$  og  $a_\theta(P) < a_\theta(Q)$
- E)  $a_c(P) < a_c(Q)$  og  $a_\theta(P) = a_\theta(Q)$



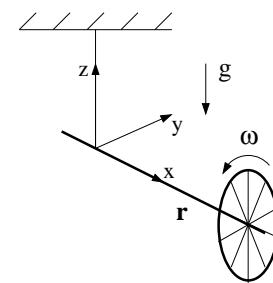
**1-5.** Ein stav med masse  $M$  og lengd  $\ell$  ligg på eit bord og kan dreie friksjonsfritt om ein loddrett akse A i stavens eine endepunkt. Aksen er fast i bordet. I figuren er stavens sett ovanfrå. En pistolkule med masse  $m$  og horizontal fart  $v$  treffer stavens andre endepunkt  $90^\circ$  på stavens lengderetning og absorberast straks i stavmaterialet (fullstendig uelastisk støt). Dermed settast stavlen (med kule) i rotasjon. For systemet stavlen + kule, kva for storleik(ar) endrar seg ikkje frå før til etter kollisjonen? (Her er  $E$  systemets kinetiske energi,  $p$  systemets rørslemengd og  $L$  systemets spinn mhp. A.)

- A)  $L$  og  $E$
- B)  $L$  og  $p$
- C)  $L$ ,  $E$  og  $p$
- D) Berre  $L$
- E) Berre  $p$



**1-6.** Eit sykkelhjul settast i rask rotasjon og hengast opp i ei snor festa til akslingen. Figuren syner hjulet med overdrevet lang aksling og med koordinatsystem inntekna. Vi ser på tyngdekraftas kraftmoment (dreiemoment) om origo, i kva for ei retning peikar dette kraftmomentet?

- A)  $\hat{\mathbf{z}}$       B)  $-\hat{\mathbf{z}}$       C)  $\hat{\mathbf{y}}$       D)  $-\hat{\mathbf{y}}$       E)  $-\hat{\mathbf{x}}$

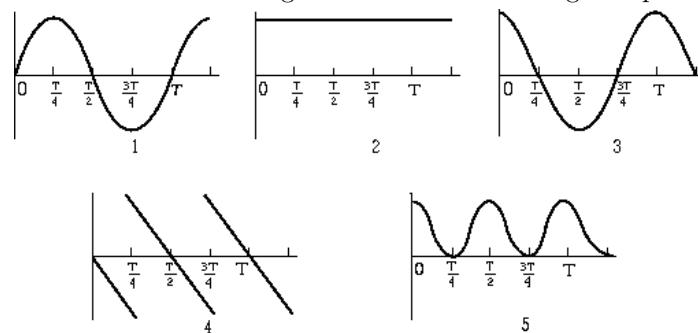


**1-7.** Hjulet og akslingen i figuren vil presesere med rotasjonsvektor  $\vec{\Omega}$  i retninga

- A)  $\hat{\mathbf{z}}$       B)  $-\hat{\mathbf{z}}$       C)  $\hat{\mathbf{y}}$       D)  $-\hat{\mathbf{y}}$       E)  $-\hat{\mathbf{x}}$

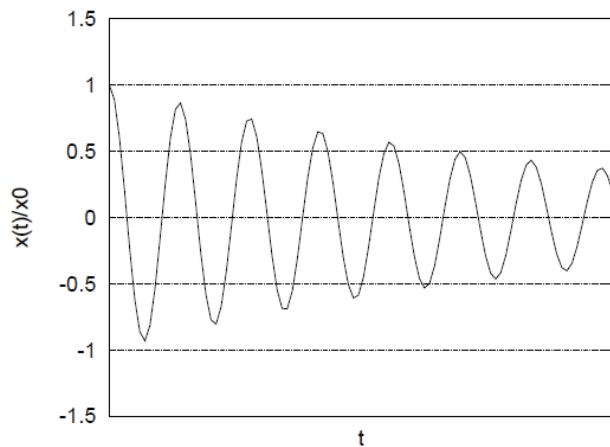
**1-8.** Den kinetiske energien til ein lekam som rører seg i ein harmonisk oscillasjon er plotta som funksjon av tida som er gitt i einingar av perioden  $T$ . Ved  $t = 0$  er utsvinget lik null. Kva for ein graf representerer desse vilkåra?

- A) 1  
B) 2  
C) 3  
D) 4  
E) 5



**1-9.** Figuren syner utsvinget  $x(t) = x_0 e^{-\gamma t} \cos \omega t$ , eller rettare sagt  $x(t)/x_0$ , for ei dempa harmonisk svinging. Omrent kor stort er forholdet mellom dampingskonstanten  $\gamma$  og vinkelrekvensen  $\omega$ ? (Tall på tidsaksen  $t$  trengst ikkje oppgjevast for å løysa oppgåva.)

- A)  $\gamma/\omega = 45,3$   
B)  $\gamma/\omega = 0,200$   
C)  $\gamma/\omega = 0,139$   
D)  $\gamma/\omega = 0,0221$   
E)  $\gamma/\omega = 0$

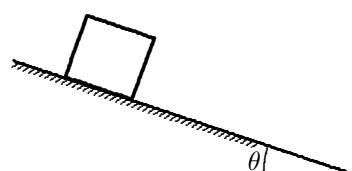


**1-10.** Eit objekt svingar harmonisk. Storleiken på objektets fart,  $|v|$ , er maksimum på det punktet i svinginga der

- A) absoluttverdien av akselerasjonen er maksimum.  
B) absoluttverdien av utslaget er maksimum.  
C) absoluttverdien av akselerasjonen er minimum.  
D) den potensielle energien er maksimum.  
E) den kinetiske energien er minimum.

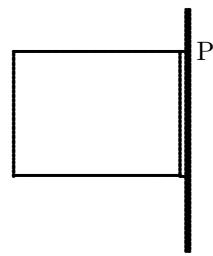
**1-11.** Ein massiv kubisk kloss (kvadratisk sidekant) ligg i ro på eit skråplan som har vinkel  $\theta$  med horisontalplanet. Friksjonskoeffisientane mellom klossen og underlaget er  $\mu_k = 0,45$  og  $\mu_s = 0,65$ . Skråplanvinkelen aukast langsomt. Vil klossen først begynne å gli eller vil den først tippe over?

- A) Den vil først tippe over.  
B) Den vil først begynne å gli.  
C) Den vil tippe over samtidig som den begynner å bli.  
D) Det er umogleg å gi eit svar utan å vite massen på klossen.  
E) Det er umogleg å gi eit svar utan å vite dimensjonen på klossen.



**1-12.** Eit metallskilt er montert på ei vertikal stong med to feste til stonga. Skiltet har jann tykkelse, er kvadratisk med sidekant 0,40 m og masse 4,0 kg. Kva er storleiken på den horisontale komponenten av krafta ved det øvre opphengingspunktet P? Du kan bruke  $g = 10,0 \text{ m/s}^2$ .

- A) 20 N.
- B) 0 N.
- C) 7,8 N.
- D) 98 N.
- E) 10 N.



**1-13.** Ein ideell gass er i ein tilstand a med temperatur  $T_1$ . Når gasstemperaturen aukast frå  $T_1$  til  $T_2$  i ein isokor prosess, tilførast ein varme  $Q_V$  til gassen. Hvis vi for den same gassen i tilstand a aukar temperaturen frå  $T_1$  til  $T_2$  i ein isobar prosess, tilførast ein varme  $Q_p$  til gassen. Kva for ein av påstandane er rett?

- A)  $Q_p > Q_V$
- B)  $Q_p = Q_V$
- C)  $0 < Q_p < Q_V$
- D)  $Q_p = 0$
- E)  $Q_p < 0$  (varme ut av systemet)

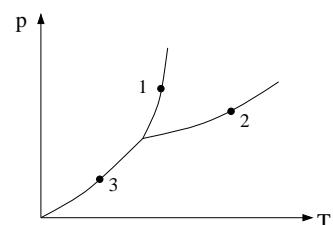
**1-14.** Kva for ein påstand er korrekt?

- A) 2. hovedsetning er ein direkte konsekvens av 1. hovedsetning.
- B) Det er for ein kretsprosess ikkje mogleg å overføre varme frå ein kald lekam til ein varmare lekam.
- C) Det er for ein kretsprosess ikkje mogleg å omdanne varme fullstendig til arbeid.
- D) Det er for ein kretsprosess ikkje mogleg å omdanne arbeid fullstendig til varme.
- E) 2. hovedsetning gjelder berre reversible kretsprosessar.

**1-15.** Figuren syner koeksistenskurver i et  $pT$ -diagram for eit reint stoff.

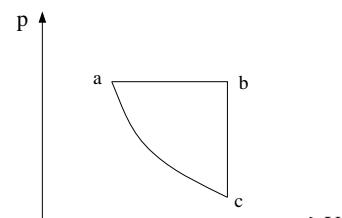
Kva for prosessar foregår i tilstandane 1, 2 og 3?

- A) 1 = fordamping, 2 = smelting, 3 = sublimasjon
- B) 1 = sublimasjon, 2 = fordamping, 3 = smelting
- C) 1 = smelting, 2 = sublimasjon, 3 = fordamping
- D) 1 = smelting, 2 = fordamping, 3 = sublimasjon
- E) 1 = sublimasjon, 2 = smelting, 3 = fordamping



**1-16.** Figuren syner ein kretsprosess for ein ideell gass, beståande av ein isobar, ein isokor og ein adiabat. Rangér temperaturane i a, b og c.

- A)  $T_b > T_a = T_c$ .
- B)  $T_c > T_b > T_a$ .
- C)  $T_b > T_a > T_c$ .
- D)  $T_c > T_a > T_b$ .
- E)  $T_c = T_a > T_b$ .



**1-17.** Kva skjer med molekylas midlere kinetiske energi når ein ideell gass komprimerast ved konstant temperatur nær romtemperatur?

- A) Den aukar.
- B) Den endrar seg ikkje.
- C) Den minkar.
- D) Svaret avhengig av om gassen er ein-, to- eller fleiratomig.
- E) Svaret er avhengig av kva for eit trykk gassen har.

**1-18.** Ein bilmotor løper gjennom ein syklisk prosess, og i løpet av éin syklus takast det opp 12 000 J varme og det gjevest frå 9 000 J varme. Kva er motorens virkningsgrad (effektivitet)  $\eta$ ?

- A) 133%      B) 75%      C) 66%      D) 33%      E) 25%

**1-19.** Ved romtemperatur har einatomig ideell gass molar varmekapasitet  $C_V = \frac{3}{2}R$  og toatomig ideell gass  $C_V = \frac{5}{2}R$ . Årsaken til forskjellen er:

- A) Toatomig gass har større molekylmasse enn einatomig.
- B) Toatomig gassmolekyl har vibrasjonsmodar som einatomig gassmolekyl ikkje har.
- C) Toatomig gassmolekyl har rotasjonsmodar som einatomig gassmolekyl ikkje har.
- D) Pga. arbeid ved utvidelse er alltid  $C_V$  for toatomig gass  $R$  større enn for einatomig gass.
- E) Toatomige gassmolekyl har pga. deira form flere translasjonsfrihetgrader.

**1-20.** Gitt to sylinderar med gass som er like unntatt at den eine inneholder oksygen O<sub>2</sub> og den andre helium He. Begge sylinderane inneholder opprinnelig same volumet gass ved 0 °C og 1 atm og er lukka med eit rørleg stempel ved den eine enden. Så blir begge gassane komprimerte adiabatisk til 1/3 av deira opprinnelige volum. Kva for ein gass vil få den største temperaturauken  $\Delta T$  og kva for ein vil få den største trykkauken  $\Delta p$ ?

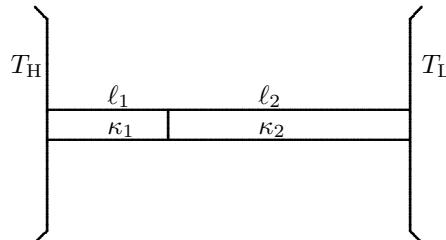
- A) O<sub>2</sub> største  $\Delta T$  og O<sub>2</sub> største  $\Delta p$ .
- B) He største  $\Delta T$  og He største  $\Delta p$ .
- C) He største  $\Delta T$  og lik  $\Delta p$  for gassane.
- D) O<sub>2</sub> største  $\Delta T$  og lik  $\Delta p$  for gassane.
- E) He største  $\Delta T$  og O<sub>2</sub> største  $\Delta p$ .

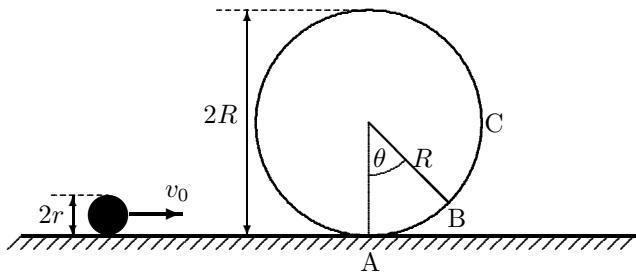
**1-21.** Kva er total netto varmeutstråling frå ein person når overflatearealet er 1,70 m<sup>2</sup>, emissiviteten 0,90, overflatetemperaturen 300 K og ho er i eit rom med temperatur 17 °C som strålar som svart lekam? Du kan anta heile kroppsarealet strålar likt.

- A) 85,9 W.      B) 89,1 W.      C) 93,5 W.      D) 97,3 W.      E) 92,2 W.

**1-22.** Figuren syner to varmereservoar med temperaturar  $T_H$  og  $T_L$  som er bunda saman med to metall-sylinder med det same tverrsnittet  $A$  men ulik lengd  $\ell_i$  og varmeleienssvevne  $\kappa_i$ . Varmeresistansen for kvart materiale er definert  $R_i = \frac{\ell_i}{A\kappa_i}$ . Kva er den ekvivalente varmeresistansen  $R$  mellom varmereservoara?

- A)  $R_1 + R_2$
- B)  $\frac{R_1 + R_2}{2}$
- C)  $\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$
- D)  $\frac{\ell_1 R_1 + \ell_2 R_2}{\ell_1 + \ell_2}$
- E)  $\frac{\kappa_1 R_1 + \kappa_2 R_2}{\kappa_1 + \kappa_2}$



**Oppgåve 2. Mekanikk (tel 25%)**

Ei massiv kule med radius  $r = 4,00 \text{ cm}$  og masse  $m = 150 \text{ g}$  rullar med fart  $v_0 = 3,00 \text{ m/s}$  på eit horisontalt underlag inn mot ein "loop" med radius  $R = 24,0 \text{ cm}$ . Farta er stor nok til at kula rullar gjennom heile loopen éin gong utan å miste kontakten med underlaget, for så å halde fram på horisontalt underlag. Vi granskar berre rørsla frå A til C i figuren.

Det er ikkje energitap pga. friksjon under rullinga ("tapsfri" rulling). Ei kule som rullar har translasjonsfart  $v$  og vinkelvart  $\omega$ . Dei tilsvarende akselerasjonane er  $a = \dot{v}$  og  $\alpha = \dot{\omega}$ .

**a.** Vis at kulas kinetiske energi kan uttrykkast  $E_k = \frac{7}{10}mv^2$  når kula har translasjonsfart  $v$ .

**b.** Benytt at kulas mekaniske energi i tyngdefeltet er konstant til å bestemme (numerisk) verdi for farta  $v_C$  i posisjon C i loopen (ved  $\theta = 90^\circ$ ).

OBS: Kulas storleik kan ikkje neglisjerast. Bruk gjerne uttrykket  $R' = R - r$ .

**c.** Under rørsla i loopen frå A til C vil den statiske friksjonen mellom kula og loopen vere viktig. Vis i ein figur kva for ei retning friksjonskrafta  $F_f$  vil verke på kula. Sett også opp likninga for samanhengen mellom  $F_f$  og kulas vinkelakselerasjon  $\alpha$ .

**d.** Vis at translasjonsakselerasjon for kula når den er i posisjon B (ved vinkel  $\theta$ ) kan uttrykkast  $a = -\frac{5}{7}g \sin \theta$ .

**e.** Finn (numerisk) verdi av naudsynt friksjonskraft  $F_f$  i posisjon C for at kula skal ha rein rulling her.

**f.** Friksjonskoeffisienten mellom kula og underlaget er  $\mu_s = 0,200$ . Sjekk om dette er tilstrekkeleg verdi til at rullevilkåret vil vere oppfylt (inga sluring) i posisjon C.

**Oppgåve 3. Kretsprosess (tel 25 %)**

Ein kretsprosess på  $n$  mol oksyengass (toatomig) er satt saman av tre prosessar:

1-2. Frå utgangstilstanden ( $p_1, V_1, T_1$ ) komprimerast gassen isotermt til volumet  $V_2$ . Trykket er då  $p_2$ .

2-3. Gassen eksanderer isobart til volumet  $V_3$ . Temperaturen er då blitt  $T_3$ .

3-1. Gassen eksanderer adiabatisk attende til starttilstanden ( $p_1, V_1, T_1$ ).

Du kan anta at oksyengass er ideell gass og at alle prosessane er reversible. Storleikane som er gitt er  $n, T_1, V_1, V_2$  og  $\gamma = C_p/C_V$  og hvis ikkje anna er gitt, skal alle svar gjevast med dei naudsynte av desse. Altså skal ikkje noko trykk  $p$  høyre med i svara, men gasskonstanten  $R$  og dei du ønsker av  $C_p$  og/eller  $C_V$  kan høyre med.

**a.** Teikn kretsprosessen inn i eit  $pV$ -diagram. Angi kor i kretsprosessen varme  $Q$  går inn og ut av systemet. Teikn også inn isothermar gjennom temperaturane vi har i kvar tilstand 1, 2 og 3.

**b.** For prosess 1-2, finn gassens endring i indre energi,  $\Delta U$ , og endring i entropi,  $\Delta S$ .

**c.** Finn uttrykk for volumet  $V_3$  og temperaturen  $T_3$ .

**d.** Finn uttrykk for netto varme tilført gassen per omlaup. Her kan  $T_3$  inngå i svaret.

**e.** Finn arbeidet  $W_{31}$  som gassen utfører i prosessen 3-1. Her også kan  $T_3$  inngå i svaret.

**f.** Skisser kretsprosessen i eit  $TS$ -diagram ( $T$  vertikal akse og  $S$  horisontal akse). Finn uttrykk for  $T(S)$  i den isobare prosessen 2-3. Du kan la m.a.  $T_1 (= T_2)$  og  $S_2 (= \text{entropien i tilstand } 2)$  inngå i uttrykket.

**FORMELLISTE.**

Kvar formlane er gyldige og dei ulike symbolas meining takast for å vere kjent. Symbolbruk som i forelesingane.

**Fysiske konstantar:**

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \quad u = \frac{1}{12} m(^{12}\text{C}) = \frac{10^{-3} \text{ kg/mol}}{N_A} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \quad R = N_A k_B = 8,31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$$

$$c = 2,9979 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \quad 0^\circ\text{C} = 273 \text{ K} \quad g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

**SI-einingar:**

**Fundamentale SI-einingar:** meter (m) sekund (s) kilogram (kg) ampere (A) kelvin (K) mol

**Nokre avlede SI-einingar:** newton (N) pascal (Pa) joule (J) watt (W) hertz (Hz)

**Varianter:** kWh = 3,6 MJ m/s = 3,6 km/h atm = 1,013 · 10<sup>5</sup> Pa 1 cal = 4,19 J

**Klassisk mekanikk:**

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}(\vec{r}, t) \quad \text{der } \vec{p}(\vec{r}, t) = m\vec{v} = m\dot{\vec{r}} \quad \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\text{Konstant } \vec{a}: \quad \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \quad \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 \quad v^2 - v_0^2 = 2\vec{a} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)$$

$$\text{Konstant } \vec{\omega}: \quad \omega = \omega_0 + \alpha t \quad \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \quad \omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

$$\text{Arbeid: } dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} \quad W_{12} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{s} \quad \text{Kinetisk energi: } E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

$$E_p(\vec{r}) = \text{potensiell energi (tyngde: } mgh, \text{ fjær: } \frac{1}{2}kx^2) \quad E = \frac{1}{2}mv^2 + E_p(\vec{r}) + \text{friksjonsarbeide} = \text{konstant}$$

$$\text{Konservativ kraft: } \vec{F} = -\vec{\nabla}E_p(\vec{r}) \quad \text{f.eks. } F_x = -\frac{\partial}{\partial x}E_p(x, y, z) \quad \text{Hooke s lov (fjær): } F_x = -kx$$

$$\text{Tørr friksjon: } |F_f| \leq \mu_s F_\perp \text{ eller } |F_f| = \mu_k F_\perp \quad \text{Våt friksjon: } \vec{F}_f = -k_f \vec{v} \text{ eller } \vec{F}_f = -bv^2 \hat{v}$$

$$\text{Kraftmoment (dreiemoment) om origo: } \vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}, \quad \text{Arbeid: } dW = \tau d\theta$$

$$\text{Vilkår for statisk likevekt: } \sum \vec{F}_i = \vec{0} \quad \sum \vec{\tau}_i = \vec{0}, \quad \text{uansett valg av referansepunkt for } \vec{\tau}_i$$

$$\text{Massemiddelpunkt (tyngdepunkt): } \vec{R} = \frac{1}{M} \sum m_i \vec{r}_i \rightarrow \frac{1}{M} \int \vec{r} dm \quad M = \sum m_i$$

$$\text{Kraftimpuls: } \int_{\Delta t} \vec{F}(t) dt = m \Delta \vec{v} \quad \text{Alle støt: } \sum \vec{p}_i = \text{konstant} \quad \text{Elastisk støt: } \sum E_i = \text{konstant}$$

$$\text{Vinkelhart: } \vec{\omega} = \omega \hat{\mathbf{z}} \quad |\vec{\omega}| = \omega = \dot{\phi} \quad \text{Vinkelakselerasjon: } \vec{\alpha} = d\vec{\omega}/dt \quad \alpha = d\omega/dt = \ddot{\phi}$$

$$\text{Sirkelbev.: } v = r\omega \quad \text{Sentripetalaks.: } \vec{a} = -v\omega \hat{\mathbf{r}} = -\frac{v^2}{r} \hat{\mathbf{r}} = -r\omega^2 \hat{\mathbf{r}} \quad \text{Baneaks.: } a_\theta = \frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = r \alpha$$

$$\text{Spinn (dreieimpuls) og spinnsatsen: } \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \quad \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}, \quad \text{stive lekamar: } \vec{L} = I \vec{\omega} \quad \vec{\tau} = I \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

$$\text{Spinn for rullande lekam: } \vec{L} = \vec{R}_{cm} \times M\vec{V} + I_0\vec{\omega}, \quad \text{Rotasjonsenergi: } E_{k,rot} = \frac{1}{2}I\omega^2, \\ \text{der tregleiksmoment } I \stackrel{\text{def}}{=} \sum m_i r_i^2 \rightarrow \int r^2 dm \quad \text{med } r = \text{avstanden fra } m_i \text{ (dm) til rotasjonsaksen.}$$

Med aksen gjennom massemiddelpunktet:  $I \rightarrow I_0$ , og då gjeld:

$$\text{kule: } I_0 = \frac{2}{5}MR^2 \quad \text{kuleskal: } I_0 = \frac{2}{3}MR^2 \quad \text{sylinder/skive: } I_0 = \frac{1}{2}MR^2 \quad \text{åpen cylinder/ring: } I_0 = MR^2 \\ \text{lang, tynn stav: } I_0 = \frac{1}{12}M\ell^2 \quad \text{Parallelakkseteoremet (Steiners sats): } I = I_0 + Mb^2$$

Udempa svinging:  $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$        $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$        $f_0 = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi}$       Masse/fjær:  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Tyngdependel:  $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin \theta = 0$ , der  $\sin \theta \approx \theta$       Fysisk:  $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$       Matematisk:  $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$

Dempa svinging:  $\ddot{x} + 2\gamma \dot{x} + \omega_0^2 x = 0$       Masse/fjær:  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$        $\gamma = b/(2m)$

$\gamma < \omega_0$  Underkritisk dempa:  $x(t) = A e^{-\gamma t} \cos(\omega_d t + \phi)$  med  $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$

$\gamma > \omega_0$  Overkritisk dempa:  $x(t) = A^+ e^{-\alpha^{(+)} t} + A^- e^{-\alpha^{(-)} t}$  med  $\alpha^{(\pm)} = \gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$

Tvunga svingingar:  $\ddot{x} + 2\gamma \dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \omega t$ , med (partikulær)løsing når  $t \gg \gamma^{-1}$ :

$$x(t) = x_0 \cos(\omega t - \delta), \quad \text{der } x_0(\omega) = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}} \quad \tan \delta = \frac{2\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

“Rakettlikninga”:  $m(t) \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_Y + \beta \vec{u}_{\text{ex}}$  der  $\beta = \frac{dm}{dt}$  og  $\vec{u}_{\text{ex}} = \text{utskutt masses fart relativ hovedmasse}$

### Termisk fysikk:

$n$  = antal mol       $N = nN_A$  = antal molekyler       $n_f$  = antal frihetsgrader

$\alpha = \ell^{-1} d\ell/dT$        $\beta = V^{-1} dV/dT$

$\Delta U = Q - W$        $C = \frac{1}{n} \frac{dQ}{dT}$        $C' = \frac{1}{m} \frac{dQ}{dT}$

$pV = nRT = Nk_B T$        $pV = N \frac{2}{3} \langle E_k \rangle$        $\langle E_k \rangle = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} k_B T$        $W = p\Delta V$        $W = \int_1^2 pdV$

Ideell gass:  $C_V = \frac{1}{2} n_f R$        $C_p = \frac{1}{2} (n_f + 2) R = C_V + R$        $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{n_f + 2}{n_f}$        $dU = C_V n dT$

Adiabat:  $Q = 0$       Ideell gass:  $pV^\gamma = \text{konst.}$        $TV^{\gamma-1} = \text{konst.}$        $T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{konst.}$

Virkningsgrader for varmekraftmaskiner:  $\eta = \frac{W}{Q_{\text{inn}}}$       Carnot:  $\eta_C = 1 - \frac{T_L}{T_H}$       Otto:  $\eta_O = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}$

Effektfaktorer: Kjøleskap:  $\eta_K = \left| \frac{Q_{\text{inn}}}{W} \right| \xrightarrow{\text{Carnot}} \frac{T_L}{T_H - T_L}$       Varmepumpe:  $\eta_V = \left| \frac{Q_{\text{ut}}}{W} \right| \xrightarrow{\text{Carnot}} \frac{T_H}{T_H - T_L}$

Clausius:  $\sum \frac{Q}{T} \leq 0$        $\oint \frac{dQ}{T} \leq 0$       Entropi:  $dS = \frac{dQ_{\text{rev}}}{T}$        $\Delta S_{12} = \int_1^2 \frac{dQ_{\text{rev}}}{T}$

1. og 2. hovedsetning:  $dU = dQ - dW = TdS - pdV$

Entropiendring  $1 \rightarrow 2$  i ein ideell gass:  $\Delta S_{12} = nC_V \ln \frac{T_2}{T_1} + nR \ln \frac{V_2}{V_1}$

Varmeleiing:  $\dot{Q} = \frac{\kappa A}{\ell} \Delta T = \frac{1}{R} \Delta T$        $j_x = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x}$        $\vec{j} = -\kappa \vec{\nabla} T$       Varmeovergang:  $j = \alpha \Delta T$

Stråling:  $j_s = e\sigma T^4 = a\sigma T^4 = (1 - r)\sigma T^4$        $j_s = \frac{c}{4} u(T)$

Planck:  $j_s(T) = \int_0^\infty \eta(j_s, T) dj_s$  der  $j_s$ 's frekvensspekter =  $\eta(j_s, T) = \frac{dj_s}{d\lambda} = 2\pi hc^2 \cdot \frac{\lambda^{-5}}{\exp\left(\frac{hc}{k_B T \lambda}\right) - 1}$

Wiens fors skyvningslov:  $\lambda_{\max} T = 2898 \mu\text{m K}$

Studieprogram: MT.....

Kandidat nr. \_\_\_\_\_

Dato: \_\_\_\_\_ Side<sup>\*)</sup>: \_\_\_\_\_

Antal ark: \_\_\_\_\_

**Svartabell for fleirvalsspørsmåla i oppgåve 1.**

*Denne sida fyllast ut, rivast av og leverast inn, \*) helst som side 1.  
Husk informasjonen øvst til høgre.*

| Oppgåve | Mitt svar |
|---------|-----------|
| 1-1     |           |
| 1-2     |           |
| 1-3     |           |
| 1-4     |           |
| 1-5     |           |
| 1-6     |           |
| 1-7     |           |
| 1-8     |           |
| 1-9     |           |
| 1-10    |           |
| 1-11    |           |
| 1-12    |           |
| 1-13    |           |
| 1-14    |           |
| 1-15    |           |
| 1-16    |           |
| 1-17    |           |
| 1-18    |           |
| 1-19    |           |
| 1-20    |           |
| 1-21    |           |
| 1-22    |           |