Institutt for fysikk

Eksamensoppgave i
TFY4115 FYSIKK
for MTNANO, MTTK og MTELSYS

Faglig kontakt under eksamen: Institutt for fysikk v/Arne Mikkelsen
Tlf.: 486 05 392

Eksamensdato: Lørdag 19. desember 2015
Eksamenstid: 09:00 - 13:00
Tillatte hjelpemidler (kode C):
Bestemt enkel godkjent kalkulator.
Rottmann: Matematisk formelsamling (norsk eller tysk utgave).
Vedlagt formelark.

Annen informasjon:
1. Prosenttallene i parentes etter hver oppgave angir hvor mye den vektlegges ved bedømmelsen.
2. Noen generelle faglige merknader:
   - Symboler er angitt i kursiv (f.eks. m for masse), enheter angis uten kursiv (f.eks. m for meter).
   - $\hat{\mathbf{x}}$, $\hat{\mathbf{y}}$ og $\hat{\mathbf{z}}$ er enhetsvektorer i henholdsvis x-, y- og z-retning.
   - Ved tallsvar kreves både tall og enhet.
3. I flervalgsspørsmålene er kun ett av svarene rett. Du skal altså svare A, B, C, D eller E (stor bokstav) eller du kan svare blankt. **Rett svar gir 5 poeng, galt svar eller flere svar gir 0 poeng, blank (ubesvart) gir 1 poeng.**
4. Svar på flervalgsspørsmålene fører du på **siste ark** i dette oppgavesettet. Arket skal innleveres.
5. Oppgavene er utarbeidet av Arne Mikkelsen og vurdert av Magnus B. Lilledahl.

Målform/språk: Bokmål.

Antall sider (uten denne forsida): 7.

Antall sider vedlegg: 3.

Kontrollert av:

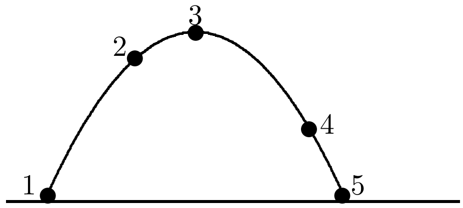
Dato Sign

Informasjon om trykking av eksamensoppgave:	
Originalen er:	2-sidig; sort/hvitt

(blank side)

Oppgave 1. Flervalgsspørsmål (teller 50 %, hver oppgave teller like mye)

1-1. Figuren viser en parabolsk bane fra 1 til 5 for en ball som kastes i jordas tyngdefelt, men i fravær av luftfriksjon. Hva er retningen til ballens akselerasjon i punkt 2?

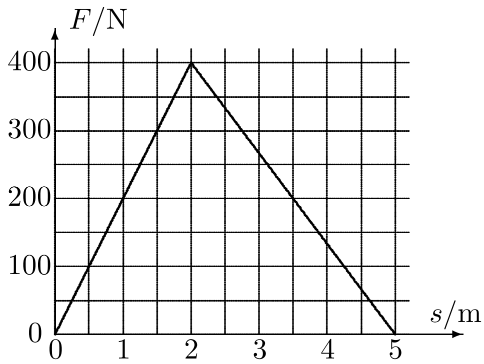


A) Oppover og til høyre.
B) Nedover og til venstre.
C) Rett opp.
D) Rett ned.
E) Akselerasjonen er null.

1-2. Ei kule med masse 12 g skytes horisontalt inn i en fastmontert treblokk, og inntrengningsdybden blir 5,2 cm. Hastigheten til kula like før kollisjonen er 640 m/s. Den gjennomsnittlige nedbremsingskrafta fra treblokken på kula var:

A) $4,7 \cdot 10^6$ N
B) $4,7 \cdot 10^4$ N
C) 148 N
D) 74 N
E) Ikke mulig å bestemme, siden massen til treblokken er ukjent

1-3. Ei dame bruker ei varierende kraft F (i newton) som vist i figuren for å flytte en last en viss strekning s (i meter). Krafta F virker i samme retning som forflytningen s. Hva er totalt arbeid hun utfører?



A) 400 J
B) 200 J
C) 2000 J
D) 1000 J
E) 500 J

1-4. En hul kloss A på 0,20 kg og en massiv kloss B på 2,0 kg kan skli friksjonsfritt på en horisontal overflate. Klossene er i ro ved $t = 0$, så virker to like horisontale krefter på hver kloss i nøyaktig $t = 1,00$ s og setter klossene i bevegelse. Når krafta på hver kloss fjernes etter 1,00 s, hvilken av de følgende påstander er riktig (der p er bevegelsesmengde og E kinetisk energi)?

A) $p_A = p_B$ og $E_A = E_B$
B) $p_A < p_B$ og $E_A = E_B$
C) $p_A = p_B$ og $E_A < E_B$
D) $p_A < p_B$ og $E_A < E_B$
E) $p_A = p_B$ og $E_A > E_B$.

1-5. En kloss med masse $2m$ kolliderer fullstendig uelastisk med en kloss med masse $3m$. Før kollisjonen har klossen med masse $2m$ hastighet v_0 mot den andre klossen, mens klossen med masse $3m$ ligger i ro. Etter kollisjonen har klossene felles hastighet v. Hvor mye mekanisk energi har gått tapt i kollisjonen?

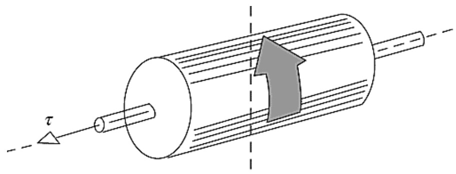
A) $\frac{1}{3}mv_0^2$
B) $\frac{2}{5}mv_0^2$
C) $\frac{3}{5}mv_0^2$
D) $\frac{1}{2}mv_0^2$
E) mv_0^2

1-6. Et sykkelhjul, ei massiv kule og ei hul kule (kuleskall) har alle samme masse og radius. Anta det vesentlige av hjulets masse er samla i felgen/dekket. Hver av dem roterer om en akse gjennom deres sentrum. Hvilken har det største og hvilken har det minste treghetsmomentet?

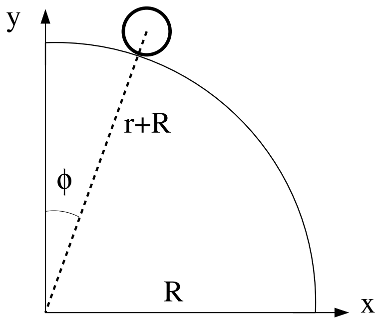
A) Hjulet har den største, den massive kula har den minste
B) Hjulet har den største, den hule kula har den minste
C) Den hule kula har den største; den massive kula har den minste
D) Den hule kula har den største; hjulet har den minste
E) Den massive kula har den største, den hule kula har den minste.

1-7. En massiv sylinder roterer om sylinderaksen, som er horisontal. Rotasjonsretningen er vist i figuren. Under rotasjonen virker et netto kraftmoment $\vec{\tau}$ langs rotasjonsaksen, som vist. Sylinderen vil da

A) øke rotasjonshastigheten
B) redusere rotasjonshastigheten
C) presesere om en horisontal akse
D) presesere om en vertikal akse
E) ingen av A-D vil skje



De to neste oppgavene er knyttet til følgende figur og tabell.



i	t_i/ms	x_i/mm	y_i/mm
1	0	130	792
2	33	140	791
3	67	151	789
4	100	163	786
5	133	176	783
6	167	190	780
7	200	206	776
8	233	222	771
9	267	241	766
10	300	261	759

Tabellen viser posisjon (x, y), målt i enheten millimeter (mm), og tid t, målt i enheten millisekunder (ms), for massesenteret til et legeme med radius r som ruller på utsiden av en kvartsirkel med radius R. Legemet har treghetsmoment $I_0 = c \cdot Mr^2$, der c er et tall mellom 0 og 1.

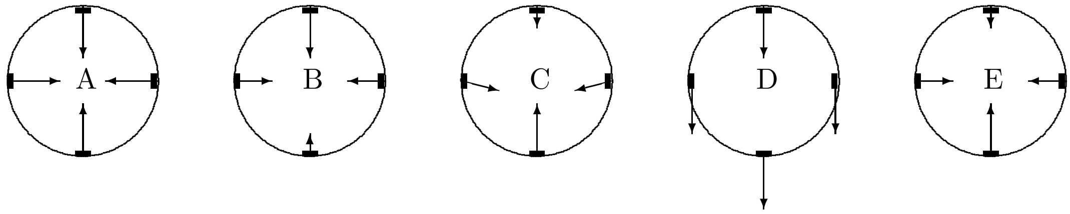
1-8. Legemets hastighet ved $t = t_2 = 0,033$ s er omtrent

A) 0,03 m/s B) 0,1 m/s C) 0,3 m/s D) 1 m/s E) 3 m/s

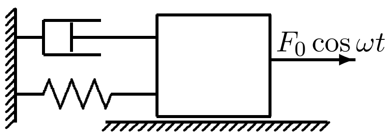
1-9. Anta at legemet har hastighet $v(\phi)$ i en posisjon som tilsvarer en viss vinkel ϕ (se figuren). Kriteriet for at legemet fortsatt har kontakt med underlaget er

A) $\cos\phi \leq v(\phi)^2/g(r+R)$
B) $\cos\phi \geq v(\phi)^2/g(r+R)$
C) $\cos\phi \leq v(\phi)g(r+R)$
D) $\cos\phi \geq v(\phi)g(r+R)$
E) $\cos\phi \geq v(\phi)gR$

1-10. Ei vogn har stor nok hastighet til å trille rundt og fullføre en vertikaltstilt sirkelformet "loop" i tyngdefeltet. Hvilken figur viser riktige akselerasjonsvektorer på de fire stedene på loopen (nederst, øverst, venstre og høyre)? Se bort fra friksjon.

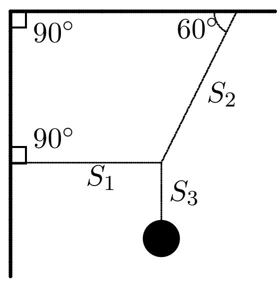


1-11. En oscillator som består av en fjær og et dempeledd (dempet oscillator) påtvinges en svingning med frekvens ω. Etter innsvingingen er dempet ut, vil den tvungne svingningen ha en frekvens lik



A) den påtrykte frekvensen ω
B) frekvensen ω_d til den dempede, fri oscillatoren
C) frekvensen ω_0 til den udempede, fri oscillatoren
D) alle over, fordi disse frekvensene er like
E) ingen av A-D er rett svar.

1-12. Ei tung kule er hengt opp med tre stramme tau som vist. Snorkrafta i hvert tau er angitt med S_i. Hvilken av de følgende påstander er rett?



A) $S_1 > S_2 > S_3$
B) $S_2 > S_1 > S_3$
C) $S_2 > S_3 > S_1$
D) $S_3 > S_1 > S_2$
E) $S_1 > S_3$ og $S_2 > S_3$

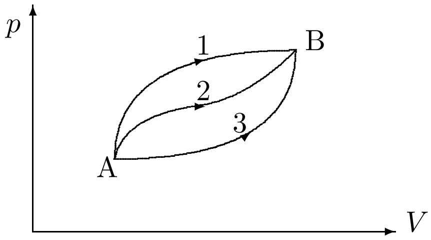
1-13. Termodynamikkens første lov lyder $\mathrm{d}U = \text{đ}Q - \text{đ}W$. Vi betrakter reversible prosesser i ideell gass. For en isoterm prosess er alltid

A) $\mathrm{d}U = 0$
B) $\text{đ}Q = 0$
C) $\text{đ}W = 0$
D) $\text{đ}Q + \text{đ}W = 0$
E) Ingen av disse er rett svar.

1-14. En ideell gass befinner seg i en tilstand 1 med volum V_1. Når volumet minskes fra V_1 til V_2 i en **isoterm** prosess, gjøres et arbeid W_T på gassen. Hvis vi for den samme gassen i tilstand 1 minsker volumet fra V_1 til V_2 i en **adiabatisk** prosess, gjøres et arbeid W_ad på gassen. Alle W angitt i oppgaven regnes positive. Hvilken påstand er rett?

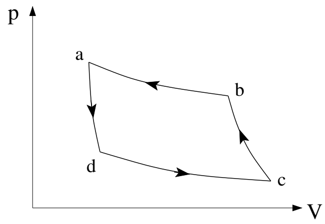
A) $W_\mathrm{ad} = W_T$
B) $W_\mathrm{ad} < W_T$
C) $W_\mathrm{ad} > W_T$
D) A, B eller C er rett avhengig av forholdet V_2/V_1
E) A, B eller C er rett avhengig av gassens starttemperatur.

1-15. Et termodynamisk system kan bli ført fra tilstand A til tilstand B langs de tre mulige prosesser vist i pV-diagrammet. Hvis tilstand B har høyere indre energi U enn tilstand A, hvilken av prosessvegene i figuren har den største absoluttverdi $|Q|$ for varmen som utveksles under prosessen?



A) lik for alle prosesser
B) prosess 1
C) prosess 2
D) prosess 3
E) det er ikke nok informasjon til å gi svar.

1-16. Figuren viser en reversibel kretsprosess der arbeidssubstansen er en gass. Hva kan du si om netto varme som tilføres arbeidssubstansen (fra omgivelsene) per syklus i denne kretsprosessen?



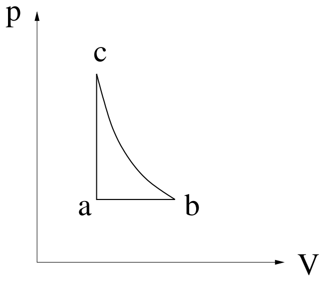
A) Den er lik null.
B) Den er negativ.
C) Den er positiv.
D) Svaret avhengig av hva slags type prosesser kretsen er sammensatt av.
E) Svaret avhengig av arbeidssubstansen (ideell gass eller annet).

1-17. Du har en mengde ideell gass i en beholder med faste vegger som umuliggjør ekspansjon eller kontraksjon av gassen. Hvis du dobler rms-hastigheten ($v_{\mathrm{rms}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$) vil gasstrykket
A) forbli uendra
B) øke med en faktor $\sqrt{2}$
C) øke med en faktor 2
D) øke med en faktor 4
E) øke med en faktor 16

1-18. Et ideelt "Carnotkjøleskap" holder konstant temperatur 4°C ("lavtemperaturreservoaret") i et rom der temperaturen er 19°C ("høytemperaturreservoaret"). Hva er verdi for kjøleskapets effektfaktor?

A) 0,051 B) 1,00 C) 18,5 D) 19,5 E) 31

1-19. Figuren viser en reversibel kretsprosess for en ideell gass, bestående av en isobar, en isokor og en isentropisk (adiabatisk) prosess. Ranger entropiene S_{a}, S_{b} og S_{c} til den ideelle gassen i de tre hjørnene merket hhv. a, b og c. (Oppgitt: For isokor prosess er $\mathrm{d}S = C_V\,\mathrm{d}T/T$.)

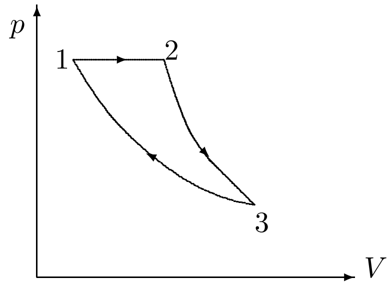


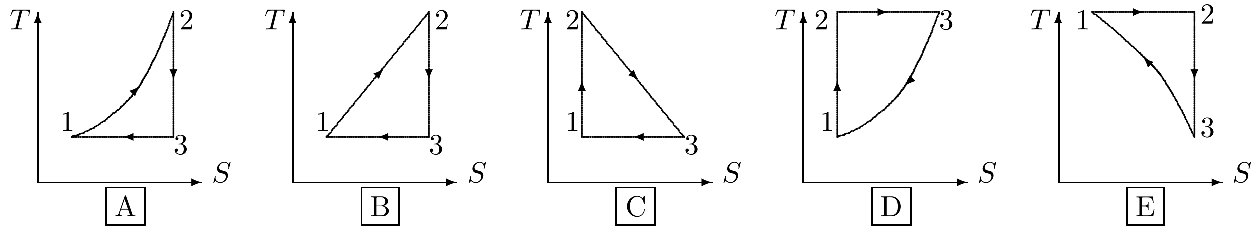
A) $S_{\mathrm{a}} < S_{\mathrm{c}} < S_{\mathrm{b}}$ B) $S_{\mathrm{a}} < S_{\mathrm{b}} = S_{\mathrm{c}}$ C) $S_{\mathrm{a}} = S_{\mathrm{b}} = S_{\mathrm{c}}$ D) $S_{\mathrm{a}} < S_{\mathrm{b}} < S_{\mathrm{c}}$ E) $S_{\mathrm{a}} > S_{\mathrm{b}} = S_{\mathrm{c}}$

1-20. En svært varm jernbit kastes i havet og får etterhvert havets temperatur. Hvilken av de følgende påstander angående denne prosessen er rett?
A) Entropien avgitt av jernbiten er lik entropien mottatt av havet.
B) Energien avgitt av jernbiten er større enn energien mottatt av havet.
C) Netto entropiendring til systemet (jern pluss hav) er null.
D) Havet øker sin entropi mer enn jernet taper entropi.
E) Jernet taper mer entropi enn havet mottar.

1-21. En reversibel prosess 123 på en ideell gass er vist i et pV-diagram i figuren til høyre. Prosessen består av en isobar, en adiabat og en isoterm.

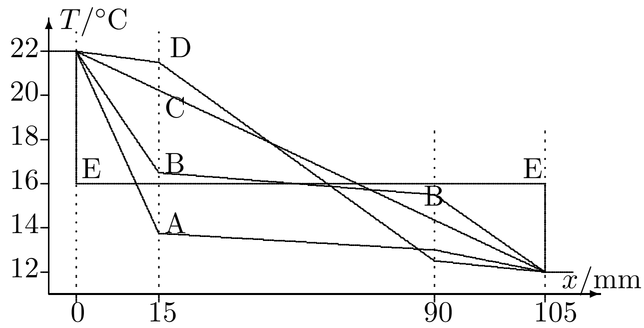
Hvordan ser denne prosessen ut i et TS-diagram?





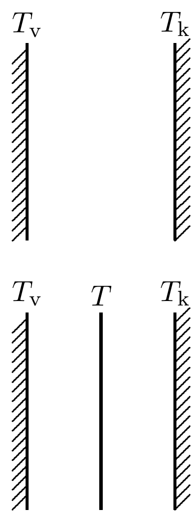
1-22. En vegg mellom ei stue og et soverom har 15 mm tykke gipsplater på begge sider av et 75 mm tykt lag med glassvatt ("glava"). Stuetemperaturen er 22°C og soveromstemperaturen er 12°C.
Varmeledningsevne: $\kappa_{\text{gips}} = 0,25\,\mathrm{W/(m\,K)}$ og $\kappa_{\text{glava}} = 0,035\,\mathrm{W/(m\,K)}$.

Hvilken kurve (A,B,C,D,E) viser korrekt temperaturprofil gjennom veggen ved stasjonære (dvs. tidsuavhengige) forhold?



Den beskrevne oppstillingen gjelder de to neste spørsmålene.
To vegger med svært stort areal i forhold til avstanden mellom dem har temperaturene T_v og T_k med $T_\text{v} > T_\text{k}$. Mellom veggene er det vakuum og vi antar at veggene stråler som sorte legemer. Netto utstrålt varmestrømtetthet, j_0, ut fra den varme veggen (T_v) til den kalde veggen er

$$j_0 = \sigma\left(T_\text{v}^4 - T_\text{k}^4\right) .$$



Vi plasserer så inn ei tynn plate mellom de to veggene. Temperaturene T_v og T_k er uendra. Anta at plata stråler som et sort legeme og er i termisk likevekt med strålingen fra de to veggene. Det er ingen anna varmetransport enn stråling.

1-23. Temperaturen T til den innsatte plata er gitt ved

A) $T^2 = \frac{1}{2}\left(T_\text{v}^4 + T_\text{k}^4\right)$

B) $T^4 = \frac{1}{4}\left(T_\text{v}^4 + T_\text{k}^4\right)$

C) $T^4 = \frac{1}{2}\left(T_\text{v}^4 - T_\text{k}^4\right)$

D) $T^4 = \frac{1}{2}\left(T_\text{v}^4 + T_\text{k}^4\right)$

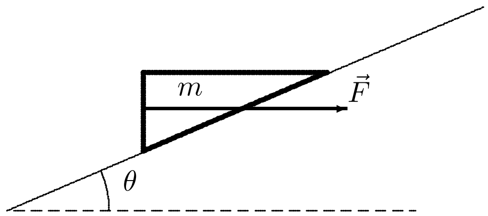
E) $T^4 = \frac{1}{2}\left(T_\text{v} + T_\text{k}\right)\left(T_\text{v}^3 - T_\text{k}^3\right)$.

1-24. Etter plata er satt inn er netto varmestrømtetthet, j, ut fra den varme veggen (T_v)

A) $j = j_0$ B) $j = \frac{1}{4}j_0$ C) $j = \frac{1}{3}j_0$ D) $j = \frac{2}{3}j_0$ E) $j = \frac{1}{2}j_0$

Oppgave 2. Skråplan (teller 11%)

a. Friksjon. En kile med masse $m = 30{,}0$ kg er plassert på et skråplan som danner vinkelen $\theta = 20,0\,^\circ$ med horisontalen, se figur. Ei kraft, $\vec{F}$, virker på kilen i horisontal retning. Kraftas størrelse er $|\vec{F}| = 300\,\mathrm{N}$. Kinetisk friksjonskoeffisient mellom kilen og underlaget er $\mu = 0,200$. Kilen beveger seg oppover skråplanet.



a. Tegn frilegemediagram for kilen (alle krefter med angrepspunkt).

b. Bestem normalkrafta F_N mot underlaget.

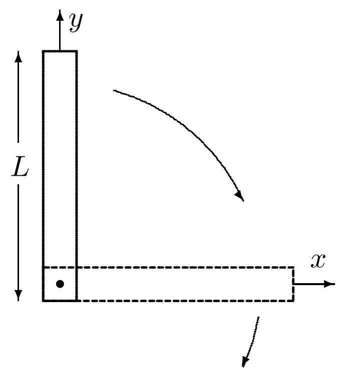
c. Sett opp Newtons 2. lov og bestem kilens akselerasjon langs skråplanet.

Oppgave 3. Fallende stang (teller 16%)

Svarene i denne oppgaven uttrykkes med de aktuelle symbol.

Ei uniform (jamntykk) og tynn stang har lengden L og massen M. Den er dreibar om en horisontal, friksjonslaus akse (z-aksen) som går gjennom den ene enden. Stanga frigjøres fra ro (gis et neglisjerbart puff) i sin vertikale posisjon, og den vil da falle ned med en rotasjonsbevegelse. Prinsippet er vist i figuren, men her er ikke akslingen helt på enden av stanga og stanga er ikke tynn.

Stangas treghetsmoment om aksen er $I = \dfrac{1}{3}ML^2$.



Spørsmålene gjelder når stanga er i *horisontal* posisjon (stiplet i figuren):

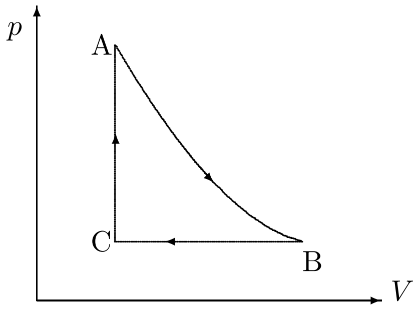
a. Bruk energibevaring til å finne stangas vinkelfart ω.

b. Vis at størrelsen på stangas vinkelakselerasjon er gitt ved $\alpha = \dfrac{3}{2}\dfrac{g}{L}$.

c. Bestem x og y-komponentene av akselerasjonen til stangas massesenter.
TIPS: Akselerasjon ved rotasjon kan dekomponeres i baneakselerasjon (tangentialakselerasjon) pluss sentripetalakselerasjon.

d. Bestem y-komponenten av krafta som virker på stanga fra omdreiningsaksen.

<u>Oppgave 4.</u> Kretsprosess (teller 23 %)



Figuren viser en kretsprosess ABCA med arbeidssubstans n mol av en enatomig ideell gass. AB=adiabat, BC=isobar, CA=isokor.

Oppgitte data:
Temperaturen T_A og volumet V_A i A kan tas for gitt.
$V_\mathrm{B} = 3V_\mathrm{A}$.
Adiabatkonstanten for enatomig ideell gass:
$\gamma = C_P/C_V = 5/3$.

<u>a</u>. Finn temperaturene T_B i B og T_C i C og vis at de kan uttrykkes

$$T_\mathrm{B} = T_\mathrm{A} \cdot 3 \cdot 3^{-\gamma} \qquad \text{og} \qquad T_\mathrm{C} = T_\mathrm{A} \cdot 3^{-\gamma}.$$

<u>b</u>. Finn varmemengdene Q_AB, Q_BC og Q_CA uttrykt ved varmekapasiteter, n, γ og T_A.

<u>c</u>. Finn virkningsgraden η for prosessen (tallsvar).

<u>d</u>. Hva er den maksimale virkningsgraden η_max for en varmekraftmaskin som arbeider mellom to reservoar med temperaturer lik henholdsvis den største og den minste temperatur som opptrer i den gitte kretsprosessen?

<u>e</u>. Beregn alle entropiendringene ΔS_AB, ΔS_BC og ΔS_CA.

(blank side)

GOD JUL!

FORMELLISTE.
Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas å være kjent. Symbolbruk som i forelesningene.

Fysiske konstanter:

$N_\mathrm{A} = 6,02 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol}^{-1}$ $\quad \mathrm{u} = \frac{1}{12}\,m({}^{12}\mathrm{C}) = \frac{10^{-3}\,\mathrm{kg/mol}}{N_\mathrm{A}} = 1,66 \cdot 10^{-27}\mathrm{kg}$

$k_\mathrm{B} = 1,38 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{J/K}$ $\quad R = N_\mathrm{A} k_\mathrm{B} = 8,31\,\mathrm{J\,mol^{-1}K^{-1}}$ $\quad \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{Wm^{-2}K^{-4}}$

$c = 2,9979 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}$ $\quad h = 6,63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js}$ $\quad 0°\mathrm{C} = 273\,\mathrm{K}$ $\quad g = 9,81\,\mathrm{m/s^2}$

SI-enheter:

Fundamentale SI-enheter: meter (m) sekund (s) kilogram (kg) ampere (A) kelvin (K) mol

Noen avledete SI-enheter : newton (N) pascal (Pa) joule (J) watt (W) hertz (Hz)

Varianter: kWh = 3,6 MJ m/s = 3,6 km/h atm = $1{,}013 \cdot 10^5$ Pa 1 cal = 4,19 J

Klassisk mekanikk:

$\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = \vec{F}(\vec{r},t)$ der $\vec{p}(\vec{r},t) = m\vec{v} = m\dot{\vec{r}}$ $\quad \vec{F} = m\vec{a}$

Konstant $\vec{a}$: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$ $\quad \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$ $\quad v^2 - v_0^2 = 2\vec{a}\cdot(\vec{r}-\vec{r}_0)$

Konstant $\vec{\alpha}$: $\omega = \omega_0 + \alpha t$ $\quad \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ $\quad \omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\,(\theta - \theta_0)$

Arbeid: $\mathrm{d}W = \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{s}$ $\quad W_{12} = \int_1^2 \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{s}$ $\quad$ Kinetisk energi: $E_\mathrm{k} = \frac{1}{2}mv^2$

$E_\mathrm{p}(\vec{r})$ = potensiell energi (tyngde: mgh, fjær: $\frac{1}{2}kx^2$) $\quad E = \frac{1}{2}mv^2 + E_\mathrm{p}(\vec{r})$ + friksjonsarbeide = konstant

Konservativ kraft: $\vec{F} = -\vec{\nabla}E_\mathrm{p}(\vec{r})$ $\quad$ f.eks. $F_x = -\frac{\partial}{\partial x}E_\mathrm{p}(x,y,z)$ $\quad$ Hookes lov (fjær): $F_x = -kx$

Tørr friksjon: $|F_\mathrm{f}| \le \mu_\mathrm{s} F_\perp$ eller $|F_\mathrm{f}| = \mu_\mathrm{k} F_\perp$ $\quad$ Våt friksjon: $\vec{F}_\mathrm{f} = -k_\mathrm{f}\vec{v}$ eller $\vec{F}_\mathrm{f} = -bv^2\hat{v}$

Kraftmoment (dreiemoment) om origo: $\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F}$, $\quad$ Arbeid: $\mathrm{d}W = \tau\mathrm{d}\theta$

Betingelser for statisk likevekt: $\Sigma\vec{F}_i = \vec{0}$ $\quad \Sigma\vec{\tau}_i = \vec{0}$, uansett valg av referansepunkt for $\vec{\tau}_i$

Massemiddelpunkt (tyngdepunkt): $\vec{R} = \frac{1}{M}\sum m_i\vec{r}_i \to \frac{1}{M}\int \vec{r}\,\mathrm{d}m$ $\quad M = \sum m_i$

Kraftimpuls: $\int_{\Delta t}\vec{F}(t)\mathrm{d}t = m\Delta\vec{v}$ $\quad$ Alle støt: $\sum\vec{p}_i$ = konstant $\quad$ Elastisk støt: $\sum E_i$ = konstant

Vinkelhastighet: $\vec{\omega} = \omega\,\hat{\mathbf{z}}$ $\quad |\,\vec{\omega}\,| = \omega = \dot{\phi}$ $\quad$ Vinkelakselerasjon: $\vec{\alpha} = \mathrm{d}\vec{\omega}/\mathrm{d}t$ $\quad \alpha = \mathrm{d}\omega/\mathrm{d}t = \ddot{\phi}$

Sirkelbev.: $v = r\omega$ $\quad$ Sentripetalaks.: $\vec{a} = -v\omega\,\hat{\mathbf{r}} = -\frac{v^2}{r}\,\hat{\mathbf{r}} = -r\omega^2\,\hat{\mathbf{r}}$ $\quad$ Baneaks.: $a_\theta = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = r\,\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = r\,\alpha$

Spinn (dreieimpuls) og spinnsatsen: $\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p}$ $\quad \vec{\tau} = \frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}$, $\quad$ stive legemer: $\vec{L} = I\,\vec{\omega}$ $\quad \vec{\tau} = I\,\frac{\mathrm{d}\vec{\omega}}{\mathrm{d}t}$

Spinn for rullende legeme: $\vec{L} = \vec{R}_\mathrm{cm}\times M\vec{V} + I_0\vec{\omega}$, $\quad$ Rotasjonsenergi: $E_\mathrm{k,rot} = \frac{1}{2}\,I\,\omega^2$,
der treghetsmoment $I \stackrel{\mathrm{def}}{=} \sum m_i r_i^2 \to \int r^2\mathrm{d}m$ $\quad$ med r = avstanden fra m_i ($\mathrm{d}m$) til rotasjonsaksen.

Med aksen gjennom massemiddelpunktet: $I \to I_0$, og da gjelder:
kule: $I_0 = \frac{2}{5}\,MR^2$ $\quad$ kuleskall: $I_0 = \frac{2}{3}\,MR^2$ $\quad$ sylinder/skive: $I_0 = \frac{1}{2}MR^2$ $\quad$ åpen sylinder/ring: $I_0 = MR^2$
lang, tynn stav: $I_0 = \frac{1}{12}\,M\ell^2$ $\quad$ Parallellakseteoremet (Steiners sats): $I = I_0 + Mb^2$

Udempet svingning: $\ddot{x}+\omega_0^2 x = 0$ $\quad T=\dfrac{2\pi}{\omega_0}$ $\quad f_0=\dfrac{1}{T}=\dfrac{\omega_0}{2\pi}$ $\quad$ Masse/fjær: $\omega_0=\sqrt{\dfrac{k}{m}}$

Tyngdependel: $\ddot{\theta}+\omega_0^2\sin\theta=0,\quad \text{der}\sin\theta\approx\theta$ $\quad$ Fysisk: $\omega_0=\sqrt{\dfrac{mgd}{I}}$ Matematisk: $\omega_0=\sqrt{\dfrac{g}{\ell}}$

Dempet svingning: $\ddot{x}+2\gamma\dot{x}+\omega_0^2 x=0$ $\quad$ Masse/fjær: $\omega_0=\sqrt{k/m}$ $\quad \gamma=b/(2m)$

$\gamma<\omega_0$ Underkritisk dempet: $x(t)=A\,\mathrm{e}^{-\gamma t}\cos(\omega_\mathrm{d}t+\phi)$ med $\omega_\mathrm{d}=\sqrt{\omega_0^2-\gamma^2}$

$\gamma>\omega_0$ Overkritisk dempet: $x(t)=A^+\mathrm{e}^{-\alpha^{(+)}t}+A^-\mathrm{e}^{-\alpha^{(-)}t}$ med $\alpha^{(\pm)}=\gamma\pm\sqrt{\gamma^2-\omega_0^2}$

Tvungne svingninger: $\ddot{x}+2\gamma\dot{x}+\omega_0^2x=f_0\cos\omega t$, med (partikulær)løsning når $t\gg\gamma^{-1}$:

$$x(t)=x_0\cos(\omega t-\delta),\quad \text{der}\quad x_0(\omega)=\frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\gamma^2\omega^2}}\qquad \tan\delta=\frac{2\gamma\omega}{\omega_0^2-\omega^2}$$

"Rakettlikningen": $m(t)\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}=\vec{F}_\mathrm{Y}+\beta\vec{u}_\mathrm{ex}$ der $\beta=\dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}$ og $\vec{u}_\mathrm{ex}$ = utskutt masses hastighet relativ hovedmasse

Termisk fysikk:

n= antall mol $\quad N=nN_\mathrm{A}$ = antall molekyler $\quad n_\mathrm{f}$ = antall frihetsgrader

$\alpha=\ell^{-1}\mathrm{d}\ell/\mathrm{d}T \qquad \beta=V^{-1}\mathrm{d}V/\mathrm{d}T$

$\Delta U=Q-W \qquad C=\frac{1}{n}\frac{đQ}{\mathrm{d}T} \qquad C'=\frac{1}{m}\frac{đQ}{\mathrm{d}T}$

$pV=nRT=Nk_\mathrm{B}T \qquad pV=N\,\frac{2}{3}\,\langle E_\mathrm{k}\rangle \qquad \langle E_\mathrm{k}\rangle=\frac{1}{2}m\left\langle v^2\right\rangle=\frac{3}{2}k_\mathrm{B}T \qquad W=p\Delta V \qquad W=\int_1^2 p\mathrm{d}V$

Ideell gass: $C_V=\frac{1}{2}n_\mathrm{f}R \qquad C_p=\frac{1}{2}(n_\mathrm{f}+2)R=C_V+R \qquad \gamma=\dfrac{C_p}{C_V}=\dfrac{n_\mathrm{f}+2}{n_\mathrm{f}} \qquad \mathrm{d}U=C_V\,n\,\mathrm{d}T$

Adiabat: $Q=0$ $\quad$ Ideell gass: $pV^\gamma=\text{konst.}\qquad TV^{\gamma-1}=\text{konst.}\qquad T^\gamma p^{1-\gamma}=\text{konst.}$

Virkningsgrader for varmekraftmaskiner: $\eta=\dfrac{W}{Q_\mathrm{inn}}$ $\quad$ Carnot: $\eta_\mathrm{C}=1-\dfrac{T_\mathrm{L}}{T_\mathrm{H}}$ $\quad$ Otto: $\eta_\mathrm{O}=1-\dfrac{1}{r^{\gamma-1}}$

Effektfaktorer: Kjøleskap: $\eta_\mathrm{K}=\left|\dfrac{Q_\mathrm{inn}}{W}\right|\xrightarrow{\text{Carnot}}\dfrac{T_\mathrm{L}}{T_\mathrm{H}-T_\mathrm{L}}$ $\quad$ Varmepumpe: $\eta_\mathrm{V}=\left|\dfrac{Q_\mathrm{ut}}{W}\right|\xrightarrow{\text{Carnot}}\dfrac{T_\mathrm{H}}{T_\mathrm{H}-T_\mathrm{L}}$

Clausius: $\sum\dfrac{Q}{T}\le 0 \qquad \oint\dfrac{đQ}{T}\le 0$ $\quad$ Entropi: $\mathrm{d}S=\dfrac{đQ_\mathrm{rev}}{T}\qquad \Delta S_{12}=\displaystyle\int_1^2\frac{đQ_\mathrm{rev}}{T}$

1. og 2. hovedsetning: $\mathrm{d}U=đQ-đW=T\mathrm{d}S-p\mathrm{d}V$

Entropiendring 1 → 2 i en ideell gass: $\Delta S_{12}=nC_V\ln\dfrac{T_2}{T_1}+nR\ln\dfrac{V_2}{V_1}$

Varmeledning: $\dot{Q}=\dfrac{\kappa\,A}{\ell}\Delta T=\dfrac{1}{R}\Delta T \qquad j_x=-\kappa\dfrac{\partial T}{\partial x}\qquad \vec{j}=-\kappa\vec{\nabla}T$ $\quad$ Varmeovergang: $j=\alpha\Delta T$

Stråling: $j_s=e\sigma T^4=a\sigma T^4=(1-r)\sigma T^4 \qquad j_s=\dfrac{c}{4}u(T)$

Planck: $j_\mathrm{s}(T)=\displaystyle\int_0^\infty\eta(j_s,T)\mathrm{d}j_\mathrm{s}$ $\quad$ der j_s's frekvensspekter $=\eta(j_\mathrm{s},T)=\dfrac{\mathrm{d}j_\mathrm{s}}{\mathrm{d}\lambda}=2\pi hc^2\cdot\dfrac{\lambda^{-5}}{\exp\left(\frac{hc}{k_\mathrm{B}T\lambda}\right)-1}$

Wiens forskyvningslov: $\lambda_\mathrm{max}\,T=2898\,\mu\mathrm{m\ K}$

Studieprogram: MT.........

Kandidat nr. ____________

Dato: ________ Side*): ____

Antall ark: ____________

Svartabell for flervalgsspørsmål i oppgave 1.

*Denne siden skal fylles ut, rives av og leveres inn, *)* **fortrinnsvis som side 1.**
Husk informasjonen øverst til høyre.

Oppgave	Mitt svar
1-1	
1-2	
1-3	
1-4	
1-5	
1-6	
1-7	
1-8	
1-9	
1-10	
1-11	
1-12	
1-13	
1-14	
1-15	
1-16	
1-17	
1-18	
1-19	
1-20	
1-21	
1-22	
1-23	
1-24	

(blank side)