Institutt for fysikk

Eksamensoppgave i
TFY4115 FYSIKK
for MTNANO, MTTK og MTELSYS

Faglig kontakt under eksamen: Institutt for fysikk v/Arne Mikkelsen
Tlf.: 486 05 392

Eksamensdato: Tirsdag 13. desember 2016
Eksamenstid: 09:00 - 13:00
Tillatte hjelpemidler (kode C):
Bestemt enkel godkjent kalkulator.
Rottmann: Matematisk formelsamling (norsk eller tysk utgave).
Formelark i vedlegg.

Annen informasjon:

1. Prosenttallene i parentes etter hver oppgave angir hvor mye den vektlegges ved bedømmelsen.
2. Noen generelle faglige merknader:
   - Symboler er angitt i kursiv (f.eks. m for masse), enheter angis uten kursiv (f.eks. m for meter).
   - $\hat{\mathbf{x}}$, $\hat{\mathbf{y}}$ og $\hat{\mathbf{z}}$ er enhetsvektorer i henholdsvis x-, y- og z-retning.
   - Ved tallsvar kreves både tall og enhet.
3. I flervalgsspørsmålene er kun ett av svarene rett. Du skal altså svare A, B, C, D eller E (stor bokstav) eller du kan svare blankt. **Rett svar gir 5 poeng, galt svar eller flere svar gir 0 poeng, blank (ubesvart) gir 1 poeng.**
4. Svar på flervalgsspørsmålene fører du på **siste ark** i dette oppgavesettet. Arket skal innleveres.
5. Oppgavene er utarbeidet av Arne Mikkelsen.

Målform/språk: Bokmål.

Antall sider (uten framside): 7.

Antall sider vedlegg: 3.

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave:
Originalen er: 2-sidig; sort/hvitt

Dato Sign

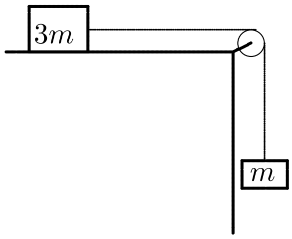
Merk! Studenter finner sensur i Studentweb. Har du spørsmål om din sensur må du kontakte instituttet ditt. Eksamenskontoret vil ikke kunne svare på slike spørsmål.

(blank side)

Oppgave 1. Flervalgsspørsmål (teller 50 %, hvert spørsmål teller like mye)

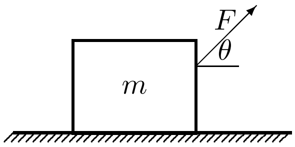
1-1. En masse m henger i ei snor. Snora er trukket over ei masseløs trinse for så å fortsette horisontalt til den er festa til en annen masse $3m$ som ligger på et horisontalt bord. Se bort fra all friksjon. Masse m holdes i ro og slippes så. Når den har falt en distanse h vil den ha fått en fart v som kan uttrykkes ved formelen

A) $v = \sqrt{\frac{1}{4}gh}$
B) $v = \sqrt{\frac{1}{2}gh}$
C) $v = \sqrt{gh}$
D) $v = \sqrt{2gh}$
E) Ingen av svarene A-D er rett.



1-2. En kloss med masse m blir trukket med konstant hastighet av ei kraft i retning θ med horisontalen, som vist på figuren. Den kinetiske friksjonskoeffisienten mellom den ru overflata og klossen er μ_k. Størrelsen til friksjonskrafta kan uttrykkes

A) $F \sin\theta$
B) $\mu_k F \cos\theta$
C) $\mu_k F \sin\theta$
D) $\mu_k (mg - F \sin\theta)$
E) $\mu_k F (\cos\theta - 1)$

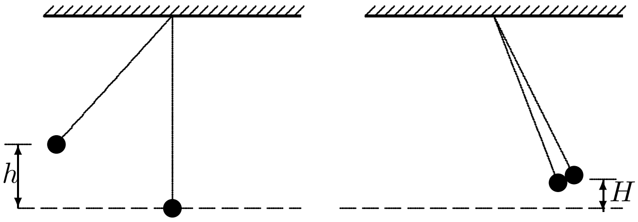


1-3. En partikkel med totalenergi E_{tot} beveger seg i én dimensjon i et område der potensiell energi er $E_p(x)$. Partikkelens akselerasjon må være lik null der

A) $dE_p(x)/dx = 0$
B) $d^2E_p(x)/dx^2 = 0$
C) $E_p(x) = E_{tot}$
D) $E_p(x) = 0$
E) $dE_p(x)/dx = dE_{tot}(x)/dx$

1-4. To like masser henger i hver si snor med lik lengde. En av massene blir sluppet fra en høyde h over bunnpunktet og treffer den andre massen. De to festes til hverandre og beveger seg videre og kommer da opp til en felles høyde H som er gitt av

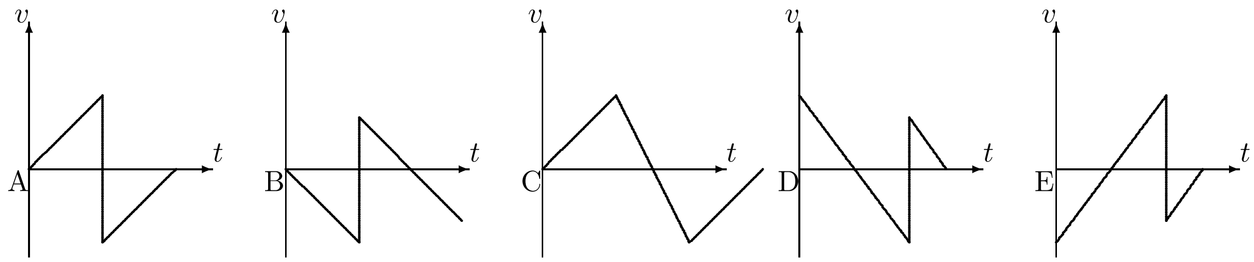
A) $3h/4$
B) $h/4$
C) $h/2$
D) h
E) $h/8$



1-5. En lett kloss A på 0,20 kg og en tyngre kloss B på 2,0 kg kan skli friksjonsfritt på ei horisontal overflate. Klossene er i ro ved $t = 0$, så virker to like horisontale krefter på hver kloss som setter klossene i bevegelse og skyver hver kloss nøyaktig $\ell = 1,00$ m. Når krafta på hver kloss fjernes etter 1,00 m, hvilken av de følgende påstander er riktig (der p er bevegelsesmengde og E kinetisk energi)?

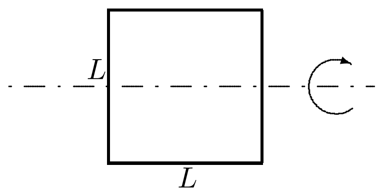
A) $p_A = p_B$ og $E_A = E_B$
B) $p_A < p_B$ og $E_A = E_B$
C) $p_A = p_B$ og $E_A < E_B$
D) $p_A < p_B$ og $E_A < E_B$
E) $p_A = p_B$ og $E_A > E_B$

1-6. En handball slippes og faller mot golvet. Vi ser bort fra luftmotstanden. Hvilken av grafene beskriver best ballens fart fra den slippes til den treffer golvet for **andre** gang? Retning for positiv v avgjør du sjøl.



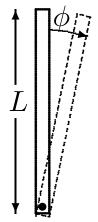
1-7. Hva er treghetsmomentet til ei kvadratisk plate med masse M og sidekanter L, mhp. en akse gjennom massesenteret som ligger i platas plan og er normal på to av platas sidekanter?

A) $ML^2/3$
B) $ML^2/4$
C) $ML^2/6$
D) $ML^2/8$
E) $ML^2/12$



1-8. Ei tynn stang med masse M (uniform masse per lengdeenhet) og lengde L står i utgangspunktet rett opp og ned i tyngdefeltet. Stanga er festet til og kan rotere friksjonsfritt omkring en aksling i den nederste enden. Stangas treghetsmoment mhp. en akse som faller sammen med denne akslingen er $ML^2/3$. Stanga gis en ørliten "dytt" slik at den begynner å rotere om akslingen. Hva blir stangas vinkelakselerasjon α som funksjon av vinkelen ϕ mellom stanga og vertikalen (loddlinja)?

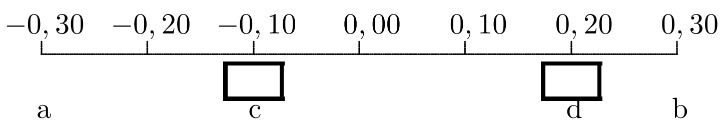
A) $\alpha = (g/L)\sin\phi$
B) $\alpha = (2g/3L)\cos\phi$
C) $\alpha = (3g/7L)\tan\phi$
D) $\alpha = (3g/2L)\sin\phi$
E) $\alpha = (g/3L)\cos\phi$



1-9. En massiv sylinder med masse m og radius r ruller langs et horisontalt golv med fart v. Sylinderens kinetiske energi er

A) $\frac{1}{4}mv^2$ B) $\frac{1}{2}mv^2$ C) $\frac{3}{4}mv^2$ D) mv^2 E) $\frac{5}{4}mv^2$

1-10. En kloss beveger seg som en udempet harmonisk oscillator mellom punktene a og b.



Klossens amplitude er 0,30 m. Klossens akselerasjon (absoluttverdi) ved punkt c er $5,00$ m/s^2. Størrelsen (absoluttverdien) til klossens akselerasjon ved punkt d er

A) 1,25 m/s^2 B) 2,50 m/s^2 C) 5,00 m/s^2 D) 7,50 m/s^2 E) 10,0 m/s^2

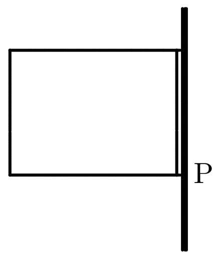
1-11. Et legeme svinger harmonisk ifølge likningen

$$x(t) = 0,040\,\mathrm{m} \cdot \sin\left(30\mathrm{s}^{-1}\,t + \pi/6\right) .$$

Den maksimale akselerasjonen til legemet avrundet til to sifre er lik

A) $1,3 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m/s}^2$
B) $0,040\,\mathrm{m/s}^2$
C) $1,2\,\mathrm{m/s}^2$
D) $30\,\mathrm{m/s}^2$
E) $36\,\mathrm{m/s}^2$

1-12. Et metallskilt er montert på en vertikal stang med to fester til stanga. Skiltet har jamn tykkelse, er kvadratisk med sidekant 0,40 m og masse 4,0 kg. Hva er størrelsen og retningen på den horisontale komponenten av krafta som virker på skiltet ved nedre opphengingspunkt P? Du kan bruke $g = 10,0\,\mathrm{m/s}^2$.



A) 20 N mot høyre
B) 20 N mot venstre
C) 40 N mot høyre
D) 40 N mot venstre
E) 10 N mot høyre

1-13. Termodynamikkens første lov kan skrives $Q = \Delta U + W$. Følgende påstander framsettes for første lov:

(1) Likningen uttrykker energibevarelse
(2) W er arbeidet gjort på systemet
(3) Størrelsen Q kan være både positiv og negativ
(4) U og W er tilstandsvariable

Hvor mange av disse påstandene er sanne?

A) Ingen B) En C) To D) Tre E) Fire

1-14. Luft er med god tilnærmelse en ideell blanding av O_2- og N_2-molekyler med molekylvekt henholdsvis 32 g/mol og 28 g/mol. Hva kan du si om v_{rms} og midlere kinetiske energi $\langle E_\mathrm{k} \rangle$ for de ulike molekylene? Her er $v_{\mathrm{rms}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$.

A) $v_{\mathrm{rms}}(\mathrm{O_2}) = v_{\mathrm{rms}}(\mathrm{N_2})$, $\langle E_\mathrm{k} \rangle_{\mathrm{O_2}} = \langle E_\mathrm{k} \rangle_{\mathrm{N_2}}$
B) $v_{\mathrm{rms}}(\mathrm{O_2}) < v_{\mathrm{rms}}(\mathrm{N_2})$, $\langle E_\mathrm{k} \rangle_{\mathrm{O_2}} < \langle E_\mathrm{k} \rangle_{\mathrm{N_2}}$
C) $v_{\mathrm{rms}}(\mathrm{O_2}) = v_{\mathrm{rms}}(\mathrm{N_2})$, $\langle E_\mathrm{k} \rangle_{\mathrm{O_2}} > \langle E_\mathrm{k} \rangle_{\mathrm{N_2}}$
D) $v_{\mathrm{rms}}(\mathrm{O_2}) < v_{\mathrm{rms}}(\mathrm{N_2})$, $\langle E_\mathrm{k} \rangle_{\mathrm{O_2}} = \langle E_\mathrm{k} \rangle_{\mathrm{N_2}}$
E) $v_{\mathrm{rms}}(\mathrm{O_2}) > v_{\mathrm{rms}}(\mathrm{N_2})$, $\langle E_\mathrm{k} \rangle_{\mathrm{O_2}} > \langle E_\mathrm{k} \rangle_{\mathrm{N_2}}$

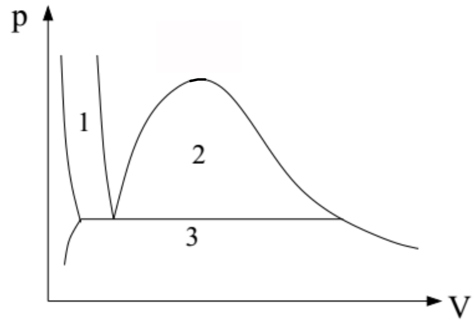
1-15. En ideell gass utvider seg ved konstant trykk. Hva skjer med molekylenes midlere kinetiske energi?

A) Den øker
B) Den endrer seg ikke
C) Den minker
D) Svaret er avhengig av om gassen er en-, to- eller fleratomig
E) Svaret er avhengig av hvilket trykk gassen har

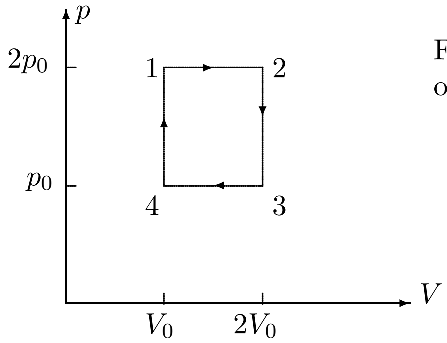
1-16. Hvilken type ideell gass vil ha den største verdien for $C_p - C_V$?
- A) Enatomig
- B) Toatomig
- C) Treatomig
- D) Mangeatomig (mer enn tre atom)
- E) Verdien vil være like for alle.

1-17. Verdien av den molare varmekapasiteten er avhengig av type prosess, vi har f.eks. C_V og C_p ved henholdsvis isokor og isobar prosess. Hva ville være den mest sannsynlige verdien for C_S, molar varmekapasitet for gass ved konstant entropi (reversibel adiabatisk prosess)?
- A) $C_S = 0$
- B) $0 < C_S < C_V$
- C) $C_V < C_S < C_p$
- D) $C_S = C_p$
- E) $C_S = \infty$.

1-18. Med notasjonen g = gass, v = væske og f = fast stoff, hvilke faser opptrer i koeksistens i de ulike områdene?
- A) 1 = g + f, 2 = g + v, 3 = v + f
- B) 1 = g + v, 2 = g + f, 3 = v + f
- C) 1 = g + f, 2 = v + f, 3 = g + v
- D) 1 = v + f, 2 = g + f, 3 = g + v
- E) 1 = v + f, 2 = g + v, 3 = g + f

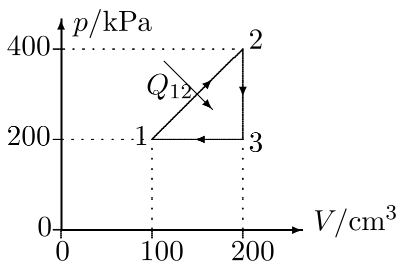


1-19.

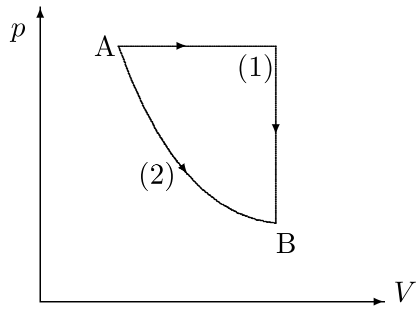


Figuren viser en kretsprosess for en ideell gass, med $p_0 = 8$ atm og $V_0 = 7$ liter. Hvor stort arbeid utfører gassen per syklus?
- A) 28 J
- B) 56 J
- C) 2,8 kJ
- D) 5,7 kJ
- E) 22,6 kJ.

1-20. Figuren viser en kretsprosess for en varmekraftmaskin der det opptas varme $Q_{12} = 35$ J i prosessen 1-2. Hva er maskinens virkningsgrad?
- A) 29 %
- B) 57 %
- C) 14 %
- D) 23 %
- E) 12 %

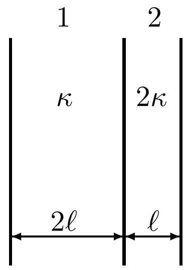


1-21. Et system kan bringes reversibelt fra tilstand A til tilstand B på to ulike måter: Ved en kombinasjon av en isobar og en isokor prosess (1) eller via en isoterm prosess (2). Systemets entropiendring er ΔS_1 for prosess 1 og ΔS_2 for prosess 2. Da er



A) det ikke mulig å uttale seg om ΔS_1 i forhold til ΔS_2
B) $\Delta S_1 > \Delta S_2 \neq 0$
C) $\Delta S_1 > \Delta S_2 = 0$
D) $\Delta S_1 < \Delta S_2$
E) $\Delta S_1 = \Delta S_2$

1-22. Veggen som skiller et kjølerom fra resten av bygget er bygd som et dobbelt lag. Vegg 1 er dobbelt så tykk som vegg 2. Vegg 2 har en varmeledningsevne 2κ, dobbelt så stor som den for vegg 1, κ. Begge veggene har samme areal. Kjøleromstemperaturen og omgivelsenes temperatur holdes konstant. Varmestrømtettheten (W/m^2) gjennom vegg 2 sammenliknet med varmestrømtettheten gjennom vegg 1 er

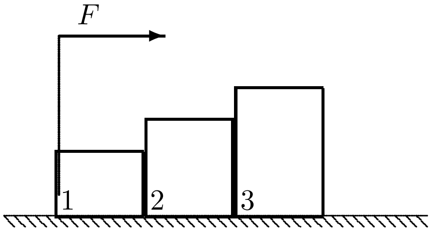


A) 4 ganger større
B) 2 ganger større
C) Like
D) 1/2 så stor
E) 1/4 så stor

1-23. Ei massiv kule som holder temperatur T stråler ut energi med en rate P (i W = watt). Hvis radius til kula halveres og temperaturen dobles vil P øke med en faktor:
A) 1 (forbli uendra)
B) 2
C) 4
D) 8
E) 16

1-24. En glødetråd i ei lyspære holder temperaturen 2800 K. Anta at tråden stråler som et sort legeme. Ved hvilken bølgelengde har strålingen størst intensitet?
A) 966 nm
B) 1147 nm
C) 2800 nm
D) 1035 nm
E) 1400 nm

Oppgave 2. Tre klosser. (teller 12%)



Tre klosser med masser $m_1 = 2,00$ kg, $m_2 = 3,00$ kg og $m_3 = 4,00$ kg ligger på et horisontalt underlag. Den minste klossen til venstre blir påført ei konstant horisontal kraft $F = 18,0\,\mathrm{N}$ mot høyre.

I pkt. **a** og **b** er underlaget friksjonsfritt, i pkt. **c** er kinetisk og statisk friksjonskoeffisient mellom hver kloss og underlaget $\mu = 0,100$.

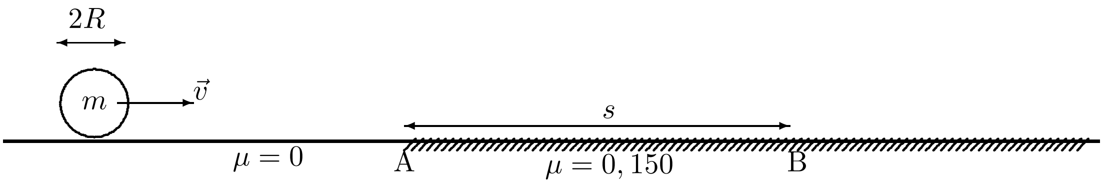
Du kan bruke tyngdens akselerasjon $g = 10,0\,\mathrm{m/s^2}$ i denne oppgaven.

a. Beregn akselerasjonen som klossene får.

b. Tegn inn alle kreftene på kloss nr. 2 og finn verdi for krafta mellom kloss 1 og 2.

c. Hva er akselerasjonen til klossene og hva er krafta mellom kloss 1 og 2 når det er friksjon $\mu = 0,100$ mellom hver kloss og underlaget?

Oppgave 3. Translasjon og rulling (teller 13%)



Ei massiv kule med masse $m = 0{,}500$ kg og radius $R = 5,00$ cm har en fart $v = 2,80\,\mathrm{m/s}$ mot høyre. Bevegelsen er friksjonsfri og rein translatorisk (uten rulling) fram til punkt A. Her skifter underlaget fra friksjonsfritt til et underlag med statisk og kinetisk friksjonskoeffisient $\mu = 0,150$. Når kula passerer punkt A vil den derfor gradvis rotere mer og mer (slure).

Når den har nådd punkt B i friksjonsområdet, i avstand s fra A, er bevegelsen rein rulling. Translasjonshastigheten (lineær hastighet) er da redusert til $v_{\mathrm{B}} = \frac{5}{7}v_{\mathrm{A}} = 2,00$ m/s, der $v_{\mathrm{A}} = v$ og rotasjonshastigheten er $\omega_{\mathrm{B}} = v_{\mathrm{B}}/R$.

Du kan bruke tyngdens akselerasjon $g = 10,0\,\mathrm{m/s^2}$ i denne oppgaven.

a. Finn verdi for kulas translasjonsakselerasjon, a, når den er mellom A og B.

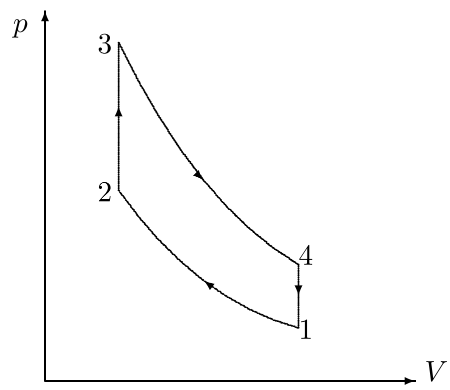
b. Finn verdi for kulas vinkelakselerasjon, α, når den er mellom A og B.

c. Hvor lang er strekningen s mellom A og B?

d. Hvor mange radianer har kula rotert mellom A og B?

Oppgave 4. Kretsprosess (teller 20 %)

Figuren viser et pV-diagram av en Otto-syklus som består av to isokorer og to adiabater og er en reversibel idealisering av en firetakts bensinmotor. Arbeidssubstansen er $n = 0,100$ mol ideell toatomig gass med adiabatkonstant $\gamma = 7/5$.



I hver tilstand i betegnes volum, temperatur og trykk med V_i, T_i og p_i, der $V_1 = 2,5\,\ell = 2,5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$ og $T_1 = 305\,\mathrm{K}$.

Kompresjonsforholdet er $V_1/V_2 = r = 12,0$ og $p_3/p_2 = q = 2,0$ (også kalt eksplosjonsforholdet). (OBS: Figuren er ikke rett skalert etter disse verdiene.)

En reell prosess består i tillegg til dette av innsuging av brenngass og utblåsing av eksos, som ikke betraktes i denne oppgaven.

a. Tegn av pV-diagrammet og angi hvor i kretsprosessen varme Q går inn og ut av systemet og hvor arbeid W påføres eller utføres.

b. Finn T_2, T_3 og T_4 uttrykt med T_1, r, q og γ. Finn også numeriske verdier.

c. Hvordan uttrykkes virkningsgraden η_O med aktuelle Q og W i prosessen? Finn så η_O uttrykt med (kun) temperaturene og beregn tilslutt den numeriske verdien for η_O.
OPPGITT: Arbeidet ved den adiabatiske prosessen 12 kan uttrykkes $W_{12} = -nC_V(T_2 - T_1)$.

d. Skisser kretsprosessen i et TS-diagram (T som vertikal og S som horisontal akse).

Oppgave 5. Entropi (teller 5 %)

Vi heller en liter vann (1,00 kg) med temperaturen 100 °C ut i en stor innsjø der temperaturen er 18,0 °C. Ved endt prosess har alt vann temperaturen 18,0 °C. Spesifikk varmekapasitet for vann er $C' = 4,20$ kJ/(K kg). Du kan betrakte prosessen sett fra det tilsatte vannet som en reversibel prosess, men varmeoverføringen totalt sett er irreversibel.

Finn entropiendringen for den ene literen med vann, entropiendringen for innsjøen og den totale entropiendringen i prosessen.

(blank side)

GOD JUL!

FORMELLISTE.
Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas å være kjent. Symbolbruk som i forelesningene.

Fysiske konstanter:

$N_A = 6,02 \cdot 10^{23}\,\text{mol}^{-1}$ $\quad$ $\text{u} = \frac{1}{12} m(^{12}\text{C}) = \frac{10^{-3}\,\text{kg/mol}}{N_A} = 1,66 \cdot 10^{-27}\text{kg}$

$k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}\,\text{J/K}$ $\quad$ $R = N_A k_B = 8,31\,\text{J mol}^{-1}\text{K}^{-1}$ $\quad$ $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}\,\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$

$c = 2,9979 \cdot 10^8\,\text{m/s}$ $\quad$ $h = 6,63 \cdot 10^{-34}\,\text{Js}$ $\quad$ $0°\text{C} = 273\,\text{K}$ $\quad$ $g = 9,81\,\text{m/s}^2$

SI-enheter:

Fundamentale SI-enheter: meter (m) sekund (s) kilogram (kg) ampere (A) kelvin (K) mol

Noen avledede SI-enheter: $\text{N}=\text{kg m/s}^2$ $\quad$ $\text{Pa}=\text{N/m}^2$ $\quad$ $\text{J}=\text{N m}$ $\quad$ $\text{W}=\text{J/s}$ $\quad$ $\text{rad}=\text{m/m}=1$ $\quad$ $\text{Hz}=\text{omdr/s}$

Varianter: $\text{kWh}=3,6\,\text{MJ}$ $\quad$ $\text{m/s}=3,6\,\text{km/h}$ $\quad$ $\text{atm}=1,013\cdot 10^5\,\text{Pa}=1013\,\text{hPa}=1013\,\text{mb}$ $\quad$ $1\,\text{cal}=4,19\,\text{J}$

Dekadiske prefikser: $\text{p}=10^{-12}$ $\quad$ $\text{n}=10^{-9}$ $\quad$ $\mu=10^{-6}$ $\quad$ $\text{m}=10^{-3}$ $\quad$ $\text{h}=10^2$ $\quad$ $\text{k}=10^3$ $\quad$ $\text{M}=10^6$ $\quad$ $\text{G}=10^9$ $\quad$ $\text{T}=10^{12}$

Klassisk mekanikk:

$\frac{\text{d}\vec{p}}{\text{d}t} = \vec{F}(\vec{r},t)$ $\quad$ der $\vec{p}(\vec{r},t) = m\vec{v} = m\dot{\vec{r}}$ $\quad$ $\vec{F} = m\vec{a}$

Konstant $\vec{a}$: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$ $\quad$ $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$ $\quad$ $v^2 - v_0^2 = 2\vec{a}\cdot(\vec{r}-\vec{r}_0)$

Konstant $\vec{\alpha}$: $\omega = \omega_0 + \alpha t$ $\quad$ $\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ $\quad$ $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha(\theta-\theta_0)$

Arbeid: $\text{d}W = \vec{F}\cdot\text{d}\vec{s}$ $\quad$ $W_{12} = \int_1^2 \vec{F}\cdot\text{d}\vec{s}$ $\quad$ Kinetisk energi: $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

$E_p(\vec{r})$ = potensiell energi (tyngde: mgh, fjær: $\frac{1}{2}kx^2$) $\quad$ $E = \frac{1}{2}mv^2 + E_p(\vec{r}) +$ friksjonsarbeide = konstant

Konservativ kraft: $\vec{F} = -\vec{\nabla}E_p(\vec{r})$ $\quad$ f.eks. $F_x = -\frac{\partial}{\partial x}E_p(x,y,z)$ $\quad$ Hookes lov (fjær): $F_x = -kx$

Tørr friksjon: $|F_f| \le \mu_s F_\perp$ eller $|F_f| = \mu_k F_\perp$ $\quad$ Våt friksjon: $\vec{F}_f = -k_f\vec{v}$ eller $\vec{F}_f = -bv^2\hat{v}$

Kraftmoment (dreiemoment) om origo: $\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F}$, $\quad$ Arbeid: $\text{d}W = \tau\text{d}\theta$

Betingelser for statisk likevekt: $\Sigma\vec{F}_i = \vec{0}$ $\quad$ $\Sigma\vec{\tau}_i = \vec{0}$, uansett valg av referansepunkt for $\vec{\tau}_i$

Massemiddelpunkt (tyngdepunkt): $\vec{R} = \frac{1}{M}\sum m_i\vec{r}_i \to \frac{1}{M}\int \vec{r}\,\text{d}m$ $\quad$ $M = \sum m_i$

Kraftimpuls: $\int_{\Delta t}\vec{F}(t)\text{d}t = m\Delta\vec{v}$ $\quad$ Alle støt: $\sum\vec{p}_i$ = konstant $\quad$ Elastisk støt: $\sum E_i$ = konstant

Vinkelhastighet: $\vec{\omega} = \omega\,\hat{\mathbf{z}}$ $\quad$ $|\vec{\omega}| = \omega = \dot{\phi}$ $\quad$ Vinkelakselerasjon: $\vec{\alpha} = \text{d}\vec{\omega}/\text{d}t$ $\quad$ $\alpha = \text{d}\omega/\text{d}t = \ddot{\phi}$

Sirkelbev.: $v = r\omega$ $\quad$ Sentripetalaks.: $\vec{a} = -v\omega\,\hat{\mathbf{r}} = -\frac{v^2}{r}\hat{\mathbf{r}} = -r\omega^2\,\hat{\mathbf{r}}$ $\quad$ Baneaks.: $a_\theta = \frac{\text{d}v}{\text{d}t} = r\frac{\text{d}\omega}{\text{d}t} = r\,\alpha$

Spinn (dreieimpuls) og spinnsatsen: $\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p}$ $\quad$ $\vec{\tau} = \frac{\text{d}\vec{L}}{\text{d}t}$, $\quad$ stive legemer: $\vec{L} = I\,\vec{\omega}$ $\quad$ $\vec{\tau} = I\frac{\text{d}\vec{\omega}}{\text{d}t}$

Spinn for rullende legeme: $\vec{L} = \vec{R}_{cm}\times M\vec{V} + I_0\vec{\omega}$, $\quad$ Rotasjonsenergi: $E_{k,rot} = \frac{1}{2}I\,\omega^2$,
der treghetsmoment $I \stackrel{\text{def}}{=} \sum m_i r_i^2 \to \int r^2\text{d}m$ $\quad$ med r = avstanden fra m_i ($\text{d}m$) til rotasjonsaksen.

Med aksen gjennom massemiddelpunktet: $I \to I_0$, og da gjelder:
kule: $I_0 = \frac{2}{5}MR^2$ $\quad$ kuleskall: $I_0 = \frac{2}{3}MR^2$ $\quad$ sylinder/skive: $I_0 = \frac{1}{2}MR^2$ $\quad$ åpen sylinder/ring: $I_0 = MR^2$
lang, tynn stav: $I_0 = \frac{1}{12}M\ell^2$ $\quad$ Parallellakseteoremet (Steiners sats): $I = I_0 + Mb^2$

Udempet svingning: $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ $\quad T = \dfrac{2\pi}{\omega_0}$ $\quad f_0 = \dfrac{1}{T} = \dfrac{\omega_0}{2\pi}$ $\quad$ Masse/fjær: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

Tyngdependel: $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin\theta = 0$, der $\sin\theta \approx \theta$ $\quad$ Fysisk: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{mgd}{I}}$ $\quad$ Matematisk: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{g}{\ell}}$

Dempet svingning: $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$ $\quad$ Masse/fjær: $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ $\quad \gamma = b/(2m)$

$\gamma < \omega_0$ Underkritisk dempet: $x(t) = A\,\mathrm{e}^{-\gamma t}\cos(\omega_\mathrm{d} t + \phi)$ med $\omega_\mathrm{d} = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$

$\gamma > \omega_0$ Overkritisk dempet: $x(t) = A\mathrm{e}^{-\gamma t}\mathrm{e}^{\alpha t} + B\mathrm{e}^{-\gamma t}\mathrm{e}^{-\alpha t}$ med $\alpha = \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$,

$\gamma = \omega_0$ Kritisk dempet: $x(t) = (A + tB)\,\mathrm{e}^{-\gamma t}$

Tvungne svingninger: $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos\omega t$, med (partikulær)løsning når $t \gg \gamma^{-1}$:

$x(t) = x_0\cos(\omega t - \delta)$, der $x_0(\omega) = \dfrac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}}$ $\quad \tan\delta = \dfrac{2\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$

Termisk fysikk:

n= antall mol $\quad N = nN_\mathrm{A}$ = antall molekyler $\quad n_\mathrm{f}$ = antall frihetsgrader

$\alpha = \ell^{-1}\mathrm{d}\ell/\mathrm{d}T \quad \beta = V^{-1}\mathrm{d}V/\mathrm{d}T$

$\Delta U = Q - W \quad C = \frac{1}{n}\frac{đQ}{\mathrm{d}T} \quad C' = \frac{1}{m}\frac{đQ}{\mathrm{d}T} \quad L_\mathrm{s}' = \frac{đQ_\mathrm{s}}{\mathrm{d}m} \quad L_\mathrm{f}' = \frac{đQ_\mathrm{f}}{\mathrm{d}m}$

$pV = nRT = Nk_\mathrm{B}T \quad pV = N\,\frac{2}{3}\,\langle E_\mathrm{k}\rangle \quad \langle E_\mathrm{k}\rangle = \frac{1}{2}m\left\langle v^2\right\rangle = \frac{3}{2}k_\mathrm{B}T \quad W = p\Delta V \quad W = \int_1^2 p\mathrm{d}V$

Ideell gass: $C_V = \frac{1}{2}n_\mathrm{f}R \quad C_p = \frac{1}{2}(n_\mathrm{f}+2)R = C_V + R \quad \gamma = \dfrac{C_p}{C_V} = \dfrac{n_\mathrm{f}+2}{n_\mathrm{f}} \quad \mathrm{d}U = C_V\,n\,\mathrm{d}T$

Adiabat: $Q = 0$ $\quad$ Ideell gass: pV^γ = konst. $\quad TV^{\gamma-1}$ = konst. $\quad T^\gamma p^{1-\gamma}$ = konst.

Virkningsgrader for varmekraftmaskiner: $\eta = \dfrac{W}{Q_\mathrm{inn}}$ $\quad$ Carnot: $\eta_\mathrm{C} = 1 - \dfrac{T_\mathrm{L}}{T_\mathrm{H}}$

Effektfaktorer: Kjøleskap: $\eta_\mathrm{K} = \left|\dfrac{Q_\mathrm{inn}}{W}\right| \xrightarrow{\text{Carnot}} \dfrac{T_\mathrm{L}}{T_\mathrm{H} - T_\mathrm{L}}$ $\quad$ Varmepumpe: $\eta_\mathrm{V} = \left|\dfrac{Q_\mathrm{ut}}{W}\right| \xrightarrow{\text{Carnot}} \dfrac{T_\mathrm{H}}{T_\mathrm{H} - T_\mathrm{L}}$

Clausius: $\sum \dfrac{Q}{T} \leq 0 \quad \oint \dfrac{đQ}{T} \leq 0$ $\quad$ Entropi: $\mathrm{d}S = \dfrac{đQ_\mathrm{rev}}{T} \quad \Delta S_{12} = \displaystyle\int_1^2 \dfrac{đQ_\mathrm{rev}}{T}$

1. og 2. hovedsetning: $\mathrm{d}U = đQ - đW = T\mathrm{d}S - p\mathrm{d}V$

Entropiendring $1 \to 2$ i en ideell gass: $\Delta S_{12} = nC_V \ln\dfrac{T_2}{T_1} + nR\ln\dfrac{V_2}{V_1}$

Varmeledning: $\dot{Q} = \dfrac{\kappa A}{\ell}\Delta T = \dfrac{1}{R}\Delta T \quad j_x = -\kappa\dfrac{\partial T}{\partial x} \quad \vec{j} = -\kappa\vec{\nabla}T$ $\quad$ Varmeovergang: $j = \alpha\Delta T$

Stråling: $j_\mathrm{s} = e\sigma T^4 = a\sigma T^4 = (1-r)\sigma T^4$

Planck: $j_\mathrm{s}(T) = \displaystyle\int_0^\infty g(\lambda, T)\,\mathrm{d}\lambda$ $\quad$ der j_s's frekvensspekter $= g(\lambda, T) = \dfrac{\mathrm{d}j_\mathrm{s}}{\mathrm{d}\lambda} = 2\pi hc^2 \cdot \dfrac{\lambda^{-5}}{\exp\left(\frac{hc}{k_\mathrm{B}T\lambda}\right) - 1}$

Wiens forskyvningslov: $\lambda_\mathrm{max}\,T = 2898\,\mu\mathrm{m\,K}$

Studieprogram: MT.........

Kandidat nr. ____________

Dato: ________ Side*): ____

Antall ark: ____________

Svartabell for flervalgsspørsmål i oppgave 1.

*Denne siden skal fylles ut, rives av og leveres inn, *)* **fortrinnsvis som side 1.**
Husk informasjonen øverst til høyre.

Oppgave	Mitt svar
1-1	
1-2	
1-3	
1-4	
1-5	
1-6	
1-7	
1-8	
1-9	
1-10	
1-11	
1-12	
1-13	
1-14	
1-15	
1-16	
1-17	
1-18	
1-19	
1-20	
1-21	
1-22	
1-23	
1-24	

(blank side)