TFY4115 Fysikk (MTELSYS/MTTK/MTNANO)
Eksamen 20. aug. 2016. Løsningsforslag

Oppgave 1. Flervalgsoppgaver

Oppgave:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Rett svar:	E	C	D	A	C	B	A	C	A	B
Oppgave:	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Rett svar:	A	B	A	B	A	B	D	A	A	C

Detaljer om spørsmålene:

1-1. E. Normalkraft normalt opp fra underlaget, friksjonskraft på langs oppover underlaget, tyngdekrafta rett nedover. (Ved konst. fart er tyngdens komponent nedover skråplanet lik friksjonskrafta.)

1-2. C. En massiv sylinder har $I = \frac{1}{2}mR^2$. Kin.energi er $\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}mR^2(v/R)^2 = \frac{3}{4}mv^2$.

1-3. D. Hastighet endrer retning, dermed også (sentripetal)akselerasjon mot senturm. Sum av krefter må virke mot sentrum og dermed $\vec{F} \perp \vec{v}$ og ingen arbeid gjøres.

1-4. A. Landingen på karusellen er et uelastisk støt, så (mekanisk) energi E for systemet kan ikke være bevart. Akslingen som står fast i bakken, virker på systemet med en kraft når studenten lander. Dermed kan heller ikke systemets bevegelsesmengde p være bevart. Men denne kraften fra akslingen representerer ikke noe kraftmoment mhp. en akse gjennom karusellens sentrum, slik at spinnet L er bevart.

1-5. C. Når kulene henger sammen er dette et fullstendig uelastisk støt, og det vil tapes energi. Under en kollisjon uten ytre krefter er alltid p og L bevart (her er sammenhengen $L = \ell p$ for hver av kulene, der ℓ er snorlengden).

1-6. B. Fart til venstre kule *før* støt fra energibevarelse $mgh = \frac{1}{2}mv_1^2 \;\Rightarrow\; v_1^2 = 2gh$. Med v' = fellesfarten etter støtet gir bevaring av bevegelsesmengden: $mv_1 = 2mv'$. Energibevaring *etter* støtet gir: $2mgH = \frac{1}{2}(2m)\,v'^2$, som gir $H = \frac{1}{2}\frac{v'^2}{g} = \frac{1}{2}\frac{v_1^2}{4g} = \frac{1}{2}\frac{2gh}{4g} = \frac{h}{4}$.

1-7. A. Bruk Steiners sats: $I = I_{\rm cm} + Mh^2$.

1-8. C. $T_3 = T_2 \cdot \sin 60°$, $\quad T_1 = T_2 \cos 60°$. Da $\sin 60° > \cos 60°$ er $T_3 > T_1$. Videre må T_2 være størst, f.eks. fra Pythagoras: $T_2^2 = T_1^2 + T_3^2$.

1-9. A. Langs skråplanet virker tyngdens komponent ($mg\sin\theta$, der θ er helningen på skråplanet) nedover, like stor for alle tre, samt friksjonskrafta $f_i (i = 1, 2, 3)$ fra underlaget, retta oppover. Nettokrafta $mg\sin\theta - f_i$ bestemmer tyngdepunktets akselerasjon, som tydeligvis har vært størst for legeme 3, og like stor for 1 og 2. Ergo er f_3 mindre enn $f_1 = f_2$.

1-10. B. Arbeid W = varme inn - varme ut. Effektivitet $e = \frac{W}{Q_{\rm inn}} = \frac{Q_{\rm inn} - Q_{\rm ut}}{Q_{\rm inn}} = \frac{64-42}{64} = 0,34$.

1-11. A. Størrelser som er tilstandsvariable er uavhengige av vegen i prosesser. Arbeid og varme er ikke tilstandsvariable.

1-12. B. Ved adiabatisk ekspansjon faller temperaturen fordi $\Delta U = W < 0$. Areal under pV-kurve og dermed arbeidet er mindre enn for isoterm, uansett temperatur og V_2/V_1.

1-13. A. Ekvipartisjonsprinsippet sier at energien fordeles med $\frac{1}{2}k_{\rm B}T$ per frihetsgrad per molekyl, uansett masse. Per atom blir det derfor like mye (indre) energi U for de to enatomige gassene siden begge har tre frihetsgrader.

1-14. B. Produktet pV er uendret hvis trykket dobles og volumet halveres. Da er også temperaturen uendret, som igjen betyr at $v_{\rm rms}$ er uendret.

1-15. A. 1.hovedsetning: $\Delta U = Q - W > 0$ og lik for alle. Arbeid W er lik areal under prosesskurva og positiv for alle, derfor må $Q = \Delta U + W > 0$ og størst for prosessen med størst W. Arbeid er lik areal under prosesskurva, størst for prosess 1.

1-16. B. Carnotvarmepumpa har effektfaktor $\eta = \left|\frac{Q_{\rm H}}{W}\right| = \frac{T_{\rm H}}{T_{\rm H} - T_{\rm L}} = \frac{308}{40} = 7,70$. Arbeid $W = \frac{Q_{\rm H}}{7,70} = 0,195$ kJ.

1-17. D. En Carnot-prosess består av to isotermer og to isentropiske prosesser, dvs. med hhv. T konstant og S konstant. Dermed et rektangel i et (S, T)-diagram.

1-18. A. Temp.økning fra $T = (227+273)$ K $= 500$ K til T'=700 K gir $\dfrac{P'}{P} = \dfrac{\sigma T'^4 - \sigma T_{\text{omg}}^4}{\sigma T^4 - \sigma T_{\text{omg}}^4} = \dfrac{700^4 - 273^4}{500^4 - 273^4} = 4,1.$

1-19. A. Seriekopling av varmemotstander er som seriekopling av elektriske motstander, $R = \sum R_i = R_1 + R_2$. Utregnet: Ved stasjonære forhold er varmestrømmen lik i begge stavene, $\dot{Q} = \dot{Q}_1 = \dot{Q}_2$, der $\dot{Q}_i = \frac{\kappa_i A_i}{\ell_i} \Delta T_i = \frac{1}{R_i} \Delta T_i$ (formelsamling), altså $R_i \dot{Q} = \Delta T_i$. Sum av temperaturendring: $T_{\text{H}} - T_{\text{L}} = \Delta T_1 + \Delta T_2$ gir da $R_{\text{eff}} \dot{Q} = R_1 \dot{Q} + R_1 \dot{Q}$, altså $R = R_1 + R_2$.

1-20. C. Varmestrømmen avtar omvendt proporsjonal med tykkelsen ℓ: $\dot{Q} = Aj = \kappa \Delta T\, A/\ell$

Oppgave 2.

a. I tillegg til kreftene tegnet på figuren i oppgaven virker tyngdekrafta Mg rett nedover midt på stanga. Likevekt i x- og y-retning gir

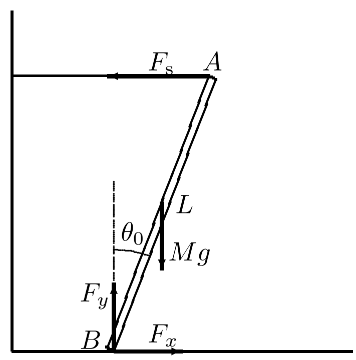
$$F_y = Mg \qquad \text{og} \qquad F_x = F_s$$

Videre har vi rotasjonslikevekt om punktet B:

$$Mg \cdot \frac{L}{2} \cdot \sin\theta_0 = F_{\text{s}} \cdot L\cos\theta_0 \qquad \Rightarrow \qquad \underline{F_{\text{s}} = Mg \cdot \frac{1}{2} \cdot \tan\theta_0}\,.$$

Da har vi bestemt F_{s}, og ergo blir

$$\underline{F_x = F_{\text{s}} = Mg \cdot \frac{1}{2} \cdot \tan\theta_0} \qquad \text{og} \qquad \underline{F_y = Mg}\,.$$



b. Fordi F_x utgjøres kun av friksjonen, må $F_x = \mu_{\text{s}} F_{\text{N}} = \mu_{\text{s}} F_y = \mu_{\text{s}} Mg$. Sammen med uttrykket for F_x over får vi da

$$\mu_{\text{s}} Mg = Mg \cdot \frac{1}{2} \cdot \tan\theta_0 \qquad \Rightarrow \qquad \underline{\mu_{\text{s}}} = \frac{\tan\theta_0}{2} = \frac{\tan 30^\circ}{2} = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{3}} = \underline{0,289}\,.$$

Dette er minste verdien μ_{s} kan ha for at stanga ikke skal skli.

c. Vi bruker Steiners sats (parallellakseteoremet) til å finne I om endepunktet, som er i avstand $\frac{L}{2}$ fra tyngdepunktet:

$$I_{\text{B}} = I_{\text{cm}} + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}ML^2 + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \underline{\frac{1}{3}ML^2}\,.$$

Kan også integrere, med $\mathrm{d}m = \mathrm{d}\ell \cdot M/L$:

$$I_{\text{B}} = \int_0^L \ell^2 \mathrm{d}\ell \cdot M/L = \frac{M}{L} \cdot \left[\frac{1}{3}\ell^3\right]_0^L = \underline{\frac{1}{3}ML^2}\,.$$

d. Newtons 2. lov for rotasjon:

$$\tau = I_{\text{B}}\alpha \qquad \Rightarrow \qquad Mg \cdot \frac{L}{2} \cdot \sin\theta = \frac{1}{3}ML^2 \cdot \alpha \qquad \Rightarrow \qquad \underline{\alpha = \frac{g}{L} \cdot \frac{3}{2}\sin\theta}\,.$$

(Eventuelt med I_{B}: $\alpha = \dfrac{MgL/2}{I_{\text{B}}} \cdot \sin\theta$.)

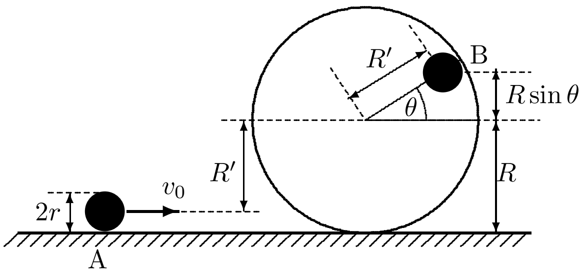
e. Bevegelsen kan sees på som rein rotasjon om B, slik at kin. energi er kun rotasjonsenergi $\frac{1}{2}I_{\text{B}}\omega^2 = \frac{1}{6}ML^2\omega^2$. Energi ved θ_0 lik energi ved vilkårlig θ:

$$0 + Mg\frac{L}{2}\cos\theta_0 = \frac{1}{6}ML^2\omega^2 + Mg\frac{L}{2}\cos\theta \qquad \Rightarrow \qquad \underline{\omega = \sqrt{\frac{3g}{L}(\cos\theta_0 - \cos\theta)}}\,.$$

(Eventuelt med I_{B}: $\omega^2 = \dfrac{MgL}{I_{\text{B}}} \cdot (\cos\theta_0 - \cos\theta)$.)

Man vil kunne verifisere ved derivasjon at $\dot{\omega} = \alpha$.

Oppgave 3. Loop



a. Det er gunstig å velge høyde $h = 0$ i kulas massesenter når den ruller på underlaget. I punktet B har da massesenteret høyde $h_B = R' + R'\sin\theta = R'(1+\sin\theta)$. Vi kan fra bevaring av energi finne farten v_B:

$$\begin{aligned} \frac{7}{10}mv_0^2 &= mgR'(1+\sin\theta) + \frac{7}{10}mv_B^2 \\ \Rightarrow \quad v_B^2 &= v_0^2 - \frac{10}{7}(1+\sin\theta)gR'. \end{aligned} \qquad (1)$$

b. Kula mister kontakten med underlaget når $F_N = 0$. I sentripetalretningen virker i tillegg til normalkrafta F_N også tyngdens komponent $mg\sin\theta$ (i samme retning), og (N2-rot) gir

$$ma_c = mv_B^2/R' = F_N + mg\sin\theta$$

Vi bestemmer θ i det $F_N = 0$ og v_B^2 har vi fra likn. (1). Dette gir

$$\begin{aligned} \sin\theta &= \frac{v_B^2}{gR'} = \frac{v_0^2}{gR'} - \frac{10}{7}(1+\sin\theta) \\ \sin\theta &= \left(\frac{v_0^2}{gR'} - \frac{10}{7}\right)\cdot\frac{1}{1+\frac{10}{7}} = \left(\frac{(2,5)^2}{9,81\cdot 0,20} - \frac{10}{7}\right)\cdot\frac{7}{17} = 0,723 \\ \theta &= \underline{46,3^\circ}. \end{aligned}$$

der vi har brukt $R' = R - r = 0,200$ m.

Oppgave 4. Termodynamikk.

a. Antall mol fra ideell gasslov. Trykket 1 atm = 101300 N/m^2 er oppgitt i formelliste.

$$n_A = n_B \equiv n = \frac{p_{A,0}V_{A,0}}{RT_{A,0}} = \frac{101300\ \text{N/m}^2\cdot 5,00\cdot 10^{-2}\ \text{m}^3}{8,31\ \text{J/(K mol)}\cdot 273\ \text{K}} = 2,233\ \text{mol} = \underline{2,23\ \text{mol}}$$

b. Rom B er varmeisolert slik at kompresjonen i B er adiabatisk. Bruker derfor adiabatlikningen for p og V for gassen i B. Gassen er toatomig med $n_f = 5$ og derfor (formelark) $\gamma = \frac{n_f+2}{n_f} = \frac{7}{5}$.

$$p_B V_B^\gamma = p_{B,0}V_{B,0}^\gamma \quad\Rightarrow\quad V_B = V_{B,0}\cdot\left(\frac{p_{B,0}}{p_B}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = V_{B,0}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{5}{7}} = V_{B,0}\cdot 0,4562 = 2,281\cdot 10^{-2}\ \text{m}^3 = \underline{2,28\cdot 10^{-2}\ \text{m}^3}$$

c. Betrakt totalsystemet A+B, dette gjør intet ytre arbeid da totalvolumet er konstant. Ved bruk av 1. lov på totalsystemet får vi da:

$$đQ = \mathrm{d}U_{\text{tot}} + đW_{\text{tot}} = \mathrm{d}U_A + \mathrm{d}U_B + 0\,.$$

For ideell gass er (formelark) $\mathrm{d}U = n\,C_V\mathrm{d}T$ med (formelark) $C_V = \frac{1}{2}n_f R$ og dermed: Enatomig: $C_{V,A} = \frac{3}{2}R = 12,47$ J/(K mol). Toatomig: $C_{V,B} = \frac{5}{2}R = 20,79$ J/(K mol).

$$\begin{aligned} Q &= \Delta U_A + \Delta U_B = n\,C_{V,A}(T_A - T_{A,0}) + n\,C_{V,B}(T_B - T_{B,0}) \\ &= 2,233\ \text{mol}\cdot 12,47\ \text{J/(K mol)}\cdot(1264-273)\ \text{K} + 2,233\ \text{mol}\cdot 20,79\ \text{J/(K mol)}\cdot(373,6-273)\ \text{K} \\ &= 27,59\ \text{kJ} + 4,67\ \text{kJ} = \underline{32,3\ \text{kJ}}. \end{aligned}$$

Kunne også betraktet system A: $Q = Q_A = \Delta U_A + W_A$. Arbeidet W_A må integreres, men kan unngås ved: $W_A = -W_B = \Delta U_B$ (fordi adiabatisk prosess i B), og vi ender opp med samme likningen som over.

d. Prosessen i B er reversibel og adiabatisk, da er

$$\underline{\Delta S_B = 0}$$

For rom A er det enkleste er å bruke formel for entropi S for ideell gass fra formelarket:

$$\Delta S_{12} = nC_{V,A}\ln\frac{T_2}{T_1} + nR\ln\frac{V_2}{V_1}$$

som for rom A gir

$$\Delta S_{\mathrm{A}} = nC_{V,\mathrm{A}} \ln \frac{T_{\mathrm{A}}}{T_{\mathrm{A},0}} + nR \ln \frac{V_{\mathrm{A}}}{V_{\mathrm{A},0}}$$

med tallverdier

$$\Delta S_{\mathrm{A}} = 2,233 \text{ mol} \cdot \frac{3}{2} \cdot 8,31 \text{ J/(K mol)} \cdot \ln \frac{1264}{273} + 2,233 \text{ mol} \cdot 8,31 \text{ J/(K mol)} \cdot \ln \frac{7,719}{5,00} = \underline{50,7 \text{ J/K}}$$

ALTERNATIV beregning fra definisjonen av ΔS: Idet entropien S er en tilstandsfunksjon, kan vi beregne ΔS_{A} via enhver valgt prosess med samme start/slutt. Med 0=starttilstand $(p_{\mathrm{A},0}, V_{\mathrm{A},0})$ og 1=sluttilstand $(p_{\mathrm{A}}, V_{\mathrm{A}})$ velger vi en mellomtilstand 2=$(p_{\mathrm{A},0}, V_{\mathrm{A}})$. Da er $0 \to 2$ en isobar prosess (øker volumet $V_{\mathrm{A},0} \to V_{\mathrm{A}}$) og $2 \to 1$ en isokor prosess (øker trykket $p_{\mathrm{A},0} \to p_{\mathrm{A}}$). Temperaturen i mellomtilstanden er

$$T_2 = \frac{p_{\mathrm{A},0}\, V_{\mathrm{A}}}{nR} = p_{\mathrm{A},0}\, V_{\mathrm{A}} \cdot \frac{T_{\mathrm{A},0}}{p_{\mathrm{A},0}\, V_{\mathrm{A},0}} = T_{\mathrm{A},0} \cdot \frac{V_{\mathrm{A}}}{V_{\mathrm{A},0}}$$

Da er

$$\Delta S_{\mathrm{A}} = \int_0^2 \frac{đQ_{\mathrm{rev}}}{T} + \int_2^1 \frac{đQ_{\mathrm{rev}}}{T} = \int_0^2 \frac{n\, C_p \mathrm{d}T}{T} + \int_2^1 \frac{n\, C_{V,\mathrm{A}} \mathrm{d}T}{T} = n\, C_p \ln \frac{T_2}{T_{\mathrm{A},0}} + n\, C_{V,\mathrm{A}} \ln \frac{T_{\mathrm{A}}}{T_2}$$

Nå er $n\, C_p = n\, C_{V,\mathrm{A}} + nR$:

$$\Delta S_{\mathrm{A}} = nR \ln \frac{T_2}{T_{\mathrm{A},0}} + n\, C_{V,\mathrm{A}} \ln \left(\frac{T_2}{T_{\mathrm{A},0}} \cdot \frac{T_{\mathrm{A}}}{T_2} \right) = nR \ln \frac{V_{\mathrm{A}}}{V_{\mathrm{A},0}} + n\, C_{V,\mathrm{A}} \ln \frac{T_{\mathrm{A}}}{T_{\mathrm{A},0}}$$

som ovenfor.

A.Mi. 23. aug. 2016.