TFY4115 Fysikk (MTELSYS/MTTK/MTNANO)
Eksamen 13. des. 2016. Løsningsforslag

Oppgave 1. Flervalgsoppgaver

Oppgave:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Rett svar:	B	D	A	B	B	B	E	D	C	E	E	B

Oppgave:	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Rett svar:	C	D	A	E	A	E	D	A	E	C	C	D

Detaljer om spørsmålene:

1-1. B. Kin. energi = pot. energi: $\frac{1}{2}(m+3m)v^2 = mgh$ gir $v = \sqrt{\frac{1}{2}gh}$.

1-2. D. Ved gliding er $F_\mathrm{f} = \mu_\mathrm{k} F_\mathrm{N} = \mu_\mathrm{k}(mg - F\sin\theta)$. (Normalkrafta blir altså mindre som følge av at F har komponent oppover.)

1-3. A. Når $a = 0$ er $F = ma = 0$. Krafta er gitt ved $F = -\mathrm{d}E_\mathrm{p}/\mathrm{d}x$, som altså må være null når $a = 0$.

1-4. B. Fart til venstre kule før støt fra energibevarelse $mgh = \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow v_1^2 = 2gh$. Med v' = fellesfarten etter støtet gir bevaring av bevegelsesmengden: $mv_1 = 2mv'$. Energibevaring etter støtet gir: $2mgH = \frac{1}{2}(2m)\,v'^2$, som gir $H = \frac{1}{2}\frac{v'^2}{g} = \frac{1}{2}\frac{v_1^2}{4g} = \frac{1}{2}\frac{2gh}{4g} = \frac{h}{4}$.

1-5. B. Arbeidet $W = F\ell$ er lik for begge klosser, derfor er kinetisk energi lik: $E_A = E_B = F\ell$. Det betyr at den lette A har fått større fart: $v_A > v_B$. Bevegelsesmengden er $p_A = m_A v_A = 2E_A/v_A$ og $p_B = m_B v_B = 2E_B/v_B$. Vi ser herfra at $p_A < p_B$.

1-6. B. Farta vil øke fra null ved slipp: D og E ikke mulig. Farten endrer brått retning ved golvet: C ikke mulig. Etter ballen har truffet golvet første gangen, når den et toppunkt der $v = 0$, for så å få fart nedover. Slik er det kun i B, med positiv fartsretning oppover. Litt kinetisk energi (og fart) mistes under kollisjonen.

1-7. E. Plata kan sammensettes av stenger med bredde $\mathrm{d}x$ og lengde L som roterer om midtpunktet. Hver stang har masse $\mathrm{d}m$ og treghetsmoment $\mathrm{d}mL^2/12$ (fra formelark eller ved integrasjon). Platas treghetsmoment: $I = \int_0^L 1/12\,\mathrm{d}mL^2 = 1/12\,L^2\int_0^L \mathrm{d}m = ML^2/12$.

1-8 D. Tyngdekrafta Mg i c.m. har effektiv arm $L/2\cdot\sin\phi$ slik at $\alpha = \dfrac{\tau}{I} = \dfrac{MgL\sin\phi}{2ML^2/3} = (3g/2L)\sin\phi$.

1-9 C. En massiv sylinder har $I = \frac{1}{2}mR^2$. Kin.energi er $\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}mR^2(v/R)^2 = \frac{3}{4}mv^2$.

1-10. E. For harmonisk oscillator er kraft proporsjonal med utsving fra likevekt. Da er også akselerasjonen $a = F/m$ prop. med avstand fra likevekt. Ved d er derfor absoluttverdien av akselerasjonen det dobbelte av ved c.

1-11. E. $\ddot{x}(t) = -0{,}040\,\mathrm{m}\cdot(30\mathrm{s}^{-1})^2\cdot\sin\left(30\mathrm{s}^{-1}\,t + \pi/6\right)$ og maks. akselerasjon er $= |-0{,}040\,\mathrm{m}\cdot(30\mathrm{s}^{-1})^2| = 36\ \mathrm{m/s^2}$.

1-12. B. Med a = sidekant, F_x den horisontale krafta og G tyngden, gir rotasjonslikevekt om øvre festet: $G\cdot a/2 = F_x\cdot a$ som gir $F_x = G/2 = \frac{1}{2}\cdot 4{,}0\mathrm{kg}\cdot 10\,\mathrm{m/s^2} = 20\,\mathrm{N}$. G og F_x må ha moment i motsatt retning om øvre festet, slik at F_x har retning mot venstre.

1-13. C. Rette: (1) og (3). Q og W er prosessvariable, U er tilstandsvariabel.

1-14. D. Siden temperaturen er proporsjonal med molekylenes midlere kinetiske energi, må $\langle E_\mathrm{k}\rangle$ være den samme for både oksygen- og nitrogenmolekylene. Siden O_2-molekylene har større masse enn N_2-molekylene og $\langle E_\mathrm{k}\rangle = \frac{1}{2}m\langle v^2\rangle$, har nitrogenmolekylene i gjennomsnitt noe større hastighet enn oksygenmolekylene.

1-15. A. $pV = nRT$ gir at T øker ved isobar utvidelse. For ideell gass er T proporsjonal med $\langle E_\mathrm{k}\rangle$, uavhengig av typen gass. (For toatomig gass blir noe av kin. energi rotasjonsenergi og translasjonsfarten blir mindre. Ingen vibrasjonsenergi ved romtemp.)

1-16. E. For ideell gass er $C_p - C_V = R$ uansett type. F.eks. enatomig $C_p = 5/2R, C_V = 3/2R$, toatomig v/romtemp: $C_p = 7/2R, C_V = 5/2R$. Framkommer også av formelark.

1-17. A. Molar varmekapasitet er definert $C = \frac{1}{n}\frac{đQ}{\mathrm{d}T}$, hvor $đQ$ er varmen ved den gitte prosessen. For en isentropisk prosess (reversibel adiabatisk) er $\mathrm{d}S = T đQ_\mathrm{rev} = 0$, slik at $đQ_\mathrm{rev} = 0$ og $C_S = 0$. (Eks. isentropisk kompresjon ideell gass: $C_V\mathrm{d}T = \mathrm{d}U = 0 - đW = -p\mathrm{d}V$, temp. økes ved å påføre arbeid, men uten varme.)

1-18. E. 1 = fast stoff og væske, 2 = væske og gass, 3 = fast stoff og gass.

1-19. D. $W = p_0 V_0 = 8 \cdot 1,01 \cdot 10^5\,\mathrm{N/m^2} \cdot 7 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^3} = 5,7$ kJ.

1-20. A. Maskinens nyttige arbeid er lik areal innenfor prosesskurva som er $W = \frac{1}{2} \cdot 100\,\mathrm{cm^3} \cdot 200\,\mathrm{kPa} = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m^3} \cdot 200 \cdot 10^3\,\mathrm{N/m^2} = 10\,\mathrm{Nm}$. I isokor prosess 2-3 og isobar prosess 3-1 må det avgis varme, og er uinteressant Kostnaden er Q_{12}. Dermed er virkningsgraden $\eta = \frac{W}{Q_{12}} = \frac{10}{35} = 0,286$.

1-21. E. Entropi er en tilstandsfunksjon. Det betyr at S_A og S_B er entydig definert, og $\Delta S_1 = \Delta S_2 = S_B - S_A$.

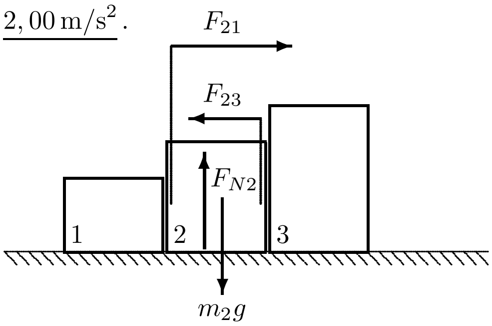
1-22. C. Når temperaturene holdes konstant er forholdene stasjonære. Dvs. varmestrømtettheten er konstant over tid og lik for alle lag gjennom veggen. Hadde den ikke vært det hadde temperaturen blitt endra på flater inni veggen.

1-23. C. Stefan-Boltzmanns lov: $j = e\sigma T^4$ angir energistrømtetthet (W/m^2). For ei kule er total effekt $P = j \cdot A = e\sigma 4\pi T^4 R^2$. Når T dobles og R halveres, endres P faktor $16/4 = 4$.

1-24. D. Wiens forskyvningslov, se formelark: $\lambda_{\max} = 2898\,\mu\mathrm{m}/2800 = 1,035\,\mu\mathrm{m} = 1035\,\mathrm{nm}$.

Oppgave 2. Tre klosser.

a. Alle tre klosser som ett system: $a = \dfrac{F}{m_1 + m_2 + m_3} = \dfrac{18\,\mathrm{kg\,m/s^2}}{9,00\,\mathrm{kg}} = \underline{2,00\,\mathrm{m/s^2}}$.



b. Figuren viser fire krefter på kloss 2: kontaktkrefter fra kloss 1 og fra kloss 3, tyngdekraft og normalkraft fra underlaget.

F_{21} beregnes enklest ved å innse at den skal akselerere kloss 2 og 3, slik at

$$F_{21} = (m_2 + m_3)a = 7,00\,\mathrm{kg} \cdot 2,00\,\mathrm{m/s^2} = \underline{14,00\,\mathrm{N}}.$$

Alternativ 2: Newton 3 gir $F_{21} = F_{12}$ (uten fortegn), og N2 på kloss 1 gir
$F - F_{12} = m_1 a \quad \Rightarrow F_{21} = F_{12} = F - m_1 a = 18\,\mathrm{N} - 2,00\,\mathrm{kg} \cdot 2,00\,\mathrm{m/s^2} = \underline{14,00\,\mathrm{N}}$.

Alternativ 3:
Sum av horisontalkreftene på kloss 2 er lik akselererende kraft: $F_{21} - F_{23} = m_2 a = 6,00\,\mathrm{N}$. F_{23} bestemmes N2 for kloss 3: $\sum_3 F = F_{32} \stackrel{\mathrm{N3}}{=} F_{23} = m_3 a = 4,00\,\mathrm{kg} \cdot 2,00\,\mathrm{m/s^2} = 8,00\,\mathrm{N}$. Dermed $F_{21} = m_2 a + F_{23} = \underline{14,00\,\mathrm{N}}$.

b. Med friksjon virker det en kraft mot venstre på hver kloss, forutsatt bevegelse mot høyre:
$F_{f1} = \mu m_1 g = 0,10 \cdot 2,00\,\mathrm{kg} \cdot 10\,\mathrm{m/s^2} = 2,00\,\mathrm{N}$
$F_{f2} = \mu m_2 g = 0,10 \cdot 3,00\,\mathrm{kg} \cdot 10\,\mathrm{m/s^2} = 3,00\,\mathrm{N}$
$F_{f3} = \mu m_3 g = 0,10 \cdot 4,00\,\mathrm{kg} \cdot 10\,\mathrm{m/s^2} = 4,00\,\mathrm{N}$.

Akselerasjonen blir dermed

$$a' = \frac{F - (F_{f1} + F_{f2} + F_{f3})}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{18\,\mathrm{N} - 9,00\,\mathrm{N}}{9,00\,\mathrm{kg}} = \frac{9,00}{9,00}\,\mathrm{m/s^2} = \underline{1,00\,\mathrm{m/s^2}}.$$

Nødvendig kontaktkraft mellom kloss 1 og 2 bestemmes som i b.: F_{21} skal akselerere kloss 2 og 3 mens friksjonskrefter virker mot:

$$\begin{aligned} F_{21} - F_{f2} - F_{f3} &= (m_2 + m_3)a' \\ F_{21} &= (m_2 + m_3)a' + F_{f2} + F_{f3} = 7,00\,\mathrm{kg} \cdot 1,00\,\mathrm{m/s^2} + 3,00\,\mathrm{N} + 4,00\,\mathrm{N} = \underline{14,00\,\mathrm{N}}. \end{aligned}$$

Alternativ 2: N2 på kloss 1 gir
$$F - F_{f1} - F_{12} = m_1 a' \quad \Rightarrow F_{21} = F_{12} = F - F_{f1} - m_1 a' = 18\,\mathrm{N} - 2,00\,\mathrm{N} - 2,00\,\mathrm{kg} \cdot 1,00\,\mathrm{m/s^2} = \underline{14,00\,\mathrm{N}}.$$

Alternativ 3: N2 på kloss 3 bestemmer F_{32}, og deretter N2 på kloss 2:

$$\begin{aligned} m_3 a' &= \sum_3 F = F_{32} - F_{f3} \quad \Rightarrow F_{32} = m_3 a' + F_{f3} = 4,00\,\mathrm{kg} \cdot 1,00\,\mathrm{m/s^2} + 4,00\,\mathrm{N} = 8,00\,\mathrm{N} \\ m_2 a' &= \sum_2 F = F_{21} - F_{23} - F_{f3} \quad \Rightarrow F_{21} = m_2 a' + F_{f3} + F_{23} = 3,00\,\mathrm{kg} \cdot 1,00\,\mathrm{m/s^2} + 3,00\,\mathrm{N} + 8,00\,\mathrm{N} = \underline{14,00\,\mathrm{N}}. \end{aligned}$$

Altså uendra fra om det ikke var friksjon! Med litt klokskap kan man resonnere at totalkrafta 18,0 N fordeler seg med samme forhold på kloss 1, 2 og 3 så lenge friksjonskoeffisienten er lik for hver kloss. Men noe av krafta går med til friksjon og akselerasjonen blir lavere. Dersom $\mu > 0,20$ står klossene i ro, men kontaktkreftene er fortsatt 14 N og 8,0 N og balanseres av friksjonskreftene.

Oppgave 3. Translasjon og rulling

a. Friksjonskrafta er konstant så lenge kula glir, og lik $F_\mathrm{f} = -\mu mg$, med positiv i rulleretningen. Dette er eneste kraft i horisontal retning (en figur vil gjøre seg her), og Newtons 2.lov gir da at translasjonsakselerasjonen er konstant og lik

$$a = \frac{F_\mathrm{f}}{m} = -\mu g = -0,150 \cdot 10,0\,\mathrm{m/s^2} = \underline{-1,5\,\mathrm{m/s^2}}. \qquad (1)$$

b. Vinkelakselerasjonen er gitt av Newton 2 for rotasjon: $\tau = I\ddot{\omega} = I\alpha$, med positiv rotasjonsretning med klokka. Eneste kraftmoment fra friksjonskrafta: $\tau = F_\mathrm{f}R$. Kulas treghetsmoment er $I = \frac{2}{5}mR^2$ (formelark).

$$\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{F_\mathrm{f}R}{2/5mR^2} = \frac{\mu mgR}{2/5mR^2} = \frac{5\mu g}{2R} = \frac{5 \cdot 0,150 \cdot 10\,\mathrm{m/s^2}}{2 \cdot 0,05\,\mathrm{m}} = \underline{75,0\,\mathrm{s^{-2}}}.$$

Å bruke en eller annen form av $a = \alpha R$ her er feil da det jo ikke er rein rulling.

c. Den "tidløse" konstant-akselerasjonslikningen gir bestemmelse av s:

$$v_\mathrm{B}^2 - v_\mathrm{A}^2 = 2as = -2\mu gs \quad \Rightarrow \quad s = \frac{v_\mathrm{A}^2 - v_\mathrm{B}^2}{2g\mu} = \frac{(2,80\,\mathrm{m/s})^2 - (2,00\,\mathrm{m/s})^2}{2 \cdot 10,0\,\mathrm{m/s^2} \cdot 0,150} = \underline{1,280\,\mathrm{m}}.$$

Alternativt kan man komme fram til denne likningen ved å sette tap i kinetisk translasjonsenergi lik translasjonsarbeid:

$$\Delta E_\mathrm{k,trans} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = W_\mathrm{f} = F_\mathrm{f} \cdot s = -\mu mg \cdot s \quad \Rightarrow \quad v_B^2 - v_A^2 = -2\mu g \cdot s\,, \text{ osv. som over.}$$

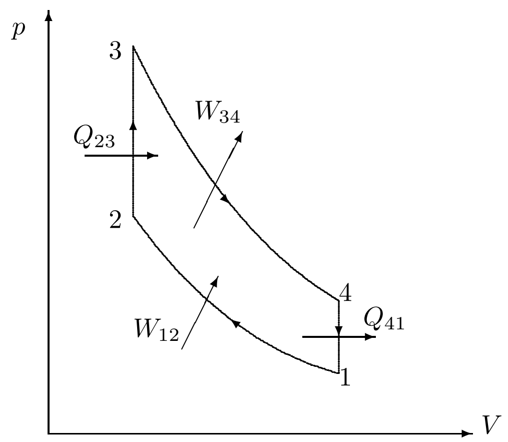
Hvis du bruker total kinetisk energi (translasjon + rotasjon) blir arbeidet $W_\mathrm{f} = F_\mathrm{f} * s_\mathrm{rel}$, der $s_\mathrm{rel} = 0{,}747$ m er relativ forskyvning mellom kula og underlaget, dvs. forflyttet avstand $s = 1{,}28$ m minus rotasjon av periferien av kula: $s_\mathrm{rot} = R \cdot 10,67 = 0{,}534$ m ifølge svaret i d.

d. Enklest å bruke den "tidløse" konstant-akselerasjonslikningen for rotasjon, analogt med punktet over. (Likningen er gitt på formelark.) Med $\omega_\mathrm{A} = 0$ og $\omega_\mathrm{B} = v_B/R = 2,00\,\mathrm{ms^{-1}}/0,05\,\mathrm{m} = 40\,\mathrm{s^{-1}}$, får vi

$$\omega_\mathrm{B}^2 - \omega_\mathrm{A}^2 = 2\alpha\theta \quad \Rightarrow \quad \theta = \frac{\omega_\mathrm{B}^2 - \omega_\mathrm{A}^2}{2\alpha} = \frac{(40\,\mathrm{s^{-1}})^2 - 0}{2 \cdot 75\,\mathrm{s^{-2}}} = \underline{10,67}.$$

Dvs. kula har rotert $10,67/2\pi = 1,7$ omdreininger.

Oppgave 4. Kretsprosess



a. Varme inn (positivt) 2-3 og ut (negativt) ved 4-1. Arbeid utført (positivt) 3-4 og påført (negativt) 1-2. Vist med piler i figuren til høyre.

b. Temperaturen T_2 er gitt av adiabaten 1-2 og volumforholdet $V_2/V_1 = r$ og bestemmes enklest av adiabatlikningene $TV^{\gamma-1} =$ konstant:

$$T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1} \qquad \Rightarrow \quad T_2 = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \underline{T_1\, r^{\gamma-1}} = 305\,\mathrm{K} \cdot 12^{2/5} = \underline{824\,\mathrm{K}}.$$

For isokoren 2-3 er fra ideell gasslov $p/T =$ konstant:

$$p_2/T_2 = p_3/T_3 \qquad \Rightarrow \quad T_3 = T_2 \cdot p_3/p_2 = \underline{T_2 q = T_1\, r^{\gamma-1} q} = 824\,\mathrm{K} \cdot 2 = \underline{1648\,\mathrm{K}}.$$

Temperaturen T_4 er gitt av adiabaten 1-4:

$$T_4V_4^{\gamma-1} = T_3V_3^{\gamma-1} \quad \Rightarrow \quad T_4 = T_3\left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma-1} = T_3\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = T_1\, r^{\gamma-1}\, q \cdot \left(\frac{1}{r}\right)^{\gamma-1} = \underline{T_1\, q} = 305\,\mathrm{K} \cdot 2 = \underline{610\,\mathrm{K}}.$$

c. Virkningsgraden er

$$\eta_\mathrm{O} = \frac{W_\mathrm{tot}}{Q_\mathrm{inn}} = \underline{\frac{W_{12} + W_{34}}{Q_{23}}}.$$

der $W_{12} < 0$ og $W_{34} > 0$. Arbeid $W_{12} < 0$ er oppgitt og tilsvarende for adiabaten $W_{34} > 0$:

$$W_{12} = -nC_V(T_2 - T_1) \qquad W_{34} = -\Delta U_{34} = -nC_V(T_4 - T_3).$$

Prosessen 23 er isokor, dvs. konstant volum, slik at

$$Q_{23} = nC_V(T_3 - T_2).$$

Dette gir

$$\eta_O = \frac{nC_V(T_1 - T_2) + nC_V(T_3 - T_4)}{nC_V(T_3 - T_2)} = \frac{T_3 - T_2 + T_1 - T_4}{T_3 - T_2} = \underline{1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}}.$$

Du kan nå enten sette inn uttrykk for temperaturene og finne uttrykk for η_O

$$\eta_O = 1 - \frac{T_1\, q - T_1}{T_1\, r^{\gamma-1} q - T_1\, r^{\gamma-1}} = 1 - \frac{q-1}{r^{\gamma-1}(q-1)} = \underline{1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}} = \underline{1 - \frac{1}{12^{2/5}} = 0,63},$$

men siden uttrykk for η_O var ikke påkrevd, kan du enklere sette inn verdier for temperaturene:

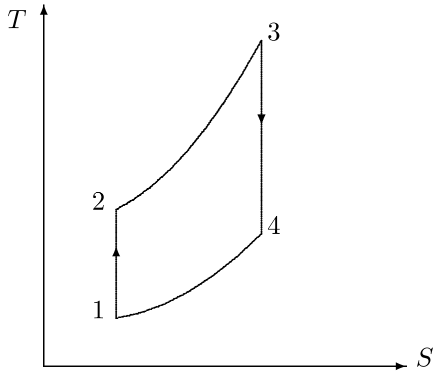
$$\eta_O = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{610 - 305}{1648 - 824} = 1 - 0,370 = \underline{0,63}.$$

d. De reversible adiabatene 12 og 34 er isentroper, dvs. konstant entropi S og derfor vertikale linjer. For isokorene 23 og 41 øker T med økende S. Ifølge svarene over er $T_1 < T_4 < T_2 < T_3$ som bør gjenspeiles i figuren. Kurveform for isokorene kan evt. beregnes:

$$\mathrm{d}S = \frac{đQ_{\mathrm{rev}}}{T} = \frac{nC_V \mathrm{d}T}{T} \quad \Rightarrow \quad S(T) = S_0 + nC_V \ln T.$$

(Det siste også fra formelark, $S(T,V)$ for ideell gass.) Løst mhp. T:

$$T = (\text{konst}) \cdot \exp\{S/nC_V\}.$$



Oppgave 5. Entropi

Tilsatt vann endrer temperatur fra $T_1 = 373\,\mathrm{K}$ til $T_0 = 291\,\mathrm{K}$. Avgitt varme er

$$Q = C'\, m\, \Delta T = 4,20\,\mathrm{kJ/(K\,kg)} \cdot 1,0\,\mathrm{kg} \cdot 82\,\mathrm{K} = 344,4\,\mathrm{kJ}.$$

Vannet i innsjøen endrer ikke temperatur slik at entropiøkningen blir

$$\Delta S_0 = \frac{Q}{T_0} = \frac{344,4\,\mathrm{kJ}}{291\,\mathrm{K}} = +1184\,\mathrm{J/K} = \underline{1,18\,\mathrm{kJ/K}}.$$

Tilsatt vann avgir varme ved stadig lavere temperatur, slik av vi må integrere for å finne entropiendringen:

$$\Delta S_{\mathrm{v}} = \int_{T_1}^{T_0} \frac{đQ}{T} = \int_{T_1}^{T_0} \frac{C'\, m\, \mathrm{d}T}{T} = C'\, m \ln \frac{T_0}{T_1} = 4,20 \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{K\,kg}} \cdot 1,00\,\mathrm{kg} \cdot \ln \frac{291}{373} = -1043\,\mathrm{J/K} = \underline{-1,04\,\mathrm{kJ/K}}.$$

Total endring av entropi blir dermed:

$$\Delta S_{\mathrm{tot}} = -1043\,\mathrm{J/K} + 1184\,\mathrm{J/K} = \underline{+0,141\,\mathrm{kJ/K}}.$$

A.Mi. 31. des. 2016.