TFY4115 Fysikk (MTELSYS/MTTK/MTNANO)

Eksamen 15. aug. 2017. Løsningsforslag

Oppgave 1. Flervalgsoppgaver

Oppgave:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Rett svar:	B	D	E	A	C	C	A	A	E	B

Oppgave:	11	12	13	14	15	16	17	18
Rett svar:	A	B	A	C	A	D	A	C

Detaljer om spørsmålene:

1-1. B. Kin. energi = pot. energi: $\frac{1}{2}(m+3m)v^2 = mgh$ gir $v = \sqrt{\frac{1}{2}gh}$.

1-2. D. Trinsa følger med bevegelsen med $\omega = v/R$ og har kinetisk energi $\frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{2}2mR^2\, v^2/R^2 = \frac{1}{2}mv^2$. Klossene har kin. energi $\frac{1}{2}(m+3m)v^2 = 2mv^2$. Kin. en. = pot. energi: $\frac{5}{2}mv^2 = mgh$ gir $v = \sqrt{\frac{2}{5}gh}$.

1-3. E. Fra oppgitt $x(t)$ og $y(t)$ er $a_x = \ddot{x}(t) = R\omega^2 \sin\omega t$ og $a_y = \ddot{y}(t) = R\omega^2\cos\omega t$ slik at $|a| = \sqrt{R^2\omega^4(\sin^2\omega t + \cos^2\omega t)} = R\omega^2 = V^2/R$. Eller enklere: Rullebevegelsen er sammensatt av translasjon V og rotasjon ω der $V = \omega R$. Translasjonen har ingen akselerasjon, rotasjonen har sentripetalakselerasjon $a_c = \omega^2 R = V^2/R$.

1-4. A. Landingen på karusellen er et uelastisk støt, så (mekanisk) energi E for systemet kan ikke være bevart. Akslingen som står fast i bakken, virker på systemet med en kraft når studenten lander. Dermed kan heller ikke systemets bevegelsesmengde p være bevart. Men denne kraften fra akslingen representerer ikke noe kraftmoment mhp. en akse gjennom karusellens sentrum, slik at spinnet L er bevart.

1-5. C. Når kulene henger sammen er dette et fullstendig uelastisk støt, og det vil tapes energi. Under en kollisjon uten ytre krefter er alltid p og L bevart (her er sammenhengen $L = \ell p$ for hver av kulene, der ℓ er snorlengden).

1-6. C. Mekanisk energi er bevart, så hastigheten er mindre på toppen enn ved bunnen. Dette er nok til å fastslå at C er riktig figur, siden sentripetalakselerasjonen er v^2/r. På høyre og venstre side har vi i tillegg baneakselerasjonen g retta nedover, som gir total akselerasjon på skrå nedover og inn mot midten.

1-7. A. Bruk Steiners sats: $I = I_{\rm cm} + Mh^2$.

1-8. A. Amplityden x_0 er altså uendra. I ytterstilling er $v = 0$ og kin. energi lik null, slik at total energi er lik potensiell energi $= \frac{1}{2}kx_0^2$ og uendra. (Hastigheten ved $x = 0$ blir mindre slik at $\frac{1}{2}mv_0^2$ også holdes uendra.)

1-9. E. I en isobar prosess endres både T og V, dermed endres U og det er arbeid $đW = p\mathrm{d}V$. Det er generelt også varmeutveksling $đQ$.

1-10. B. Ved adiabatisk ekspansjon faller temperaturen fordi $\Delta U = W < 0$. Areal under pV-kurve og dermed arbeidet er mindre enn for isoterm, uansett temperatur og V_2/V_1.

1-11. A. 1. Hovedsetning: $Q = \Delta U + W$. Temp. øker likt $\Rightarrow \Delta U > 0$ og lik i begge. Konstant volum: $W = 0$. Volumet må øke når T skal øke med konstant trykk, dvs. $W > 0$, dermed Q_p størst. Eller: $Q_p = nC_p\Delta T > nC_V\Delta T = Q_p$ fordi $C_p > C_V$.

1-12. B. Arbeid W = varme inn - varme ut. Effektivitet $e = \frac{W}{Q_{\rm inn}} = \frac{Q_{\rm inn} - Q_{\rm ut}}{Q_{\rm inn}} = \frac{64-42}{64} = 0,34$.

1-13. A. Ekvipartisjonsprinsippet sier at energien fordeles med $\frac{1}{2}k_{\rm B}T$ per frihetsgrad per molekyl, uansett masse. Per atom blir det derfor like mye (indre) energi U for de to enatomige gassene siden begge har tre frihetsgrader.

1-14. C. Varmekapasitet per partikkel i en ideell gass er av størrelsesorden $k_{\rm B}$, mens varmekapasiteten per mol er av størrelsesorden R.

1-15. A. 1.hovedsetning: $\Delta U = Q - W > 0$ og lik for alle. Arbeid W er lik areal under prosesskurva og positiv for alle, derfor må $Q = \Delta U + W > 0$ og størst for prosessen med størst W. Arbeid er lik areal under prosesskurva, størst for prosess 1.

1-16. D. En Carnot-prosess består av to isotermer og to isentropiske prosesser, dvs. med hhv. T konstant og S konstant. Dermed et rektangel i et (S, T)-diagram.

1-17. A. Temp.økning fra $T = (227+273)$ K $= 500$ K til T'=700 K gir $\dfrac{P'}{P} = \dfrac{\sigma T'^4 - \sigma T^4_{\rm omg}}{\sigma T^4 - \sigma T^4_{\rm omg}} = \dfrac{700^4 - 273^4}{500^4 - 273^4} = 4,1$.

1-18. C. Varmestrømmen avtar omvendt proporsjonal med tykkelsen ℓ: $\dot{Q} = Aj = \kappa \Delta T\, A/\ell$

Oppgave 2. Translasjon og rulling

a. Energibevarelse, fjæras potensielle energi overføres til kinetisk energi for kula:

$$\frac{1}{2}kb^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 \quad \Rightarrow \quad k = \frac{mv_1^2}{b^2} = \frac{0,500\,\mathrm{kg}\cdot(1,40\,\mathrm{m/s})^2}{(0,0400\,\mathrm{m})^2} = 612,5\,\mathrm{N/m} = \underline{613\,\mathrm{N/m}}\,.$$

Her kan man ikke bruke noen form for konstant-akselerasjons-likninger, da akselerasjonen øker fra maks ved fullt fjærutslag til null når kula slipper fjæra.

b. Under rulling er $v_{\rm B} = \omega_{\rm B} R$, som gir kinetisk energi

$$\begin{aligned} E_{\rm k,B} &= E_{\rm k,trans} + E_{\rm k,rot} = \frac{1}{2}mv_{\rm B}^2 + \frac{1}{2}I\omega_{\rm B}^2 \\ E_{\rm k,B} &= \frac{1}{2}mv_{\rm B}^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}mR^2\frac{v_{\rm B}^2}{R^2} = \frac{1}{2}\left(1+\frac{2}{5}\right)mv_{\rm B}^2 = \underline{\frac{7}{10}mv_{\rm B}^2} \end{aligned}$$

c. Friksjonskrafta er konstant så lenge kula glir, og lik $F_{\rm f} = -\mu mg$, med positiv i rulleretningen. Dette er eneste kraft i horisontal retning (en figur vil gjøre seg her), og Newtons 2.lov gir da at translasjonsakselerasjonen er konstant og lik

$$a = \frac{F_{\rm f}}{m} = \underline{-\mu g}. \tag{1}$$

d. Den "tidløse" konstant-akselerasjonslikningen gir bestemmelse av μ idet $v_{\rm B}$ og $v_{\rm A}$ er kjent:

$$v_{\rm B}^2 - v_{\rm A}^2 = 2as = -2\mu gs \quad \Rightarrow \quad \mu = \frac{v_{\rm A}^2 - v_{\rm B}^2}{2gs} = \frac{(1,40\,\mathrm{m/s})^2 - (1,00\,\mathrm{m/s})^2}{2\cdot 9,81\cdot 0,326\,\mathrm{m^2/s^2}} = \underline{0,150}\,.$$

Alternativt kan man komme fram til denne likningen ved å sette tap i kinetisk <u>translasjons</u>energi lik <u>translasjons</u>arbeid:

$$\Delta E_{\rm k,trans} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = W_{\rm f} = F_{\rm f}\cdot s = -\mu mg\cdot s \quad \Rightarrow \quad v_B^2 - v_A^2 = -2\mu g\cdot s\,,$$

som gir samme uttrykk som ovenfor. Men man kan *ikke* bruke friksjonsarbeid = endring i total kinetisk energi, dvs. følgende er feil:

$$\Delta E_{\rm k} = E_{\rm k,B} - E_{\rm k,A} = \frac{7}{10}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = W_{\rm f} = F_{\rm f}\cdot s = -\mu mg\cdot s\,.$$

Her måtte man ha brukt $s_{\rm slur}$ som er den strekningen kuleoverflata har sluret, se ALTERNATIV løsning under d. nedenfor.

Kan evt. finne tallverdi $a = -\mu g = -0,15\cdot 9,81\,\mathrm{m/s^2} = -1,47\,\mathrm{m/s^2}$. Mange hadde funnet tallverdi for a først ved å bruke likningen $v_{\rm B}^2 - v_{\rm A}^2 = 2as$, for deretter å finne μ fra likn. (1), og det er selvsagt greit.

Oppgave 3. Termodynamikk

a. Antall mol fra ideell gasslov. Trykket 1 atm $= 101300$ N/m^2 er oppgitt i formelliste.

$$n_{\rm A} = n_{\rm B} \equiv n = \frac{p_{\rm A,0}V_{\rm A,0}}{RT_{\rm A,0}} = \frac{101300\ \mathrm{N/m^2}\cdot 5,00\cdot 10^{-2}\ \mathrm{m^3}}{8,31\ \mathrm{J/(K\ mol)}\cdot 273\ \mathrm{K}} = 2,233\ \mathrm{mol} = \underline{2,23\ \mathrm{mol}}.$$

b. Gassen er toatomig med (oppgitt) $n_{\rm f} = 5$ og derfor (formelark) $\gamma = \dfrac{n_{\rm f}+2}{n_{\rm f}} = \underline{\dfrac{7}{5}}$.

c. Rom B er varmeisolert slik at kompresjonen i B er adiabatisk. Bruker derfor adiabatlikningen for T og V for gassen i B.

$$\begin{aligned} T_{\rm B}V_{\rm B}^{\gamma-1} &= T_{\rm B,0}V_{\rm B,0}^{\gamma-1} \\ \Rightarrow \quad V_{\rm B} &= V_{\rm B,0}\cdot\left(\frac{T_{\rm B,0}}{T_{\rm B}}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = V_{\rm B,0}\cdot\left(\frac{273}{373,6}\right)^{\frac{5}{2}} = V_{\rm B,0}\cdot 0,4564 = 2,282\cdot 10^{-2}\ \mathrm{m^3} = \underline{2,28\cdot 10^{-2}\ \mathrm{m^3}} \end{aligned}$$

d. Betrakt totalsystemet A+B, dette gjør intet ytre arbeid da totalvolumet er konstant. Ved bruk av 1. lov på totalsystemet får vi da:

$$\text{đ}Q = \mathrm{d}U_{\rm tot} + \text{đ}W_{\rm tot} = \mathrm{d}U_{\rm A} + \mathrm{d}U_{\rm B} + 0\,.$$

For ideell gass er (formelark) $\mathrm{d}U = n\,C_V\mathrm{d}T$ med (formelark) $C_V = \frac{1}{2}n_{\rm f}R$ og dermed: Enatomig: $C_{V,\rm A} = \frac{3}{2}R =$

$12,47\,\mathrm{J/(K\,mol)}$. Toatomig: $C_{V,\mathrm{B}} = \frac{5}{2}R = 20,79\,\mathrm{J/(K\,mol)}$.

$$\begin{aligned} Q &= \Delta U_\mathrm{A} + \Delta U_\mathrm{B} = n\,C_{V,\mathrm{A}}(T_\mathrm{A} - T_{\mathrm{A},0}) + n\,C_{V,\mathrm{B}}(T_\mathrm{B} - T_{\mathrm{B},0}) \\ &= 2,233\,\mathrm{mol} \cdot 12,47\,\mathrm{J/(K\,mol)} \cdot (1264 - 273)\,\mathrm{K} + 2,233\,\mathrm{mol} \cdot 20,79\,\mathrm{J/(K\,mol)} \cdot (373,6 - 273)\,\mathrm{K} \\ &= 27,59\,\mathrm{kJ} + 4,67\,\mathrm{kJ} = \underline{32,3\,\mathrm{kJ}}. \end{aligned}$$

Kunne også betraktet system A: $Q = Q_\mathrm{A} = \Delta U_\mathrm{A} + W_\mathrm{A}$. Arbeidet W_A må integreres, men kan unngås ved: $W_\mathrm{A} = -W_\mathrm{B} = \Delta U_\mathrm{B}$ (fordi adiabatisk prosess i B), og vi ender opp med samme likningen som over.

e. Prosessen i B er reversibel og adiabatisk, da er $\underline{\Delta S_\mathrm{B} = 0}$.

For rom A er det enkleste er å bruke formel for entropi S for ideell gass fra formelarket:

$$\Delta S_{12} = nC_{V,\mathrm{A}} \ln \frac{T_2}{T_1} + nR \ln \frac{V_2}{V_1}$$

som for rom A gir

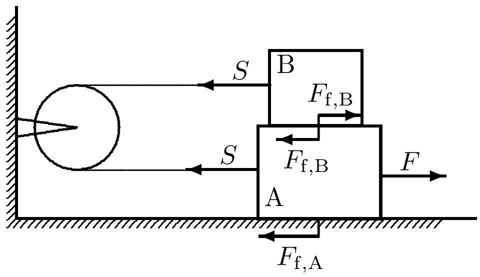
$$\Delta S_\mathrm{A} = nC_{V,\mathrm{A}} \ln \frac{T_\mathrm{A}}{T_{\mathrm{A},0}} + nR \ln \frac{V_\mathrm{A}}{V_{\mathrm{A},0}}\,.$$

Nå er $V_\mathrm{A} = V_\mathrm{tot} - V_\mathrm{B} = 10,00 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}^3 - 2,282 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}^3 = 7,718 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}^3$ slik at

$$\Delta S_\mathrm{A} = 2,233\,\mathrm{mol} \cdot \frac{3}{2} \cdot 8,31\,\mathrm{J/(K\,mol)} \cdot \ln \frac{1264}{273} + 2,233\,\mathrm{mol} \cdot 8,31\,\mathrm{J/(K\,mol)} \cdot \ln \frac{7,718}{5,00} = \underline{50,7\,\mathrm{J/K}}$$

Oppgave 4. Uavhengige småoppgaver.

a. Friksjon. Figuren viser alle krefter i horisontal retning på kloss A og B. I tillegg virker vertikale krefter (som ikke er tegnet i figuren): Tyngdekrefter m_A og m_B på henholdsvis A og B, normalkraft $F_{\mathrm{N,A}}$ oppover fra underlaget på A, normalkraft $F_{\mathrm{N,B}}$ nedover på A fra kloss B og $F_{\mathrm{N,B}}$ oppover på B fra A. Aktuell bevegelse for de to klossene er mot høyre for A og mot venstre for B.



Ved å øke F vil, umiddelbart før klossene beveger seg, trekkraften F være lik sum av krefter i motsatt retning på A. Newton 1 for A og tilsvarende for B gir:

$$\begin{aligned} F &= S + F_{\mathrm{f,A}} + F_{\mathrm{f,B}} && (2) \\ S &= F_{\mathrm{f,B}} && (3) \end{aligned}$$

der friksjonskreftene er

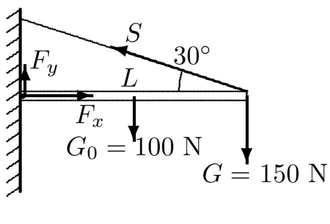
$$\begin{aligned} F_{\mathrm{f,A}} &= \mu_\mathrm{s} F_{\mathrm{N,A}} = \mu_\mathrm{s}(m_\mathrm{A} + m_\mathrm{B})g \\ F_{\mathrm{f,B}} &= \mu_\mathrm{s} F_{\mathrm{N,B}} = \mu_\mathrm{s} m_\mathrm{B} g \end{aligned}$$

Snordrag S fra likn. (3) innsatt i likn. (2) og deretter friksjonskreftene innsatt, gir

$$F = F_{\mathrm{f,A}} + 2F_{\mathrm{f,B}} = \mu_\mathrm{s}(m_\mathrm{A} + 3m_\mathrm{B})g = 0,60 \cdot (5,00\,\mathrm{kg} + 3 \cdot 3,00\,\mathrm{kg}) \cdot 9,81\,\mathrm{m/s^2} = 82,4\,\mathrm{N} = \underline{82\,\mathrm{N}}\,.$$

b. Statikk. Finner først S fra tauet: Kraftmomentbalanse om bjelkens venstre punkt:

$$S \cdot \sin 30^\circ \cdot L = G \cdot L + G_0 \cdot L/2 \quad \Rightarrow \quad S = \frac{G + G_0/2}{\sin 30^\circ}. = \frac{200\,\mathrm{N}}{1/2} = 400\,\mathrm{N}.$$



$\sum F_x = 0$ gir at krafta på bjelken fra hengslingen er lik snorkraftas x-komponent:

$$F_x = S_x = S\cos 30^\circ = (G + G_0/2) \cdot \cot 30^\circ = 200\,\mathrm{N} \cdot \sqrt{3} = \underline{346,4\,\mathrm{N}}.$$

Vertikalkomponenten av krafta fra hengslingen, F_y, finnes enklest fra momentbalanse om høyre endepunkt av bjelken:

$$F_y \cdot L = G_0 \cdot L/2 \quad \Rightarrow \quad F_y = G_0/2 = \underline{50\,\mathrm{N}}.$$

c. Kollisjon. Bevegelsesmengden er bevart: $mv = m \cdot v/2 + 4m \cdot V$, som gir at klossens fart etter støtet er

$$V = \frac{mv/2}{4m} \cdot v = \frac{1}{8}v.$$

Tapet av kin.en. er

$$\Delta E_\mathrm{k} = \frac{1}{2}mv^2 - \left(\frac{1}{2}m(v/2)^2 + \frac{1}{2}4m \cdot V^2\right) = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{8}mv^2 - \frac{1}{32}mv^2 = \frac{11}{32}mv^2.$$

dvs. andel av opprinnelig energi

$$\frac{\Delta E_\mathrm{k}}{\frac{1}{2}mv^2} = \frac{11/32}{1/2} = \frac{11}{16} = 69\%.$$

d. Varmeledning.

Siden temperaturen på ytterflatene (T_v og T_h) er gitt, trenger vi ikke ta med varmeovergangen $\alpha\Delta T$ for disse flatene. Med $\kappa_\mathrm{a} = 3\kappa_\mathrm{b}$ og $a = 2b$ kan varmestrøm $j = \kappa\Delta T/\ell$ gjennom hvert lag uttrykkes:

$$\begin{aligned} j_\mathrm{A} &= 3\kappa_\mathrm{b} \cdot (T_\mathrm{v} - T)/2b \\ j_\mathrm{B} &= \kappa_\mathrm{b} \cdot (T - T_\mathrm{h})/b \end{aligned}$$

Ved stasjonære forhold (konstant T) er varmestrømmen den samme gjennom begge lag, $j_\mathrm{A} = j_\mathrm{B}$, og dette gir

$$(3/2) \cdot (T_\mathrm{v} - T) = (T - T_\mathrm{h}) \qquad \Rightarrow \qquad 3T_\mathrm{v} - 3T = 2T - 2T_\mathrm{h} \qquad \Rightarrow \qquad T = \frac{3}{5}T_\mathrm{v} + \frac{2}{5}T_\mathrm{h} = \underline{52\,^\circ\mathrm{C} \quad (325\,\mathrm{K})}.$$

Med kjennskap til elektriske kretser kan man trekke veksler på analogien til Ohms lov: $I = V/R$ med varmestrømtetthet j analog til strømmen I og drivkraft ΔT analogi til spenning V. Dette er seriekopling av to motstander med (termisk) resistans $R = R_\mathrm{A} + R_\mathrm{B} = a/\kappa_\mathrm{a} + b/\kappa_\mathrm{b} = 2b/3\kappa_\mathrm{b} + b/\kappa_\mathrm{b} = 5/3 \cdot b/\kappa_\mathrm{b}$. Dermed er

$$j = \frac{\Delta T}{R} = \frac{3}{5}\frac{\kappa_\mathrm{b}}{b}\Delta T \quad \Rightarrow \quad T = T_\mathrm{h} + j \cdot R_\mathrm{B} = T_\mathrm{h} + \frac{3}{5}\frac{\kappa_\mathrm{b}}{b}\Delta T \cdot \frac{b}{\kappa_\mathrm{b}} = T_\mathrm{h} + \frac{3}{5}\Delta T = \underline{52\,^\circ\mathrm{C}}.$$

A.Mi. 15. aug. 2017.