

Eksamen 16. des. 2017. Løsningsforslag

Oppgave:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Rett svar:	A	C	D	D	E	E	B	B	A	C	D	E	
Oppgave:	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Rett svar:	D	C	C	C	C	D E	A	B	C	C	B	C	E
Oppgave:	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	
Rett svar:	C	B	D	B	C	E	A	C	A	B	D	D	
Oppgave:	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
Rett svar:	C	C	A	E	E	A	D	D	B	A	E	E	A

Detaljer om spørsmålene:

1. A. I vakuum er det ingen luftmotstand og alle legemer har samme akselerasjon, g .

2. C. Maks statisk friksjonskraft $F_{f,s} = mg\mu_s = 250$ N. Maks kinetisk friksjonskraft $F_{f,k} = mg\mu_k = 175$ N. Begge er mindre enn trekkrafta 275 N, slik at klossen akselereres.

3. D. Klossen i ro: $\sum F = 0$ langs planet, som gir $F_f = mg \sin \theta$, friksjonen holder akkurat igjen for tyngdens komponent langs planet. Friksjonen kan maksimalt være $\mu_s mg \cos \theta$, som skjer rett før klossen begynner å gli ved θ_0 . Derfor er altså ikke $F_f = \mu_s mg \cos \theta$ for $\theta < \theta_0$.

4. D. $v(t) = \dot{s} = 6,0 \text{ m/s}^2 \cdot t + 2,0 \text{ m/s}$ som ved $t = 2,0 \text{ s}$ gir 14 m/s . Effekten kan uttrykkes $P = Fv = 10 \text{ N} \cdot 14 \text{ m/s} = 140 \text{ W}$.

5. E. Når kulene henger sammen er dette et fullstendig uelastisk støt, og det vil tapes energi. Under en kollisjon uten ytre krefter er alltid p og L bevart (her er sammenhengen $L = \ell p$ for hver av kulene, der ℓ er snorlengden).

6. E. Snorkraft $S = mg + F_c = mg + mv^2/\ell$ og farten bestemmes av energibevaring:

$$mg(\ell - \ell/4) = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow mv^2 = \frac{3}{2}mgl \Rightarrow S = mg + \frac{3}{2}mg = \frac{5}{2}mg.$$

7. B. Vi bruker konstant-akselerasjonslikningen $2as = v_2^2 - v_1^2$ to ganger. Etter s er farten $2v_1$ og etter $2s$ er farten v_2 som skal bestemmes:

$$2as = (2v_1)^2 - v_1^2 = 3v_1^2 \quad \text{og} \quad 2a(2s) = v_2^2 - v_1^2 \Rightarrow v_2^2 = 4as + v_1^2 = 2 \cdot 3v_1^2 + v_1^2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{7}v_1.$$

8. B. Startfarten er null. Det betyr at $v = at$ og øker prop. med tida. Videre er $P = W/t = Fs/t = Fv$, og det vil si at effekten er proporsjonal med farten. Den kinetiske energien er $E = \frac{1}{2}mv^2$ og altså proporsjonal med farten kvadrert og dermed også tida kvadrert.

9. A. N2: $Mg - kv = Ma = M \frac{dv}{dt} \Rightarrow \frac{dv}{Mg - kv} = \frac{dt}{M} \Rightarrow \frac{dv}{1 - kv/Mg} = g dt.$

10. C. Uten friksjon er det kun snakk om translasjon, og tyngden til klossen gir følgende akselerasjon (Newton 2 for systemet av kloss+sylinder)

$$a = \frac{\Sigma F}{\Sigma M} = \frac{Mg}{2M} = \underline{\underline{\frac{1}{2}g}}.$$

11. D. Ved rein rulling er $a = \alpha R$. Rotasjonsakselerasjonen for sylinderen kommer fra friksjonskraft F_f som må virke mot venstre. Newton 2 (translasjon) for systemet kloss+sylinder gir

$$Mg - F_f = 2M \cdot a, \quad (1)$$

mens spinnsatsen (N2-rot) for sylinderen gir

$$\tau = I\alpha \Rightarrow F_f R = \frac{1}{2}MR^2 \frac{a}{R} \Rightarrow F_f = \frac{1}{2}Ma. \quad (2)$$

Uttrykket (2) for F_f innsatt i likn. (1) gir

$$Mg - \frac{1}{2}Ma = 2M \cdot a \Rightarrow \frac{5}{2}Ma = Mg \Rightarrow a = \underline{\underline{\frac{2}{5}g}}.$$

12. E. Sylinderen vil gli bortover med delvis rulling. Friksjonen blir kinematisk med frik. koeffisient $\mu = 0,10$. Friksjonskrafta virker mot venstre og er lik $F_f = 0,10 \cdot F_N = 0,10 \cdot Mg$. Likn. (1) gir

$$Mg - F_f = 2M \cdot a \Rightarrow Mg - 0,10 \cdot Mg = 2M \cdot a \Rightarrow a = \underline{\underline{\frac{9}{20}g}}.$$

13. D. Høydeforskjellen, H , mellom start og linja A gir potensiell energi mgH til hvert legeme ved start. Legeme 2 og 3 ruller og er utsatt for statisk friksjon og mister ingen energi slik at $E_k(2) = E_k(3) = mgH$. Legeme 1 er utsatt for glidende (kinetisk) friksjon og mister energi slik at $E_k(1) < mgH$.

14. C. På veg oppover virker friksjonskrafta og tyngdens komponent langs skråplanet begge nedover. Hvis klossen sklir nedover virker friksjonskrafta oppover, motsatt tyngdens komponent. Akselerasjonen - representert ved hellingen på v -kurva - er derfor størst på veg opp. Derfor er graf 2 rett. Men hvis friksjonen er så stor at klossen blir liggende på toppen er graf 4 rett. Altså kan både 2 og 4 være riktige forløp.

15. C. Da ingen ytre krefter virker er spinnnet L konstant. Professoren gjør indre arbeid ved å trekke bøkene nærmere kroppen slik at energien øker. Dette kan også beregnes: Spinnnet $L = I\omega$ konstant mens I avtar og ω øker. $E_k = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}L\omega$ må da øke.

16. C. Punktet A sin translasjonshastighet er v_t mot venstre. A's hastighet pga. rotasjonen er $v_r = \omega r = v_t$ i retning rett oppover. Vektorsummen blir $v\sqrt{2}$ i retning 45° framover (skrått mot venstre).

17. C. Trehetsmoment om transversal akse gjennom sentrum: $I_{cm} = \frac{1}{12}mL^2$ (f.eks. fra formelark). Akse $\frac{1}{3}L$ fra den ene enden = $\frac{1}{2}L - \frac{1}{3}L = \frac{1}{6}L$ fra sentrum. Steiners sats gir trehetsmoment om denne aksene:

$$I = I_{cm} + m\left(\frac{1}{6}L\right)^2 = m\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{36}\right)L^2 = m\frac{4}{36}L^2 = m\frac{1}{9}L^2.$$

Man kan alternativt bruke oppgitt $I_e = \frac{1}{3}mL^2$ om enden til å finne I_{cm} ved Steiners sats.

18. D eller E. Translasjonsfarten $v = \omega R$ er gitt ved energibevarelse:

$$Mgh = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}Mv^2\left(1 + \frac{I}{MR^2}\right) = \text{lik for alle.}$$

En sylinder har større trehetsmoment enn kuler: $I_{syl} = \frac{1}{2}MR^2$, $I_{kule} = \frac{2}{5}MR^2$. Da blir v ved bunnen minst for sylindren og lik for begge kulene. **NB:** Fordi det ved en feil ikke ble presisert at legemene starter fra samme sted med null fart, er ved bedømmelsen også alternativ E akseptert som rett svar.

19. A. Vinkelhastighet $\omega = v/R = 4,0\text{ s}^{-1}$. Trehetsmomentet for tynn ring er $I = mr^2 = 0,25\text{ kg m}^2$. Spinnnet er da $L = I\omega = 1,00\text{ kg m}^2\text{ s}^{-1}$.

20. B. Newtons 2. lov for rotasjon (spinnetsatsen): Kraftmoment $\tau = dL/dt$, dvs. lik den deriverte m.a.o. stigningstallet for L mot t .

21. C. For harmonisk svingning er $a = -\omega^2 x(t)$, slik at her er vinkelhastigheten $\omega = 4,0\text{ s}^{-1}$. Da er perioden $T = 2\pi/\omega = 1,57\text{ s}$.

22. C. $\dot{x}(t) = -0,040\text{ m} \cdot 30\text{ s}^{-1} \cdot \sin(30\text{ s}^{-1}t + \pi/6)$ og maks. hastighet er $= |-0,040\text{ m} \cdot 30\text{ s}^{-1}| = 1,2\text{ m/s}$.

23. B. For en udempa tyngdependel er $T \propto \sqrt{\ell/g}$. Når ℓ må reduseres for å gi samme T , må g på planeten være mindre. Om maksimalt vinkelutslag blir stort er fortsatt $T \propto \sqrt{\ell/g}$ (men T øker noe med økende maks. utslag.)

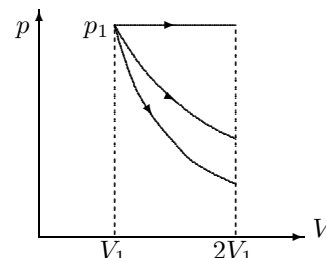
24. C. Tyngden Mg av legemet fordeles med halvparten på hver av de to snorene i overkant av nedre trinse, dvs. $\frac{1}{2}Mg$. Snorkrafta i denne høyre snora må være lik over øvre trinse og over til venstre snor der F virker. Ved likevekt må derfor $F = \frac{1}{2}Mg$.

25. E. La L være bjelkens lengde. Vertikalkomponenten F_y finnes enkelt ved momentbalanse om ytterpunktet på bjelken, der kun denne krafta og bjelkens tyngde har moment: $F_y \cdot L - G \cdot L/2 = 0$, som gir $F_y = G/2 = 50,0\text{ N}$.

26. C. Fra ideell gasslov: $V = \frac{nRT}{p} = \frac{\frac{1}{2}n_0R \cdot 2T_0}{\frac{4}{3}p_0} = \frac{3}{4} \frac{n_0RT_0}{p_0} = \frac{3}{4}V_0$.

27. B. Ved konst p utvider gassen seg og gjør ytre arbeid $W > 0$. $U = Q - W$ gir at indre energi øker mindre enn 10 J .

28. D. Arbeidet tilsvarer arealet under den respektive prosesskurva i et pV -diagram. Det isoterme arbeidet W_T (areal under isoterme) er derfor mindre enn arealet under isobaren som for trykk p_1 blir $W_p = p_1V_1$. Adiabaten har brattere helning enn isoterme og arealet under adiabaten er minst.



29. B. $dS = dQ_{\text{rev}}/T = 0$, eller: reversibel, adiabatisk prosess er isentropisk.

30. C. For metall er $U = C_p \cdot n \cdot T$, når U dobles vil også T (i kelvin) dobles. Dermed er $T_2 = 2 \cdot (273 + 20) \text{ K} = 586 \text{ K}$, dvs. 313°C .

31. E. Molar varmekapasitet er definert $C = \frac{1}{n} \frac{dQ}{dT}$, hvor dQ er varmen ved den gitte prosessen. For en isoterm prosess er $dT = 0$, slik at $C_T = \infty$. (Eks. isoterm utvidelse ideell gass: $dQ = dW = pdV \neq 0$ mens $dT = 0$.)

32. A. Ekvipartisjonsprinsippet sier at energien fordeles med $\frac{1}{2}k_B T$ per frihetsgrad per molekyl, uansett masse. Per atom blir det derfor like mye (indre) energi U for de to enatomige gassene siden begge har tre frihetsgrader.

33. C. Partiklenes midlere kinetiske energi, $\langle E_k \rangle = \frac{1}{2}m\langle v^2 \rangle$, er proporsjonal med systemets temperatur T . En halvering av T betyr derfor en halvering av $\langle v^2 \rangle$, dvs. v_{rms} reduseres med faktoren $1/\sqrt{2} \approx 0,7$, en reduksjon på ca. 30 prosent.

34. A. Koeksistenskurven/-området for væske og gass ender, for økende trykk, i kritisk punkt.

35. B. $W =$ omsluttet areal.

36. D. Adiabat brattere enn isoterm, dvs $T_c < T_b$. Videre er T_d åpenbar minst.

37. D. $\eta = W/Q_{\text{inn}} = (Q_{\text{inn}} - Q_{\text{ut}})/Q_{\text{inn}} = (12000 - 8000)/12000 = 1/3$.

38. C. I en isoterm prosess er tilført varme like stor som arbeid utført ($\Delta U = Q - W = 0$). Vi får dermed

$$Q = W = nRT_H \ln V_2/V_1 = 1,00 \cdot 8,31 \cdot 600 \text{ J} \cdot \ln 3 = 5,47 \text{ kJ}.$$

39. C. Ettersom varmen i de isokore prosessene regenereres vil virkningsgraden være gitt av forholdet mellom netto arbeid og tilført varme $\eta = (W_H + W_L)/Q_H$. Ettersom $Q_H = W_H$ i den isoterme prosessen får vi

$$\eta = \frac{W_H + W_L}{W_H} = \frac{nRT_H \ln V_2/V_1 + nRT_L \ln V_1/V_2}{nRT_H \ln V_2/V_1} = \frac{T_H - T_L}{T_H} = \frac{300}{600} = 0,50.$$

Med antakelsen om at varmene i de isokore prosesser utnytter hverandre fullt ut, blir altså virkningsgraden som for en Carnotmaskin.

40. A. Det tilføres varme i isokoren 41, som er lik $Q_{41} = nC_V(T_H - T_L) = n\frac{3}{2}R(T_H - T_L)$ for enatomig gass.

Totalt mottatt varme: $Q_{\text{inn}} = Q_H + Q_{41} = nRT_H \ln V_2/V_1 + \frac{3}{2}nR(T_H - T_L)$. Dermed

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{W_H + W_L}{Q_{\text{inn}}} = \frac{nRT_H \ln V_2/V_1 + nRT_L \ln V_1/V_2}{nRT_H \ln V_2/V_1 + \frac{3}{2}nR(T_H - T_L)} \\ &= \frac{T_H \ln 3 - T_L \ln 3}{T_H \ln 3 + \frac{3}{2}(T_H - T_L)} = \frac{600 \cdot \ln 3 - 300 \cdot \ln 3}{600 \cdot \ln 3 + \frac{3}{2}(300)} = \frac{\ln 3}{2 \cdot \ln 3 + \frac{3}{2}} = 0,297 = 0,30. \end{aligned}$$

41. E. Entropi er en tilstandsvariabel og endringen i denne gjennom en full syklus vil dermed være 0.

Kan også regnes ut fra oppgitte data:

$$\begin{aligned} \Delta S_{12} &= Q_H/T_H = 10 \text{ kJ}/1000 \text{ K} = 10 \text{ J/K}, \\ \Delta S_{34} &= Q_L/T_L = 5 \text{ kJ}/500 \text{ K} = -10 \text{ J/K}, \\ \Delta S_{23} &= \int_2^3 dQ/T = nC_V \int_2^3 dT/T = nC_V \ln T_L/T_H, \\ \Delta S_{41} &= \int_4^1 dQ/T = nC_V \int_4^1 dT/T = nC_V \ln T_H/T_L. \end{aligned}$$

Med $\Delta S_{34} = -\Delta S_{12}$ og $\Delta S_{41} = -\Delta S_{23}$ blir totalt $\Delta S = 0$.

42. E. Størrelser som er tilstandsvariable er uavhengige av vegen i prosesser. Arbeid og varme er ikke tilstandsvariable.

43. A. Helium må motta varme $Q = 2,09 \cdot 10^4 \text{ J/kg} \cdot 45 \text{ mol} \cdot 4,00 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol} = 3762 \text{ J}$. Dette skjer ved konstant temperatur slik at $\Delta S = Q/T = 3762 \text{ J}/4,22 \text{ K} = 891,5 \text{ J/K}$.

44. D. Isblokken mottar like mye varme Q som vannet avgir. Men siden isblokken avgir varmen ved lavere temp. vil den avgi større entropi Q/T enn vannet mottar.

45. D. 12 = isoterm = horisontal. 31 = adiabat = isentrop = vertikal. 23 = isokor med avtagende S (pga. avtagende T og p). Da er kun C og D mulige. For isokoren er det ikke lineær sammenheng mellom T og S , men (som evt. kan avledes fra formelarket) exp-sammenheng: $\Delta S = nC_V \ln T/T_1 \Leftrightarrow T = T_1 \exp\{(S - S_1)/nC_V\}$.

46. B. Samme varmestrøm gjennom begge lag:

$$\begin{aligned} (j =) \quad 3\kappa \cdot \Delta T_A / 2\ell &= \kappa \cdot \Delta T_B / \ell \quad \Rightarrow \quad \Delta T_B = (3/2) \cdot \Delta T_A. \\ 70 \text{ K} = \Delta T_A + \Delta T_B &= (5/2) \cdot \Delta T_A \quad \Rightarrow \quad \Delta T_A = 28 \text{ K}. \end{aligned}$$

47. A. Temp.økning fra $T = (227 + 273) \text{ K} = 500 \text{ K}$ til $T' = 700 \text{ K}$ gir $\frac{P'}{P} = \frac{\sigma T'^4 - \sigma T_{\text{omg}}^4}{\sigma T^4 - \sigma T_{\text{omg}}^4} = \frac{700^4 - 273^4}{500^4 - 273^4} = 4,1$.

48. E. Stasjonær varmestrøm innebærer at j er den samme gjennom hele veggen.

49. E. Med sort stråling ville vi hatt

$$P = \sigma T^4 \cdot A = \sigma (385 \text{ K})^4 \cdot 4\pi (0,15/2 \text{ m})^2 = 88,05 \text{ W}.$$

Derfor er emissiviteten $e = 71,3 \text{ W} / 88,05 \text{ W} = 0,810$.

50. A. Wiens forskyvningslov, se formelark:

$$\lambda_1 = 2898 \mu\text{m K} / 373 \text{ K} \quad \lambda_2 = 2898 \mu\text{m K} / 473 \text{ K} \quad \Rightarrow \quad \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{373}{473} = 0,789 \approx 0,8.$$