

Eksamen 17. august 2018, Løsningsforslag

| | | | | | | | | | | | | | |
|------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Oppgave: | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | |
| Rett svar: | B | B | C | D | B | B | C | D | E | A | D | C | |
| Oppgave: | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
| Rett svar: | D | E | A | A | E | D | C | E | C | A | C | D | A |
| Oppgave: | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | |
| Rett svar: | E | B | A | B | C | C | A | B | A | D | C | A | |
| Oppgave: | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| Rett svar: | C | B | E | D | B | C | C | E | A | C | D | C | C |

Detaljer om spørsmålene:

1. B. Startfarten er null. Det betyr at $v = at$ og øker prop. med tida. Videre er $P = W/t = Fs/t = Fv$, og det vil si at effekten er proporsjonal med farten. Den kinetiske energien er $E = \frac{1}{2}mv^2$ og altså proporsjonal med farten kvadrert og dermed også tida kvadrert.

2. B. Farten skifter retning på toppen slik at A ikke kan være rett. Akselerasjonen er konstant under bevegelsen opp (og ned), slik at D ikke er rett. Akselerasjonen har størst tallverdi når klossen er på vei oppover fordi da virker tyngden og friksjonen i samme retning, altså er B med størst endring i v på opptur riktig.

3. C. Energibevarelse, fjæras potensielle energi overføres til kinetisk energi for kula:

$$\frac{1}{2}kb^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow k = \frac{mv_1^2}{b^2} = \frac{0,500 \text{ kg} \cdot (1,40 \text{ m/s})^2}{(0,0400 \text{ m})^2} = 612,5 \text{ N/m} = \underline{613 \text{ N/m}}.$$

4. D. Snorkraft $S = mg + F_c = mg + mv^2/\ell$ og farten bestemmes av energibevaring:

$$mg(\ell - \ell/4) = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow mv^2 = \frac{3}{2}mgl \Rightarrow S = mg + \frac{3}{2}mg = \frac{5}{2}mg.$$

5. B. Kin. energi = pot. energi: $\frac{1}{2}(m + 3m)v^2 = mgh$ gir $v = \sqrt{\frac{1}{2}gh}$.

6. B. Trinsa følger med bevegelsen med $\omega = v/R$ og har kinetisk energi $\frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}mR^2 v^2/R^2 = \frac{1}{2}mv^2$. Klossene har kin. energi $\frac{1}{2}(m + 3m)v^2 = 2mv^2$. Kin. en. = pot. energi: $\frac{5}{2}mv^2 = mgh$ gir $v = \sqrt{\frac{2}{5}gh}$.

7. C. Aktuell bevegelse for de to klossene er mot høyre for A og mot venstre for B. På kloss B virker snorkraft mot venstre og friksjonskraft mot høyre, motsatt like store så lenge klossen(e) er i ro. Maksimal friksjonskraft like før klossen starter å gli: $S = F_{f,B} = \mu_s F_{N,B} = \mu_s m_B g = 0,600 \cdot 3,00 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ ms}^{-2} = 17,6 \text{ N}$.

8. D. Umiddelbart før klossene beveger seg er trekrafta F lik sum av krefter i motsatt retning på A (Newton 1). Friksjonskraft mellom A og B: $F_{f,B} = \mu_s m_B g = 17,6 \text{ N}$ (beregnet over) mot venstre på A. Friksjonskraft mellom A og underlag: $F_{f,A} = \mu_s (m_A + m_B)g = 0,600 \cdot 8,00 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ ms}^{-2} = 47,1 \text{ N}$ mot venstre på A. Snorkrafta $S = F_{f,B} = 18 \text{ N}$, totalt $17,6 \text{ N} + 47,1 \text{ N} + 17,6 \text{ N} = 82,3 \text{ N}$.

9. E. Fra oppgitt $x(t)$ og $y(t)$ er $a_x = \ddot{x}(t) = R\omega^2 \sin \omega t$ og $a_y = \ddot{y}(t) = R\omega^2 \cos \omega t$ slik at $|a| = \sqrt{R^2\omega^4(\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t)} = R\omega^2 = V^2/R$. Eller enklere: Rullebevegelsen er sammensatt av translasjon V og rotasjon ω der $V = \omega R$. Translasjonen har ingen akselerasjon, rotasjonen har sentripetalakselerasjon $a_c = \omega^2 R = V^2/R$.

10. A. Støt mellom to roterende skiver. Spinnet (dreieimpulsen), L_{tot} , er bevart i alle støt. Dermed halveres vinkelhastigheten etter støtet. Total kinetisk energi etter blir $E_{\text{etter}} = \frac{1}{2}(2I)(\omega/2)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2} \cdot E_{\text{før}}$.

11. D. Kraftmomentet $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ vil etter høyrehåndsregelen falle langs $-x$.

12. C. Uten friksjon er det kun snakk om translasjon, og tyngden til klossen gir følgende akselerasjon (Newton 2 for systemet av kloss+sylinder)

$$a = \frac{\Sigma F}{\Sigma M} = \frac{Mg}{2M} = \frac{1}{2}g.$$

13. D. Ved rein rulling er $a = \alpha R$. Rotasjonsakselerasjonen for sylindren kommer fra friksjonskraft F_f som må virke mot venstre. Newton 2 (translasjon) for systemet kloss+sylinder gir

$$Mg - F_f = 2M \cdot a, \quad (1)$$

mens spinnsatsen (N2-rot) for sylindren gir

$$\tau = I\alpha \Rightarrow F_f R = \frac{1}{2} M R^2 \frac{a}{R} \Rightarrow F_f = \frac{1}{2} M a. \quad (2)$$

Uttrykket (??) for F_f innsatt i likn. (??) gir

$$Mg - \frac{1}{2} M a = 2M \cdot a \Rightarrow \frac{5}{2} M a = Mg \Rightarrow a = \underline{\underline{\frac{2}{5}g}}.$$

14. E. Sylindren vil gli bortover med delvis rulling. Friksjonen blir kinematisk med frik. koeffisient $\mu = 0,10$. Friksjonskrafta virker mot venstre og er lik $F_f = 0,10 \cdot F_N = 0,10 \cdot Mg$. Likn. (??) gir

$$Mg - F_f = 2M \cdot a \Rightarrow Mg - 0,10 \cdot Mg = 2M \cdot a \Rightarrow a = \underline{\underline{\frac{9}{20}g}}.$$

15. A. Når kulene henger sammen er dette et fullstendig uelastisk støt, og det vil tapes energi. Under en kollisjon uten ytre krefter er alltid p og L bevart (her er sammenhengen $L = \ell p$ for hver av kulene, der ℓ er snorlengden).

16. A. Fart til venstre kule før støt fra energibevarelse $mgh = \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow v_1^2 = 2gh$. Med v' = fellesfarten etter støtet gir bevaring av bevegelsesmengden: $mv_1 = 2mv'$. Energibevaring etter støtet gir: $2mgH = \frac{1}{2}(2m)v'^2$, som gir $H = \frac{1}{2} \frac{v'^2}{g} = \frac{1}{2} \frac{v_1^2}{4g} = \frac{1}{2} \frac{2gh}{4g} = \frac{h}{4}$.

17. E. Steiners sats: $I = I_0 + b^2m = \frac{1}{2}mR^2 + R^2m = 3/2 mR^2$.

18. D Translasjonsfarten $v = \omega R$ er gitt ved energibevarelse:

$$Mgh = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}Mv^2 \left(1 + \frac{I}{MR^2}\right) = \text{lik for alle.}$$

En sylinder har større treghetsmoment enn kuler: $I_{\text{syl}} = \frac{1}{2}MR^2$, $I_{\text{kule}} = \frac{2}{5}MR^2$. Da blir v ved bunnen minst for sylinderen og lik for begge kulene.

19. C. Friksjonskrafta er konstant så lenge kula glir, og lik $F_f = -\mu_k mg$. Dette er eneste krafta i horisontal retning, og Newtons 2.lov gir da at translasjonsakselerasjonen er konstant og lik

$$a = \frac{F_f}{m} = \underline{\underline{-\mu_k g}}.$$

20. E. Friksjonskrafta $|F_f| = \mu_k mg$ virker mot venstre og er den eneste som kan gi rotasjon. Kula har $I = \frac{2}{5}mR^2$ og Newtons 2.lov for rotasjon gir at friksjonskrafta gir positiv vinkelakselerasjon α :

$$I\alpha = F_f R \Rightarrow \alpha = \frac{\mu_k mg R}{\frac{2}{5}mR^2} = \underline{\underline{\frac{5}{2R}\mu_k g}}.$$

21. C. Mekanisk energi er bevart, så hastigheten er mindre på toppen enn ved bunnen. Dette er nok til å fastslå at C er riktig figur, siden sentripetalakselerasjonen er v^2/r . På høyre og venstre side har vi i tillegg baneakselerasjonen g retta nedover, som gir total akselerasjon på skrå nedover og inn mot midten.

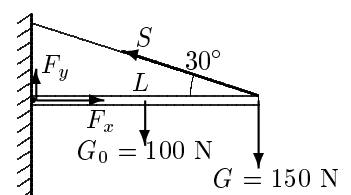
22. A. Amplityden x_0 er altså uendra. I ytterstilling er $v = 0$ og kin. energi lik null, slik at total energi er lik potensiell energi $= \frac{1}{2}kx_0^2$ og uendra. (Hastigheten ved $x = 0$ blir mindre slik at $\frac{1}{2}mv_0^2$ også holdes uendra.)

23. C. $\dot{x}(t) = -0,120 \text{ m} \cdot 40\text{s}^{-1} \cdot \sin(30\text{s}^{-1}t + \pi/6)$ og maks. hastighet er $= |-0,120 \text{ m} \cdot 40\text{s}^{-1}| = 4,8 \text{ m/s}$.

24. D. Tyngden Mg av loddet fordeles med halvparten på hver av de to snorene i overkant av nedre trinse, dvs. $\frac{1}{2}Mg$. Snorkrafta i denne høyre snora må være lik over øvre trinse og over til venstre snor der F virker. Ved likevekt må derfor $F = \frac{1}{2}Mg$. På hele systemet virker da krafta $Mg + \frac{1}{2}Mg = \frac{3}{2}Mg$ nedover, som må være lik snorkrafta mot taket.

25. A. Vertikalkomponenten av krafta fra hengslingen, F_y , finnes enklest fra momentbalanse om høyre endepunkt av bjelken:

$$F_y \cdot L = G_0 \cdot L/2 \Rightarrow F_y = G_0/2 = \underline{\underline{50 \text{ N}}}.$$



TERMISK FYSIKK:

26. E. I en isobar prosess endres både T og V , dermed endres U og det er arbeid $dW = pdV$. Det er generelt også varmeutveksling dQ .

27. B. Ved adiabatisk ekspansjon faller temperaturen fordi $\Delta U = W < 0$. Areal under pV -kurve og dermed arbeidet er mindre enn for isoterm, uansett temperatur og V_2/V_1 .

28. A. 1. Hovedsetning: $Q = \Delta U + W$. Temp. øker likt $\Rightarrow \Delta U > 0$ og lik i begge. Konstant volum: $W = 0$. Volumet må øke når T skal øke med konstant trykk, dvs. $W > 0$, dermed Q_p størst. Eller: $Q_p = nC_p\Delta T > nC_V\Delta T = Q_p$ fordi $C_p > C_V$.

29. B. Ved konst p utvider gassen seg og gjør ytre arbeid $W > 0$. $U = Q - W$ gir at indre energi øker mindre enn 10 J.

30. C. For metall er $U = C_p \cdot n \cdot T$, når U dobles vil også T (i kelvin) dobles. Dermed er $T_2 = 2 \cdot (273 + 20) \text{ K} = 586 \text{ K}$, dvs. 313° C .

31. C. Partiklenes midlere kinetiske energi, $\langle E_k \rangle = \frac{1}{2}m\langle v^2 \rangle$, er proporsjonal med systemets temperatur T . En halvering av T betyr derfor en halvering av $\langle v^2 \rangle$, dvs. v_{rms} reduseres med faktoren $1/\sqrt{2} \approx 0,7$, en reduksjon på ca. 30 prosent.

32. A. Ekvipartisjonsprinsippet sier at energien fordeles med $\frac{1}{2}k_B T$ per frihetsgrad per molekyl, uansett masse. Per atom blir det derfor like mye (indre) energi U for de to enatomige gassene siden begge har tre frihetsgrader.

33. B. Arbeid $W =$ varme inn - varme ut. Effektivitet $e = \frac{W}{Q_{\text{inn}}} = \frac{Q_{\text{inn}} - Q_{\text{ut}}}{Q_{\text{inn}}} = \frac{64 - 42}{64} = 0,34$.

34. A. Koeksistenskurven/-området for væske og gass ender, for økende trykk, i kritisk punkt.

35. D. $\eta = W/Q_{\text{inn}} = (Q_{\text{inn}} - Q_{\text{ut}})/Q_{\text{inn}} = (12000 - 8000)/12000 = 1/3$.

36. C. Varmekapasitet per partikkel i en ideell gass er av størrelsesorden k_B , mens varmekapasiteten per mol er av størrelsesorden R .

37. A. 1.hovedsetning: $\Delta U = Q - W > 0$ og lik for alle. Arbeid W er lik areal under prosesskurva og positiv for alle, derfor må $Q = \Delta U + W > 0$ og størst for prosessen med størst W . Arbeid er lik areal under prosesskurva, størst for prosess 1.

38. C. En isoterm fra tilstand a er brattere enn isobaren ab men slakere enn adiabaten ac. Dermed: $T_b > T_a > T_c$.

39. B. Med isentropisk prosess mellom b og c er åpenbart $S_b = S_c$. Med det oppgitte uttrykket $dS = C_V dT/T$ for isokor prosess er det videre klart at entropien øker fra a til b. Dermed: $S_a < S_b = S_c$.

40. E. Ideell gasslov gir $T = pV/RT$ og $T_0 = p_0V_0/RT$ og i oppgitt $S(T, V)$ erstatter vi da $T/T_0 = pV/(p_0V_0)$. Vi bruker også at for ideell gass er $C_V + R = C_p$:

$$\begin{aligned} S &= nC_V \ln(T/T_0) + nR \ln(V/V_0) + S_0 \\ &= nC_V \ln(p/p_0) + nC_V \ln(V/V_0) + nR \ln(V/V_0) + S_0 \\ &= nC_V \ln(p/p_0) + nC_p \ln(V/V_0) + S_0 \end{aligned}$$

41. D. En Carnot-prosess består av to isotermer og to isentropiske prosesser, dvs. med hhv. T konstant og S konstant. Dermed et rektangel i et (S, T) -diagram.

42. B. Formelark: $\Delta S_{12} = nC_V \ln T_2/T_1 + nR \ln V_2/V_1 \stackrel{\text{isoterm}}{=} nR \ln 15,0/3,0 = 1,0 \text{ mol} \cdot 8,314 \text{ J}/(\text{K mol}) \cdot \ln 5,0 = 13,4 \text{ J}/\text{K}$.

43. C. I en isoterm prosess er tilført varme like stor som arbeid utført ($\Delta U = Q - W = 0$). Vi får dermed

$$Q = W = nRT_H \ln V_2/V_1 = 1,00 \cdot 8,31 \cdot 600 \text{ J} \cdot \ln 3 = 5,47 \text{ kJ}.$$

44. C. Ettersom varmen i de isokore prosessene regenereres vil virkningsgraden være gitt av forholdet mellom netto arbeid og tilført varme $\eta = (W_H + W_L)/Q_H$. Ettersom $Q_H = W_H$ i den isoterme prosessen får vi

$$\eta = \frac{W_H + W_L}{W_H} = \frac{nRT_H \ln V_2/V_1 + nRT_L \ln V_1/V_2}{nRT_H \ln V_2/V_1} = \frac{T_H - T_L}{T_H} = \frac{300}{600} = 0,50.$$

Med antakelsen om at varmene i de isokore prosesser utnytter hverandre fullt ut, blir altså virkningsgraden som for en Carnotmaskin.

45. E. Entropi er en tilstandsvariabel og endringen i denne gjennom en full syklus vil dermed være 0. Kan også regnes ut fra oppgitte data:

$$\begin{aligned}\Delta S_{12} &= Q_H/T_H = 10 \text{ kJ}/1000 \text{ K} = 10 \text{ J/K}, \\ \Delta S_{34} &= Q_L/T_L = 5 \text{ kJ}/500 \text{ K} = -10 \text{ J/K}, \\ \Delta S_{23} &= \int_2^3 dQ/T = nC_V \int_2^3 dT/T = nC_V \ln T_L/T_H, \\ \Delta S_{41} &= \int_4^1 dQ/T = nC_V \int_4^1 dT/T = nC_V \ln T_H/T_L.\end{aligned}$$

Med $\Delta S_{34} = -\Delta S_{12}$ og $\Delta S_{41} = -\Delta S_{23}$ blir totalt $\Delta S = 0$.

46. A. Temp.økning fra $T = (227 + 273) \text{ K} = 500 \text{ K}$ til $T' = 700 \text{ K}$ gir $\frac{P'}{P} = \frac{\sigma T'^4 - \sigma T_{\text{omg}}^4}{\sigma T^4 - \sigma T_{\text{omg}}^4} = \frac{700^4 - 273^4}{500^4 - 273^4} = 4,1$.

47. C. Varmestrømmen avtar omvendt proporsjonal med tykkelsen ℓ : $\dot{Q} = Aj = \kappa \Delta T A / \ell$

48. D. Med $0,25/0,035 \simeq 7$ ganger større varmeledningsevne i gips enn i glava har vi ca 7 ganger mindre temperaturendring per lengdeenhet i gips enn i glava. Kurve D passer best til dette.

49. C. Ved stasjonære forhold er varmestrøm inn mot og ut fra midtplaten like store:

$$\sigma(T_1^4 + T_3^4) = 2\sigma T_2^4 \quad \Rightarrow \quad T_2 = ((T_1^4 + T_3^4)/2)^{1/4} = 334 \text{ K}.$$

50. C. Siden temperaturen på ytterflatene (T_v og T_h) er gitt, trenger vi ikke ta med varmeovergangen $\alpha \Delta T$ for disse flatene. Med $\kappa_a = 2\kappa_b$ og $a = 2b$ kan varmestrøm $j = \kappa \Delta T / \ell$ gjennom hvert lag uttrykkes:

$$j_A = 2\kappa_b \cdot (T_v - T)/2b = \kappa_b \cdot (T_v - T)/b, \quad j_B = \kappa_b \cdot (T - T_h)/b.$$

Ved stasjonære forhold (konstant T) er varmestrømmen den samme gjennom begge lag, $j_A = j_B$, og dette gir

$$T_v - T = T - T_h \quad \Rightarrow \quad T = \frac{1}{2}(T_v + T_h) = \underline{45^\circ \text{C}}.$$