TFY4104/TFY4115 Fysikk Eksamen 6. desember 2018

Løsningsforslag Oppgave 1 – 25 Mekanikk

1) A: Ingen horisontale krefter på kula, så $a_x = 0$, v_x er konstant, og x øker lineært med tiden t.

2) A: Energibevarelse gir:

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}mv_1^2 + mga &= \frac{1}{2}mv_2^2 + mgb \\ \Rightarrow v_2 &= \left[v_1^2 + 2g\,(a-b)\right]^{1/2}\end{aligned}$$

3) D: Pianoet står i ro, så total kraft på det er null. Horisontalt påvirkes pianoet av deg, dvs skyvkraften på 700 N, og en motsatt rettet og like stor friksjonskraft fra teppet.

4) E: Impulsbevarelse: $|p_2| = |p_3| = p$. Det gir $K_3/K_2 = (p^2/6m)/(p^2/4m) = 2/3$, slik at $K_2/(K_2 + K_3) = K_2/(5K_2/3) = 3/5 = 60\%$.

5) B: Beltedelen som har kontakt med underlaget står i ro. Øvre horisontale beltedel har dobbelt så stor hastighet som gravemaskinen.

6) E:

$$A = 4\pi r^2 = 15.205\,\mathrm{cm}^2$$

For å anslå usikkerheten i A, kan vi regne ut A med radius hhv 11.1 og 10.9 mm. Dette gir hhv 15.483 og 14.930 cm^2, så vi ser at usikkerheten i A er ca ± 0.3 cm^2. Alternativt, og litt raskere, kan vi si at

$$\Delta A/A = 2\Delta r/r \quad \Rightarrow \quad \Delta A = 2A\Delta r/r \simeq 0.3\ \mathrm{cm}^2$$

7) B:

$$m = \rho V = 7.86\ \mathrm{g/cm}^3 \cdot (4\pi/3) \cdot 1.1\,\mathrm{cm}^3 = 43.8\ \mathrm{g}$$

8) E:

$$I_0/m = 2r^2/5 = 48.4\ \mathrm{mm}^2$$

9) A:

$$K = mv^2/2 + I_0\omega^2/2 = 7mv^2/10$$

Starthøyde: $y_0 \cdot (1.2^4 - 1.2^2) = 0.6336 y_0$. Dermed:

$$|\Delta U| = K \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{10g \cdot 0.6336 y_0/7} = 149\,\mathrm{cm/s}$$

10) C: Helningsvinkel gitt ved $\tan\theta = dy/dx$, med

$$dy/dx = y_0(4x^3/L^4 - 2x/L^2).$$

I hver ende er $x = \pm 6L/5$ som gir

$$|dy/dx|_{\max} \simeq 4.5y_0/L = 0.45.$$

Det gir en (maksimal) helningsvinkel $\theta_{\max} = \arctan 0.45 = 24°$.

11) A: I banens to bunnpunkter (og det lokale topp-punktet ved $x = 0$) er $dy/dx = 0$: $dy/dx \sim 4x^3/L^4 - 2x/L^2 \sim 4x^2/L^2 - 2 = 0$ for $x = \pm L/\sqrt{2}$. Her er $d^2y/dx^2 = y_0(12x^2/L^4 - 2/L^2) = y_0(6-2)/L^2 = 4y_0/L^2 = 1/\rho$, slik at krumningsradien er $\rho = L^2/4y_0 = 625$ cm.

12) B: Kinetisk energi øker lineært med tiden: $K(t) = A(t - t_0)$. Da er tilført effekt konstant: $P = dK/dt = A$. Dvs, $P = Fv = mav = A$ er konstant. Siden $K = mv^2/2$, vil $v \sim \sqrt{t}$ og $a \sim 1/\sqrt{t}$, og dermed vil $F \sim 1/\sqrt{t}$.

13) C: Energibevarelse gir $kx^2/2 = mv^2/2$, dvs $k = mv^2/x^2 = 0.042 \cdot 0.42^2/0.042^2 = 4.2$ N/m.

14) D: Fra figuren ser vi at $\rho(R) = \rho_0/4$, som betyr at $\alpha = 3/4$.

15) B: Et tynt kuleskall med radius r og tykkelse dr har volum $dV = 4\pi r^2 dr$ (oppgitt), og følgelig masse $dm = \rho(r)dV = \rho_0(1 - \alpha r/R) \cdot 4\pi r^2 dr$. Hele jordas masse bestemmes ved å legge sammen massene til slike tynne kuleskall, fra innerst ($r = 0$) til ytterst ($r = R$):

$$\begin{aligned}
M &= \int dm = \int_0^R \rho_0\,(1 - \alpha r/R) \cdot 4\pi r^2 dr \\
&= 4\pi\rho_0 \Big|_0^R \left(\frac{r^3}{3} - \frac{\alpha r^4}{4R}\right) \\
&= 4\pi\rho_0 \left(\frac{4R^3}{12} - \frac{3\alpha R^3}{12}\right) \\
&= \frac{\pi(4-3\alpha)}{3}\,\rho_0 R^3.
\end{aligned}$$

Altså er $\beta = \pi(4 - 3\alpha)/3$.

16) D: $a = v^2/r = (100/3.6)^2/(250/2\pi) = 19.4$ m/s^2.

17) B: $x(t) = x_0 \sin\omega t$, $v(t) = \omega x_0 \cos\omega t$, $a(t) = -\omega^2 x_0 \sin\omega t$. Her er $x_0 = 3.3$ cm og $\omega^2 x_0 = 9.6$ cm/s^2, slik at $\omega = \sqrt{9.6/3.3} = 1.7$ s^{-1}. Dermed

er maksimal hastighet $\omega x_0 = 5.6$ cm/s.

18) A: N2 for "restraketten" er $u \cdot dm/dt = m \cdot dv/dt$, dvs $dm/m = dv/u$, som integrert gir $\ln(m/m_0) = (v - v_0)/u$, dvs $m = m_0 \exp((v - v_0)/u) = m_0 \exp(-(v - v_0)/|u|)$, ettersom $u < 0$. Med $v - v_0 = 1.4$ km/s, $|u| = 2.6$ km/s og $m_0 = 7.5 \cdot 10^5$ kg, er rakettens masse redusert fra m_0 til $m = 0.584 m_0 = 4.38 \cdot 10^5$ kg ved fartsdoblingen. Dette tilsvarer en massereduksjon på $3.12 \cdot 10^5$ kg. Det forbrukes $0.13 \cdot 10^5$ kg bensin pr sekund. Følgelig har det tatt $3.12/0.13 = 24$ sekunder å doble farten.

19) C: $L = L_b + L_s = mrv + (2/5)mr^2 \cdot v/r = 7mrv/5 = 7 \cdot 0.130 \cdot 0.02625 \cdot 1.0/5 = 4.78 \cdot 10^{-3}$ kg m^2/s (Js).

20) A: Dette er rotasjon med konstant vinkelakselerasjon α bestemt av N2 for rotasjon, $\alpha = \tau/I_0 = Fr/I_0$. Her har vi et tynt kuleskall, og $I_0 = (2/3)mr^2$. Rotert vinkel er dermed $\phi = (1/2)\alpha t^2 = (3F/4mr)t^2 = (3 \cdot 20/4 \cdot 0.0027 \cdot 0.020) \cdot 10^{-6} = 0.278$ radianer = 16 grader.

21) D: Med utsving x fra likevekt virker kreftene fra de to fjærene i samme retning, slik at N2 blir $m\ddot{x} + (k_1 + k_2)x = 0$. Da er perioden $T = 2\pi\sqrt{m/(k_1 + k_2)} = 2\pi\sqrt{0.050/145} = 0.12$ s.

22) A: Eksakt forflytning er $s(t_1) = v_0 t_1 + a t_1^2/2 = 0.01217$ m. Numerisk:
$s_1 = s_0 + v_0 \Delta t = 0.4 \cdot 0.025 = 0.010$ m
Feil i s_1: $0.01217 - 0.010 = 0.00217$ m $\simeq 2.2$ mm.

23) C: Energibevarelse: $mgh = mv^2/2$, slik at $v = \sqrt{2gh} = 27.66$ m/s = 100 km/t.

24) A: Vi finner v_y som funksjon av rotert vinkel"ϕ med energibevarelse og figurbetraktning: Vertikal forflytning er $\Delta y = h \sin\phi$, og $v_y = v \cos\phi$. Dermed: $v_y = \sqrt{2gh \sin\phi} \cos\phi$. Maksverdi når $dv_y/d\phi = 0$, eller kanskje litt enklere, når $dv_y^2/d\phi = 0$:

$$dv_y^2/d\phi = 2gh\frac{d}{d\phi}\left(\sin\phi - \sin^3\phi\right) \sim \cos\phi(1 - 3\sin^2\phi) = 0$$

dersom $\phi = \arcsin(1/\sqrt{3}) = 35$ grader.

25) D: Amplitudereduksjon 0.03 prosent pr periode betyr at $e^{-\gamma T} = 0.9997$. Videre er $Q = \omega_0/\Delta\omega = 2\pi/2\gamma T = \pi/\gamma T$. Dermed: $Q = -\pi/\ln 0.9997 = 10^4$.

TFY4115 Fysikk Eksamen 6. desember 2018

Løsningsforslag Oppgave 26 – 50 Termisk fysikk

26) C: Minimalt trykk under de tre sugekoppene er $p = 0$. Maksimal løftekraft blir $F = 3p\pi r^2 = 3 \cdot 1.013 \cdot 10^5 \cdot \pi \cdot (0.1115/2)^2$ N $= 3157$ N, som tilsvarer en masse $m = F/g = 322$ kg.

27) B: Alle fire påstander er riktige.

28) A: Indre energi endres ikke i den isoterme utvidelsen, men øker i den adiabatiske kompresjonen. (Trykket er lavest i tilstand 2. Tilført varme er positiv fra 1 til 2 og null fra 2 til 3. Temperaturen er lavest og lik i tilstand 1 og 2. Arbeid på gassen i den adiabatiske kompresjonen er større enn arbeid utført av gassen i den isoterme utvidelsen.)

29) A: For toatomige molekyler er $U/N = 5k_BT/2$, for enatomige er $U/N = 3k_BT/2$. Forholdet blir $5/3 = 1.67$.

30) D: 1. lov gir påkrevd arbeid $W = 1.5$ kJ pr syklus. Dette er her kostnaden, mens nytten er 6.0 kJ varme inn i stua. Da blir effektfaktoren $6.0/1.5 = 4.0$.

31) E: Isoterm utvidelse fra a til b betyr at $T_a = T_b$. Isokor trykkøkning fra c til a betyr temperaturøkning og $T_c < T_a$.

32) A: Med reversible prosesser er $\Delta S = Q/T$. Her er $Q_{ab} > 0$, $Q_{bc} < 0$ og $Q_{ca} > 0$, slik at $S_b > S_a$, $S_b > S_c$ og $S_a > S_c$, og dermed $S_b > S_a > S_c$.

33) D: Dette er en varmekraftmaskin, med virkningsgrad $W_{\text{netto}}/Q_{\text{inn}}$. Her er $W_{\text{netto}} = W_{ab}+W_{bc}$ (hhv positivt og negativt bidrag) mens $Q_{\text{inn}} = Q_{ab}+Q_{ca}$ (begge positive, dvs varme tilført systemet). $Q_{bc} < 0$ er avgitt spillvarme".

34) C: $W = W_{ab} + W_{bc} = RT \ln 2 - p_bV$. I tilstand b gir tilstandsligningen $p_b \cdot 2V = RT$, slik at $p_bV = RT/2$. Dermed er $W = RT \ln 2 - RT/2 = 0.19RT = 0.19 \cdot 8.314 \cdot 500 = 803$ J.

35) D: Siden entropien er en tilstandsfunksjon, kan ΔS beregnes ved å betrakte en isoterm utvidelse til et tre ganger så stort volum: $\Delta S = \int dS = \int pdV/T = nR \int_V^{3V} dV/V = nR \ln 3$. Tilstandsligningen gir $nR = pV/T = 9.0 \cdot 1.013 \cdot 10^5 \cdot 2.5 \cdot 10^{-3}/300 = 7.60$ J/K, slik at $\Delta S = 8.3$ J/K.

36) B: $Q = 334 \cdot 150 = 50100$ J. For omgivelsene er dette avgitt varme, slik at $\Delta S = -Q/T = -50100/296.15 = -169$ J/K.

37) A: Entropi er tilstandsfunksjon, så vi kan f eks betrakte isoterm reversibel prosess, da temperaturen her er den samme i start- og i slutt-tilstand. ($p_0V_0 = nRT = (p_0/2)(2V_0)$) Dermed: $\Delta S = R\int_{V_0}^{2V_0} dV/V = R\ln 2 = 5.8$ J/K pr mol.

38) C: $p = RT/V = 8.314 \cdot 293/7.88 \cdot 10^{-3} = 3.091 \cdot 10^5$ Pa $= 3.05$ atm.

39) E: $p = RT/(V-b) - a/V^2 = 313683\,\mathrm{Pa} - 21002\,\mathrm{Pa} = 292681\,\mathrm{Pa} = 2.89$ atm.

40) B: Parameteren b i van der Waals tilstandsligning tar hensyn til at molekylene tar litt plass, slik at tilgjengelig volum for et gitt molekyl er noe mindre enn det totale volumet V. Her har vi 1.00 mol væske, og med $b = 0.1142$ L/mol må vi forvente et væskevolum som er noe større enn dette. Men siden tilsvarende mengde i gassform opptar et volum 7.88 L, må vi samtidig forvente et væskevolum mye mindre enn 7.88 L. Dermed gjenstår bare 0.17 L som et realistisk alternativ.

41) C: $T_c = (1/R)(V_c - b)(p_c + a/V_c^2) = (1/R) \cdot 2b \cdot 4a/27b^2 = 8a/27Rb = 8 \cdot 1.3041/27 \cdot 8.314 \cdot 0.0001142 = 407$ K.

42) A: Fordampingskurven går fra trippelpunktet 4 og ender i kritisk punkt 2.

43) E: $\langle K_{\mathrm{trans}}\rangle = (m/2)\langle v^2\rangle = (3/2)RT$ dersom m tilsvarer molar masse. Dermed: $V_{\mathrm{rms}} = \sqrt{\langle v^2\rangle} = \sqrt{3RT/m} = \sqrt{3 \cdot 8.314 \cdot 293/0.05812} = 355$ m/s.

44) B: Hver kvadratiske frihetsgrad bidrar med $k_B/2$ til C_V pr partikkel, dvs med $R/2 = 4.157$ J/K pr mol. Da tilsvarer 88.3 J/K ca 21 kvadratiske frihetsgrader. Her inngår 3 knyttet til translasjon og 3 knyttet til rotasjon, slik at vi står igjen med ca 15 kvadratiske vibrasjonsfrihetsgrader.

45) E: Vi setter $E_{\mathrm{rot}}^{(l)} = k_BT$ og får $l(l+1) = k_BTI/\hbar^2 = 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \cdot 10^{-45}/(1.05 \cdot 10^{-34})^2 \simeq 376$. Da passer $l = 19$ best, siden $19 \cdot 20 = 380$.

46) D: Vi bruker damptrykk-kurven med kokepunktet (11.7 kuldegrader, 1 atm) som referanse ($l = 21300$ J/mol):
$p_d(113.55) = p_d(261.45) \cdot \exp((l/R)(1/261.45 - 1/113.55)) = 1\,\mathrm{atm} \cdot \exp(-12.76) = 0.29\,\mathrm{Pa}$.
(Her bommer vi litt på eksperimentell verdi som er ca 0.019 Pa.)

47) D: $\Delta T = 8$ K, $R = (0.025/0.25 \cdot 1) + (0.075/0.035 \cdot 1) = 0.10 + 2.14 = 2.24$ K/W, $P = \Delta T/R = 8/2.24 = 3.6$ W.

48) B: Effekttap gjennom 0.14 m^2 tre, tykkelse 0.20 m: $P_t = j_t A_t = \kappa_t \Delta T A_t / a = 0.12 \cdot 30 \cdot 0.14/0.20 = 2.52$ W.
Effekttap gjennom 0.86 m^2 mineralull, tykkelse 0.20 m: $P_m = j_m A_m = \kappa_m \Delta T A_m / a = 0.035 \cdot 30 \cdot 0.86/0.20 = 4.52$ W.
Totalt effekttap gjennom 1 m^2: 7.0 W.

49) C: $P_2/P_1 = (T_2^4 \cdot A_2/T_1^4 \cdot A_1) = 2^4 \cdot (R_2/R_1)^2 = 2^4 \cdot (V_2/V_1)^{2/3} = 2^4 \cdot 1/2^{2/3} = 2^{10/3} = 10$.

50) C: $\alpha = (1/\Delta T)(\Delta L/L)$ slik at $\Delta L = \alpha L \Delta T = 10^{-5} \cdot 260 \cdot 10^3 \cdot 50$ m $=$ 130 m.