TFY4115 Fysikk Løsningsforslag til Eksamen 7. august 2019

1) **E**
Klossen starter i posisjon

$$x(0) = -v_0\tau = -0.40 \cdot 0.25 = -0.10 \text{ m} = -10 \text{ cm}.$$

2) **B**

$$x(t \gg \tau) \simeq x(\infty) = 0.$$

3) **B**
Klossen snur når $dx/dt = 0$, dvs

$$v_0 \exp(-t/5\tau) - (v_0(t-\tau)/5\tau)\exp(-t/5\tau) = 0,$$

dvs

$$(6v_0/5)\exp(-t/5\tau) - (v_0 t/5\tau)\exp(-t/5\tau) = 0,$$

som har løsning $t = 6\tau$. Dette skjer i posisjon

$$x(6\tau) = v_0 \cdot 5\tau \cdot \exp(-6/5) = 0.15 \text{ m} = 15 \text{ cm}.$$

4) **D**

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d}{dt}\left[(6v_0/5)\exp(-t/5\tau) - (v_0 t/5\tau)\exp(-t/5\tau)\right] = \left[-6v_0/25\tau - v_0/5\tau + v_0 t/25\tau^2\right]\exp(-t/5\tau),$$

som for $t = 0$ blir $a(0) = -11v_0/25\tau = -0.704 \text{ m/s}^2 = -70 \text{ cm/s}^2$.

5) **E**

$$\phi = \int_0^{\pi/\omega_0} \omega(t)\, dt = 2\omega_0 \int_0^{\pi/\omega_0} (1 - \cos 2\omega_0 t)\, dt = 2\omega_0 \cdot \pi/\omega_0 = 2\pi.$$

6) **D**

$$a_\perp^{\text{max}} = \omega_{\text{max}}^2 R = 16 \cdot 0.10^2 \cdot 4.0 = 0.64 \text{ m/s}^2 = 64 \text{ cm/s}^2.$$

7) **C**

$$a_\parallel = \frac{dv}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} = R \cdot 4\omega_0 \cdot 2\sin\omega_0 t\cos\omega_0 t = 4\omega_0^2 R\sin 2\omega_0 t,$$

som har maksimalverdi $4\omega_0^2 R$ (ved $\omega_0 t = \pi/4$ og $3\pi/4$), dvs 16 cm/s^2.

8) **B**
Tapet i potensiell energi tilsvarer oppnådd kinetisk energi, som er summen av translasjons- og rotasjonsenergi: $mg\Delta y = \frac{1}{2}(1+c)mv^2 = 7mv^2/10$, siden $c = 2/5$ for ei kompakt kule. Dermed er $v = \sqrt{10g\Delta y/7}$. Her er $\Delta y = y(0) - y(10R) = R - R\exp(-7) \simeq R = 0.20$ m, slik at $v = 1.67$ m/s.

9) **D**
Helningsvinkelen β er bestemt ved at $\tan\beta = dy/dx$. Her er

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{7}{10}\exp(-7x/10R),$$

som har sin maksimale verdi 0.7 i $x = 0$. Dermed er

$$\beta_{\text{max}} = \arctan(0.7) = 35^\circ.$$

10) **A**
Flaggstangas totale mekaniske energi (der vi velger potensiell energi $U = 0$ på bakkenivå): $E = MgL/2$. I det stanga er horisontal er $U = MgL/5$, og dermed er $K = E - U = 3MgL/10$. Med ren rotasjon om A er $K = I_A\omega^2/2$, med

$$I_A = ML^2/12 + M(3L/10)^2 = 13ML^2/75$$

(Steiners sats). Dermed er $\omega^2 = 3MgL/5I_A = 45g/13L$. Med $L = 5.00$ m blir $\omega = 2.606$ rad/s. Toppen av flaggstanga roterer om A langs en sirkelbane med radius 4.00 m, slik at $v_B = 2.606 \cdot 4.00 = 10.4$ m/s.

11) **E**
Avstanden fra A til de tre kulene er hhv $d/2$, $d/2$ og (med Pythagoras) $\sqrt{d^2 - (d/2)^2} = \sqrt{3d^2/4}$. Dermed er

$$I_A = 2 \cdot m \cdot (d/2)^2 + m \cdot 3d^2/4 = 5md^2/4 = 0.0195,$$

i enheten kg m^2, dvs 19.5 g m^2.

12) **E**
Her benytter vi Steiners sats og at treghetsmomentet med hhp en akse normalt på ei stang med masse m og lengde d gjennom sentrum av stanga er $md^2/12$. Mhp kvadratets sentrum har dermed hver sidekant et treghetsmoment $md^2/3$, slik at for hele kvadratet er $I_0 = 4md^2/3$. Aksen A er parallellforskjøvet $d/2$ relativt aksen gjennom kvadratets sentrum, så Steiners sats gir $I_A = I_0 + 4m(d/2)^2 = 4md^2/3 + md^2 = 7md^2/3$. Med $m = 0.25$ kg og $d = 0.25$ m får vi $I_A = 36.5$ g m^2.

13) **A**
La oss kalle sluttfarten (i absoluttverdi) til m og $2m$ for hhv v_1 og v_2. Systemet har total impuls lik null, og impulsbevarelse gir da $v_1 = 2v_2$. Lagret potensiell energi i den spente fjæra er $U = k(x_1 - x_0)^2/2$, og denne omdannes til kinetisk energi $K = K_1 + K_2 = mv_1^2/2 + 2mv_2^2/2 = 3mv_2^2$. Dette gir $v_2 = (x_1 - x_0)\sqrt{k/6m} = 0.035 \cdot \sqrt{45/0.090} = 0.78$ m/s.

14) **C**
Vi har sammenhengene $P = fv$ og $f = bv^2$ slik at $P = bv^3 = 0.60 \cdot (180/3.6)^3 = 75000$ W $= 75$ kW.

15) **C**
Newtons 2. lov gir $F = \Delta p/\Delta t = mv_0/\tau$ slik at $v_0 = F\tau/m = 290 \cdot 0.90 \cdot 10^{-3}/0.128 = 2.0$ m/s.

16) **C**
$a = f/m = \mu_k mg/m = \mu_k g = 0.2g = 2.0$ m/s^2.

17) **C**
Newtons 1. lov gir $k\Delta z = mg$, dvs en fjærkonstant $k = mg/\Delta z$. Loddet svinger med vinkelfrekvens $\omega_0 = \sqrt{k/m} = \sqrt{g/\Delta z}$, slik at perioden er $T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi\sqrt{\Delta z/g} = 2\pi\sqrt{0.034/9.81} = 0.37$ s.

18) **E**
Svingetid for en fysisk pendel (se formelark): $T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi\sqrt{I/mgd}$. Her er m pendelens totale masse, I er treghetsmomentet mhp aksen A, og d er avstanden fra A til CM.
Her er $m = 2M$, $d = 3L/4$ (som også antydet i figuren), og $I = ML^2 + ML^2/3 = 4ML^2/3$. Dermed: $T = 2\pi\sqrt{(4ML^2/3)/(2Mg \cdot 3L/4)} = 2\pi\sqrt{8L/9g}$, dvs $L = (9g/8)(T/2\pi)^2 = 0.28$ m.

19) **D**
$Q = \omega_0/\Delta\omega$, der $\Delta\omega \simeq 2\gamma$ er resonanskurvens halvverdibredde. Her er $\omega_0 = \sqrt{k/m} = 22.36$ s^{-1} og $2\gamma = b/m = 0.035/1.00 = 0.035$ s^{-1}, slik at $Q = 639$.

20) **E**
$A(t) = A(0)\exp(-\gamma t) = A(0)/5$ slik at $t = (1/\gamma)\ln 5 = (2/0.035)\ln 5 = 92$ s.

21) **A**
Utført arbeid pr syklus tilsvarer arealet som omsluttes av kurven $p(V)$, dermed $W = \pi/4$. (Positivt arbeid når det dreier seg om en varmekraftmaskin.)

22) **B**
Funksjonen F er isotrop (retningsuavhengig) dersom den kun avhenger av hastighetens absoluttverdi $v = |\boldsymbol{v}|$. Her gjelder dette alternativ C, siden vi kan skrive $v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 = v^2$.

23) **E**
Vibrasjonsfrekvensen i hydrogenmolekylet er så stor at energisplittingen mellom de kvantiserte vibrasjonsenerginivåene, $\hbar\omega$, tilsvarer en karakteristisk temperatur T_{vib} på flere tusen kelvin. Dersom systemets temperatur T er (mye) mindre enn T_{vib}, kan vibrasjonsmodene ikke bli eksitert. Praktisk talt alle molekylene befinner seg i grunntilstanden mhp vibrasjonsbevegelsen.

24) **B**
Med ideell gass og konstant temperatur er $dU = 0$ (siden indre energi U bare avhenger av T for en ideell gass). Da er $dQ = dW = p\,dV$, som med $p = nRT/V$ og $dS = dQ/T$ gir $\Delta S = \int_1^2 dS = \int_1^2 dQ/T = \int_{V_1}^{V_2}(nR/V)dV = nR\ln(V_2/V_1)$.

25) **E**
Ekvipartisjonsprinsippet gir bidraget $k_BT/2$ til (midlere) indre energi U for hvert kvadratiske ledd i energifunksjonen. Her har vi 4 slike kvadratiske ledd, og dermed $U = 2k_BT$ (pr oscillator). Med konstant volum er $dQ = dU$, slik at $C_V = dU/dT = 2k_B$.

26) **C**
1. lov gir påkrevd arbeid $W = 1.7$ kJ pr syklus. Dette er her kostnaden, mens nytten er 4.6 kJ varme inn i stua. Da blir effektfaktoren $4.6/1.7 = 2.7$.

27) **A**
$Q = 334 \cdot 220 = 73480$ J. For omgivelsene er dette avgitt varme, slik at $\Delta S = -Q/T = -73480/308.15 = -238$ J/K.

28) **B**
$P_2/P_1 = (T_2^4 \cdot A_2/T_1^4 \cdot A_1) = 4^4 \cdot (R_2/R_1)^2 = 4^4 \cdot (V_2/V_1)^{2/3} = 4^4 \cdot 1/3^{2/3} \simeq 123$.

29) **A**
Utvidelse, $\Delta V > 0$, tilsvarer at gassen gjør *positivt* arbeid på omgivelsene, og omvendt. Dermed er $W_{12} > 0$ og $W_{41} > 0$, mens $W_{23} < 0$ og $W_{34} < 0$.

30) **E**
Adiabatisk prosess: $Q = 0$ slik at $Q_{23} = Q_{41} = 0$. (Og da er bare E mulig.) Isoterm utvidelse: $Q > 0$ slik at $Q_{12} > 0$ og $Q_{34} < 0$.

31) **D**
Siden $U = U(T)$, er fortegnet på ΔU det samme som for ΔT. Dermed: $\Delta U_{12} = 0$ og $\Delta U_{34} = 0$. Siden $Q = 0$ i en adiabatisk prosess, gir 1. lov $\Delta U = -W$, dvs positivt arbeid W gir $\Delta U < 0$ da energien må tas fra gassens indre energi. Følgelig er $\Delta U_{23} > 0$ og $\Delta U_{41} < 0$.

32) **E**
Den termodynamiske identitet (1. lov for reversible prosesser) for en isoterm prosess, $dT = 0$, er $TdS = dW = p\,dV$, dvs $dS = p\,dV/T$, siden $dU = 0$ når $dT = 0$. For ideell gass er $p = nRT/V$, som gir $dS = nR\,dV/V$. Dermed (for $n = 1.00$ mol):

$$\Delta S_{12} = nR\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V} = nR\ln\frac{V_2}{V_1} = nR\ln 4 = 11.5 \text{ J/K}.$$

33) **E**

$$\varepsilon_V = |Q_H/W| = |Q_H/(Q_L+Q_H)| = 1/(1-T_1/T_4) = 1/(1-4/15) = 15/11 = 1.36.$$

34) **B**
Antall mol isobutan: $n = 105.0/58.12 = 1.807$ mol. Dermed: $p = nRT/V = 1.807{\cdot}8.314{\cdot}293/0.012 = 3.67{\cdot}10^5$ Pa = 3.67 bar.

35) **C**
Med molar masse m finner vi $v_{\text{rms}} = \sqrt{2\langle K_{\text{trans}}\rangle/m} = \sqrt{3RT/m} = \sqrt{3\cdot 8.314\cdot 318.15/0.05812} = 370$ m/s.

36) **D**
Med 261.45 K og 1.013 bar, dvs 101.3 kPa som referanse gir damptrykk-kurven

$$p_d(318.15) = 101.3 \text{ kPa}\cdot\exp\left(\frac{21600}{8.314}\left(\frac{1}{261.45}-\frac{1}{318.15}\right)\right) = 595 \text{ kPa}.$$

37) **B**
I trippelpunktet er gass, væske og fast fase i samtidig likevekt.

38) **D**
Bruker Fouriers lov, $\Delta T = R\cdot P$, der total varmemotstand er en seriekobling,

$$R = \sum_j \frac{L_j}{\kappa_j A} = \frac{1}{6.48}\cdot\left(2\cdot\frac{0.0125}{0.25}+\frac{0.075}{0.035}\right) = 0.346 \text{ K/W}.$$

Med en temperaturforskjell på 10 K blir varmestrømmen (varmeeffekten) $P = 10/0.346 = 28.9$ W. I løpet av 24 timer overføres varmemengden $W = 28.9\cdot 24 = 693$ Wh = 0.69 kWh.

39) **E**

$$R = \sum_j \frac{L_j}{\kappa_j A} = \frac{1}{1.0}\cdot\left(2\cdot\frac{0.10}{0.23}+\frac{0.15}{0.024}\right) = 7.1 \text{ K/W}.$$

40) **A**
Vi har $T_1 = 293$ K og $T_4 = 373$ K i de to varmereservoarene. La T_2 og T_3 være temperaturen til hhv venstre og høyre plate. Netto varmestrøm (pr flateenhet) mot venstre i de tre områdene er da, med Stefan-Boltzmanns lov (og med området lengst til venstre først)

$$\begin{aligned} j &= \sigma(T_2^4 - T_1^4) \\ j &= \sigma(T_3^4 - T_2^4) \\ j &= \sigma(T_4^4 - T_3^4) \end{aligned}$$

Her kan vi (for eksempel) addere disse tre ligningene (og dermed i første omgang eliminere T_2 og T_3) og finne $j = \sigma(T_4^4 - T_1^4)/3$. Kombinert med den første av de tre ligningene gir dette

$$\begin{aligned} T_2^4 - T_1^4 &= (T_4^4 - T_1^4)/3, \\ \text{dvs}\quad T_2 &= \left(\frac{2}{3}T_1^4 + \frac{1}{3}T_4^4\right)^{1/4} = 327 \text{ K}. \end{aligned}$$