1. D $M = \rho V = \rho \cdot 4\pi r^3/3 = \rho \cdot \pi d^3/6$ slik at $d = (6m/\pi\rho)^{1/3} = 43.7$ mm.

2. E Vertikalt faller steinen fra høyde h med konstant akselerasjon $g/6$. Dette tar en tid t gitt ved $h = gt^2/12$, dvs $t = \sqrt{12h/g}$. Horisontal lengde på kastet blir dermed $x = v_0 t = 18 \cdot \sqrt{12 \cdot 1.7/9.81}\,\mathrm{m} = 26$ m.

3. B Newtons 2. lov (N2), $dp = F\,dt$, gir her $F_{\max} \cdot \tau/2 = 2mv$ med $\tau = 0.002$ s, $m = 0.0027$ kg og $v = 25$ m/s. Dermed $F_{\max} = 135$ N.

4. E Det maksimale ("terminale") effekttapet er $P_t = f \cdot v_t$. Terminalfart når luftmotstanden er lik kulenes tyngde:

$$\frac{1}{2}\rho\pi r^2 C_d v_t^2 = mg = \rho_S g \cdot 4\pi r^3/3.$$

Det betyr at v_t øker proporsjonalt med $\sqrt{r}$, mens f øker proporsjonalt med r^3. (Selvsagt: $f = mg$ når $v = v_t$.) Dermed er P_t proporsjonal med $r^{7/2}$, og $4^{7/2} = 128$.

5. A Gravitasjonsloven og N2 med sentripetalakselerasjon gir $GMm/R^2 = mv^2/R = m(2\pi R/T)^2/R$ som løst mhp M gir $M = 4\pi^2 R^3/GT^2 \simeq 2 \cdot 10^{30}$ kg.

6. B Punktmassen m følger en sirkelbane med radius $R = d/2 + L\sin 30° = 8.5$ m. Det er ingen akselerasjon vertikalt, slik at $S\cos 30° = mg$. Horisontal akselerasjon er v^2/R, forårsaket av snordragets horisontale komponent, slik at $S \sin 30° = mv^2/R$. Omløpstida er $T = 2\pi R/v$. Vi dividerer N2 horisontalt med N1 vertikalt, setter inn $v = 2\pi R/T$, løser mhp T og finner $T = \sqrt{4\pi^2 R/g \tan 30°} = 7.7$ s.

7. D Vi setter $V_0 = 0.30$ m/s, $m = 0.10$ kg, og V_1 og v_1 lik sluttfarten til hhv den store og den lille klossen. Impulsbevarelse gir da (1) $5mV_1 + mv_1 = 5mV_0$, mens energibevarelse gir (2) $5mV_1^2/2 + mv_1^2/2 = 5mV_0^2/2$. Fra (1) følger $V_1 = V_0 - v_1/5$, som innsatt i (2) gir $5(V_0 - v_1/5)^2 + v_1^2 = 5V_0^2$, dvs $-2V_0 v_1 + 6v_1^2/5 = 0$, dvs $v_1 = 5V_0/3 = 0.50$ m/s.

8. A Rotasjonslikevekt om midtpunktet gir en kraft tilsvarende tyngden av 80 kg, rettet nedover, på enden av stupebrettet (dvs der det står en pillar). I tillegg kommer stupebrettets egen tyngde, tilsvarende 120 kg, samt normalkraften fra personen på 80 kg, begge rettet nedover. I alt en kraft på stupebrettet tilsvarende tyngden av 280 kg, rettet nedover. N1 gir da en kraft rettet oppover fra pillaren på midten lik $280 \cdot 9.81$ N $= 2.75$ kN.

9. C Rotasjonslikevekt om kontaktpunktet gir $S = mg = 3.6 \cdot 9.81\,\mathrm{N} = 35$ N (siden S og tyngden mg begge har en arm lik platas sidekant dividert med $\sqrt{2}$).

10. A Rotasjonslikevekt om kontaktpunktet gir $S = mg/\sqrt{2} = 3.6 \cdot 9.81/\sqrt{2}\,\mathrm{N} = 25$ N (siden S her har en arm lik platas sidekant, mens tyngden mg har en arm lik platas sidekant dividert med $\sqrt{2}$).

11. D I dette eksperimentet er mekanisk energi bevart. Derfor er farten lik v_0 neste gang kula passerer høyden $y = 0$, dvs der hvor $(2x/L)(x^2/L^2 - 3/4) = 0$, dvs $x = \sqrt{3}L/2 = 87$ cm.

12. C Helningsvinkelen er gitt ved $\tan\theta = dy/dx = (H/L)(6x^2/L^2 - 3/2)$, som i origo blir (i absoluttverdi) $\theta = \arctan(3H/2L) = \arctan(90/200) = 24°$.

13. E Banens lokale topp-punkt er bestemt av $dy/dx = 0$ (samt $d^2y/dx^2 < 0$), dvs $(H/L)(6x^2/L^2 - 3/2) = 0$, dvs $x = -L/2$. Her er kula i en høyde $y = H/2$. For at kula skal nå fram hit må vi ha $7mv_0^2/10 = mgH/2$, dvs $v_0 = \sqrt{5gH/7} = 145$ cm/s. (Kinetisk energi: $K = (1 + c)mv^2/2 = 7mv^2/10$ når $c = 2/5$ for kompakt kule.)

14. E Banens lokale bunnpunkt er bestemt av $dy/dx = 0$ (samt $d^2y/dx^2 > 0$), dvs $(H/L)(6x^2/L^2 - 3/2) = 0$, dvs $x = L/2$. Her er kula i en høyde $y = -H/2$, og farten her er gitt ved $7mv^2/10 - mgH/2 = 7mv_0^2/10 = 7mgH/10$, dvs $v^2 = 12gH/7$. Invers krumningsradius er her $1/\rho = |d^2y/dx^2| = 12H(L/2)/L^3 = 6H/L^2$. N2 gir nå $N - mg = ma = mv^2/\rho = m \cdot (12gH/7) \cdot (6H/L^2)$, dvs $N = mg + 72H^2mg/7L^2 = 1.93mg \simeq 2mg$.

15. E N2 for rotasjon om CM, $fR = I_0\dot{\omega}$, med $f = \mu mg$ og $I_0 = 2mR^2/5$, gir $\omega(t) = 5\mu gt/2R$. (Konstant dreiemoment, dermed konstant vinkelakselerasjon, dermed vinkelhastighet som øker lineært med tiden t.) Dermed tar det en tid $t = 2 \cdot 0.11 \cdot 30/5 \cdot 0.12 \cdot 9.81\,\text{s} = 1.1$ s før kula roterer med vinkelhastighet 30 rad/s.

16. B Kun tyngdekraften mg har et dreiemoment mhp kontaktpunktet A. Vinkelen mellom $\boldsymbol{d}$ (dvs vektoren fra A til CM) og $m\boldsymbol{g}$ er $\theta + \pi/2$, dvs $150°$. Dreiemomentet blir dermed $\tau = mgd\sin(\theta + \pi/2) = 0.045 \cdot 9.81 \cdot 0.05 \cdot \sin 150°$ Nm $= 11$ mN m.

17. D Resonansfrekvens: $\omega_0 = \sqrt{k/m} = \sqrt{12.5/0.125}\,\text{s}^{-1} = 10\ \text{s}^{-1}$. Dempingsfaktor: $\gamma = b/2m = 100/0.250\,\text{s}^{-1} = 400\ \text{s}^{-1}$. Systemet har med andre ord meget sterk demping (som ventet, med sirup). Da kan vi neglisjere det ene bidraget til den generelle løsningen

$$x(t) = A\exp(-\alpha_1 t) + B\exp(-\alpha_2 t),$$

siden $\alpha_1 = \gamma + \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} \simeq 2\gamma$ er mye større enn $\alpha_2 = \gamma - \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} \simeq \omega_0^2/2\gamma = k/b$. Med andre ord, vi har $x(t) \simeq x_0\exp(-kt/b)$, siden $x(0) = x_0 = 25.0$ cm. Tiden det tar før x er redusert til 5.0 cm, er bestemt av ligningen $25.0/5.0 = \exp(kt/b)$, dvs $t = (b/k)\ln 5 = (100/12.5)\ln 5$ s $= 8\ln 5$ s $= 13$ sekunder.

18. B Nå er dempingsfaktoren $\gamma = b/2m = 0.0010/0.250\,\text{s}^{-1} = 0.0040\ \text{s}^{-1}$, dvs $\gamma \ll \omega_0$, og systemet er svakt dempet. Da er

$$x(t) = x_0 e^{-\gamma t}\cos\omega t$$

med $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} \simeq \omega_0$. Oscillatorens mekaniske energi tilsvarer maksimal potensiell energi, som avtar eksponentielt med tiden (pga dempingen omdannes mekanisk energi til varme),

$$E(t) = \frac{1}{2}kx_0^2e^{-2\gamma t}.$$

Den mekaniske energien er redusert med 50% når $\exp(-2\gamma t) = 1/2$, dvs $t = (m/b)\ln 2 = 125 \cdot \ln 2$ s $= 87$ sekunder.

19. A

$$E = \frac{1}{2}kA(\omega_0)^2 = \frac{k}{2}\frac{(F_0/m)^2}{(2\gamma\omega_0)^2} = \frac{mF_0^2}{2b^2},$$

som med oppgitte tallverdier blir 4.0 J.

20. D $Q = \omega_0/\Delta\omega = \omega_0/2\gamma = \sqrt{k/m}/(b/m) = \sqrt{12.5/0.125}/(0.0010/0.125) = 1250.$

21. C $N = pV/k_BT = 1.013 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3}/1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 273.15 = 2.7 \cdot 10^{22}$

22. B $p(T) = nRT/V$, dvs rett linje gjennom origo når V er konstant.

23. C $T(z) = T_0 + \beta z$ med $T_0 = 288$ K og $\beta = -6.5$ K/km. Dermed:

$$\begin{aligned} p(z) &= p(0) \exp\left[-\frac{Mg}{R}\int_0^z \frac{dz}{T_0 + \beta z}\right] \\ &= p(0) \exp\left[-\frac{Mg}{\beta R} \ln \frac{T_0 + \beta z}{T_0}\right] \end{aligned}$$

Med SI-tallverdiene $M = 0.029$, $g = 9.81$, $R = 8.314$, $\beta = 0.0065$, $T_0 = 288$ og $z = 5500$ blir $p = 0.5p_0 = 0.5$ atm.

24. A pV økes med faktoren $1.5^2 = 2.25$, dvs T økes med faktoren 2.25. Siden $v_{\rm rms} \sim \sqrt{T}$, får vi en 50% økning i rms-hastigheten.

25. E $n = pV/RT = 5.00 \cdot 10^5 \cdot 5.00 \cdot 10^{-3}/8.314 \cdot 500 \text{ mol} = 0.60$ mol.

26. A $p = p_0(V_0/V_1)^\gamma = 5.00 \cdot 0.5^{1.4}$ bar $= 1.90$ bar.

27. E $T = T_0(V_1/V_1)^{\gamma-1} = 500 \cdot 0.5^{0.4}$ K $= 379$ K.

28. B $\varepsilon_K = |Q_{\rm L}/W| = C\Delta T/P\Delta t = 4.2 \cdot 4000 \cdot 9/105 \cdot 900 = 1.6$

29. C $\varepsilon_V = |Q_{\rm H}/W| = C\Delta T/P\Delta t = 4.2 \cdot 4000 \cdot 17/105 \cdot 900 = 3.0$

30. C $P = Q/t = C\Delta T/t = cM\Delta T/t = c\rho V\Delta T/t$. Vi har $v = x/t = (V/A)/t$. Dermed er $P = c\rho v At\Delta T/t = c\rho v A\Delta T$. Dermed er $v = P/c\rho A\Delta T$, dvs $v = 250 \cdot 10^6/4200 \cdot 1000 \cdot \pi \cdot 0.15^2 \cdot 84$ m/s $= 10$ m/s.

31. D $p = nRT/V = 8.314 \cdot 423.15/0.0195$ Pa $= 1.8 \cdot 10^5$ Pa $= 1.8$ bar.

32. B $p = nRT/(V - nb) - an^2/V^2 = 8.314 \cdot 423.15/(0.0040 - 0.00008407) - 1.2179/0.0040^2$ Pa $= 8.2$ bar.

33. C $T_c = (p_c + an^2/V_c^2)(V_c - nb)/R = (a/27b^2 + a/9b^2) \cdot (2b)/R = 8a/27Rb = 8 \cdot 1.2179/27 \cdot 8.314 \cdot$

0.00008407 K $= 516$ K $= 243°$C.

34. E Ekvipartisjonsprinsippet gir en indre energi $U = f \cdot RT/2$ pr mol, med f lik det totale antallet kvadratiske frihetsgrader som bidrar til indre energi pr molekyl. Av disse er 3 translasjons- og 3 rotasjonsfrihetsgrader. Siden $C_V = dU/dT = fR/2$ pr mol, er $C_p = C_V + R = (f/2+1)R$ pr mol. Her er $C_p/R = 78.28/8.314 = 9.415$ slik at $f = 2 \cdot 8.415 = 16.83 \simeq 17$, dvs 11 vibrasjonsfrihetsgrader. (Av i alt $3N - 6 = 21$, der N er antall atomer i molekylet.)

35. A $p_t = p_k \exp\left[\frac{l_f}{R}(1/T_k - 1/T_t)\right]$, som med $l_f = 38.56 \cdot 10^3$ J/mol K, $R = 8.314$ J/mol K, $T_k = 351.39$ K og $T_t = 150.15$ K blir $p_t = 2.0766 \cdot 10^{-8} \cdot 1.013 \cdot 10^5$ Pa $= 2.1$ mPa.

36. A Ved stasjonære forhold avtar T lineært gjennom veggen. Det betyr at veggmaterialet har hatt en gjennomsnittlig temperaturøkning på 15 K. Pr kvadratmeter har veggen en varmekapasitet $C = c \cdot M = c \cdot \rho \cdot V = 2.8 \cdot 520 \cdot 0.25$ kJ/K $= 364$ kJ/K. Dermed er $Q = C\langle \Delta T \rangle = 364 \cdot 15$ kJ $= 5460$ kJ $\simeq 5.5$ MJ.

37. C $j = P/A = \kappa \Delta T/a$ slik at $P = 0.125 \cdot 30 \cdot 1/0.25$ W $= 15$ W.

38. A Siden entropien S er en tilstandsfunksjon, er ΔS uavhengig av veien fra 1 til 2. Vi kan dermed for eksempel først tenke oss at vi øker T fra T_0 til $4T_0$ med konstant volum V_0, og deretter øker V fra V_0 til $6V_0$ med konstant temperatur $4T_0$. Vi har $TdS = dU + pdV = C_V dT + nRT dV/V$ slik at $dS = C_V dT/T + R dV/V$ for ett mol gass. Med enatomig gass er $C_V = 3R/2$ pr mol. Integrasjon på begge sider, fra 1 til 2, gir da $\Delta S = (3R/2)\ln 4 + R \ln 6 = 3.87R \simeq 32$ J/K.

39. B Dette er en reversibel carnotprosess. Da er $\varepsilon_V = Q_2/W = Q_2/(Q_1+Q_2) = 1/(1-T_1/T_2) = 4/3 \simeq 1.3$.

40. E $x_2 = 5 \cdot (1 - \exp(-1)) = 3.1606$, $x_3 = 5 \cdot (1 - \exp(-x_2)) = 4.788$, $x_4 = 5 \cdot (1 - \exp(-x_3)) = 4.958$.