1. E $G = Mg = \rho V g = \rho g \cdot 4\pi r^3/3 = \rho g \cdot \pi d^3/6$ slik at $d = (6G/\pi \rho g)^{1/3} = 368$ mm.

2. E Steinens høyde y ved tidspunktet t er

$$y(t) = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2.$$

Her er $y_0 = 2.00$ m, $a = -g/6$, $v_0 = 15.0$ m/s, og $y = 0$ når steinen lander. Dette skjer ved tidspunktet

$$t = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + g y_0/3}}{g/6},$$

som med gitte tallverdier blir $t = 18.5$ s.

3. C Newtons 2. lov (N2), $dp = F\,dt$, gir her $F_{\max} \cdot \tau/2 = 2mv$, dvs $a_{\max} = F_{\max}/m = 4v/\tau = 4 \cdot 25/0.002$ m/s^2 = 50 km/s^2.

4. B Terminalfart når luftmotstanden er lik kulenes tyngde:

$$\frac{1}{2} \rho \pi (d/2)^2 C_d v_t^2 = mg = \rho_k g \cdot 4\pi (d/2)^3/3.$$

Det betyr at v_t øker proporsjonalt med $\sqrt{d}$. Dermed er $v_{t1}/v_{t2} = (100/150)^{1/2} = 0.82$.

5. F Gravitasjonsloven og N2 med sentripetalakselerasjon gir $GMm/R^2 = mv^2/R = m(2\pi R/T)^2/R$ som løst mhp T gir $T = \sqrt{4\pi^2 R^3/GM} \simeq 7.693 \cdot 10^7$ s. Vi dividerer med 3600 og 24, og finner ca 890 døgn.

6. C Det er ingen akselerasjon vertikalt, slik at $S \cos 30° = mg$, dvs strekk-kraften i tauet er $S = 90 \cdot 9.81/\cos 30° \simeq 1.0$ kN.

7. F Vi setter $v_0 = 1.50$ m/s, $m = 0.10$ kg, $M = 0.60$ kg og V og v lik sluttfarten til hhv den store og den lille klossen. Impulsbevarelse gir da (1) $MV + mv = mv_0$, mens energibevarelse gir (2) $MV^2/2 + mv^2/2 = mv_0^2/2$. Vi samler ledd med m og M på hver sin side, utnytter 3. kvadratsetning, og dividerer de to ligningene med hverandre. Dette gir $v_0 + v = V$, som sammen med $m(v_0 - v) = MV$ gir $v = -\frac{M-m}{M+m} v_0 = -\frac{5}{7} \cdot 1.50$ m/s = -1.07 m/s.

8. B Rotasjonslikevekt om midtpunktet gir en kraft tilsvarende tyngden av 50 kg, rettet nedover, på enden av stupebrettet (dvs der det står en pillar), dvs $50 \cdot 9.81$ N = 0.49 kN.

9. B Kraftlikevekt vertikalt gir $f = mg = 6.0 \cdot 9.81\,\text{N} = 59$ N.

10. B Rotasjonslikevekt om kontaktpunktet gir $S = mg/\sqrt{2}$, slik at S har horisontal- og vertikalkomponent $S_x = S_y = S \sin 45° = S/\sqrt{2} = mg/2$. Kraftlikevekt horisontalt gir da $N = S_x = mg/2$, mens kraftlikevekt vertikalt gir $f = mg - S_y = mg/2$. Total kontaktkraft fra veggen blir $F = \sqrt{f^2 + N^2} = mg/\sqrt{2} = 6.0 \cdot 9.81/\sqrt{2} = 42$ N.

11. C I dette eksperimentet er mekanisk energi bevart. Total energi (med $U = 0$ i $y = 0$) er $E = K_0 = mv_0^2/2 + I_0\omega_0^2/2 = 3mv_0^2/4$, siden $I_0 = mr^2/2$ og $\omega_0 = v_0/r$ (ren rulling). Skiva snur når $K = 0$, dvs $U = mgy = E$, dvs $y = 3v_0^2/4g = H = 25$ cm, dvs $\xi^3 - \xi = \xi(\xi^2 - 1) = 3v_0^2/4gH = 1$, med $\xi \equiv x/L$.

Løsningen for ξ er altså gitt ved $\xi^2 - 1 = 1/\xi$. Her kan f eks høyre og venstre side skisseres og skjæringspunktet lokaliseres. Alternativt kan kilder som wolframalpha benyttes. (Eller de 3 alternativene $x = 79, 99, 119$ cm kan rett og slett prøves.) En finner da $\xi \simeq 1.325$, dvs $x \simeq 99$ cm.

12. A Helningsvinkelen er gitt ved $\tan\theta = dy/dx = (3H/L)(x^2/L^2 - 1/3)$, som i origo blir (i absoluttverdi) $\theta = \arctan(H/L) = \arctan(1/3) = 18°$.

13. E Banens lokale topp-punkt (og bunnpunkt) er bestemt av $dy/dx = 0$, dvs $(3H/L)(x^2/L^2 - 1/3) = 0$, dvs $x = -L/\sqrt{3}$. Her er skiva i en høyde $y_t = H(-1/3\sqrt{3} + 1/\sqrt{3}) \simeq 0.3849H \simeq 9.62$ cm. Farten i dette lokale topp-punktet er nå bestemt ved energibevarelse:

$$\frac{3}{4}mv^2 + mgy_t = \frac{3}{4}mv_0^2,$$

som gir

$$v = \sqrt{v_0^2 - 4gy_t/3} = 1.418\,\mathrm{m/s} \simeq 142\,\mathrm{cm/s}.$$

14. F Invers krumningsradius i bunnpunktet er $1/\rho = |d^2y/dx^2| = 6H/\sqrt{3}L^2$. N2 gir nå $N - mg = ma = mv^2/\rho$, og dermed $N/mg = 1 + v^2/\rho g \simeq 1.71$.

15. B $\tau = fR = \mu mgR = 0.12 \cdot 7.2 \cdot 9.81 \cdot 0.11$ Nm $= 0.93$ Nm.

16. A Kun tyngdekraften mg har et dreiemoment mhp kontaktpunktet A. Vinkelen mellom $\boldsymbol{d}$ (dvs vektoren fra A til CM) og $m\boldsymbol{g}$ er $\theta + \pi/2$, dvs 150°. Dreiemomentet blir dermed $\tau = mgd\sin(\theta + \pi/2) = mgd/2$. Med oppgitte tallverdier: $\tau = 0.080 \cdot 9.81 \cdot 0.05 \cdot 0.5$ Nm $= 0.020$ Nm.

17. F Resonansfrekvens: $\omega_0 = \sqrt{k/m} = \sqrt{2.5/0.100}\,\mathrm{s}^{-1} = 5\,\mathrm{s}^{-1}$. Dempingsfaktor: $\gamma = b/2m = 100/0.200\,\mathrm{s}^{-1} = 500\ \mathrm{s}^{-1}$. Systemet har med andre ord meget sterk demping (som ventet, med sirup). Da kan vi neglisjere det ene bidraget til den generelle løsningen

$$x(t) = A\exp(-\alpha_1 t) + B\exp(-\alpha_2 t),$$

siden $\alpha_1 = \gamma + \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} \simeq 2\gamma$ er mye større enn $\alpha_2 = \gamma - \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} \simeq \omega_0^2/2\gamma = k/b$. Med andre ord, vi har $x(t) \simeq x_0\exp(-kt/b)$, siden $x(0) = x_0 = 15.0$ cm. Tiden det tar før x er redusert til 5.0 cm, er bestemt av ligningen $15.0/5.0 = \exp(kt/b)$, dvs $t = (b/k)\ln 3 = (100/2.5)\ln 3$ s $= 40\ln 3$ s $= 44$ sekunder.

18. D Nå er dempingsfaktoren $\gamma = b/2m = 0.0010/0.200\,\mathrm{s}^{-1} = 0.0050\ \mathrm{s}^{-1}$, dvs $\gamma \ll \omega_0$, og systemet er svakt dempet. Da er

$$x(t) = x_0 e^{-\gamma t}\cos\omega t$$

med $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} \simeq \omega_0$. Oscillatorens mekaniske energi tilsvarer maksimal potensiell energi, som avtar eksponentielt med tiden (pga dempingen omdannes mekanisk energi til varme),

$$E(t) = \frac{1}{2}kx_0^2 e^{-2\gamma t}.$$

Den mekaniske energien er redusert med 50% når $\exp(-2\gamma t) = 1/2$, dvs $t = (m/b)\ln 2 = 100 \cdot \ln 2$ s $= 69$ sekunder.

19. C

$$E = \frac{1}{2}kA(\omega_0)^2 = \frac{k}{2}\frac{(F_0/m)^2}{(2\gamma\omega_0)^2} = \frac{mF_0^2}{2b^2}.$$

Med oppgitte tallverdier: $E = 0.100 \cdot 0.0040^2/2 \cdot 0.0010^2$ J $= 0.8$ J.

20. C $Q = \omega_0/\Delta\omega = \omega_0/2\gamma = \sqrt{k/m}/(b/m) = \sqrt{2.5/0.100}/(0.0010/0.100) = 500.$

21. F $N = pV/k_BT = 1.013 \cdot 10^5 \cdot \pi \cdot (10^{-8.3}/6)/1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 273.15 \simeq 14$

22. B En horisontal linje, da entropien S er konstant langs en adiabat. (Evt vertikal linje, dersom S er angitt langs den horisontale aksen. Men dette var her ikke et svaralternativ.)

23. F Dronen holdes svevende når løftekraften F er like stor som tyngdekraften mg. Dermed kan vi skrive $\rho\omega^2 = kg$, der k er en konstant som ikke avhenger av om dronen er på Mars eller på Jorda. Med andre ord, påkrevd vinkelhastighet er $\omega = \sqrt{kg/\rho}$, og forholdet ω_M/ω_J blir

$$\omega_M/\omega_J = \sqrt{g_M\rho_J/g_J\rho_M} \simeq \sqrt{100/3} \simeq 5.8 \simeq 6.$$

24. A pV økes med faktoren 1.5, dvs T økes med faktoren 1.5. Siden $v_{\mathrm{rms}} \sim \sqrt{T}$, får vi en 22% økning i rms-hastigheten.

25. A $n = p_1V_1/RT_1 = 3.00 \cdot 10^5 \cdot 6.00 \cdot 10^{-3}/8.314 \cdot 300$ mol $= 0.72$ mol.

26. F $p_2 = p_1(V_1/V_2)^\gamma = 3.00 \cdot 0.5^{5/3}$ bar $= 0.94$ bar.

27. D $T_3 = p_1V_2/nR = 2p_1V_1/nR = 2T_1 = 600$ K.

28. B $\varepsilon_V = |Q_{\mathrm{H}}/W| = C\Delta T/P\Delta t = 4.2 \cdot 8650 \cdot 10/125 \cdot 720 = 4.0$

29. A $\varepsilon_K = |Q_{\mathrm{L}}/W| = C\Delta T/P\Delta t = 4.2 \cdot 5000 \cdot 13/125 \cdot 720 = 3.0$

30. B $P = Q/t = C\Delta T/t = cM\Delta T/t = c\rho V\Delta T/t$. Vi har $v = x/t = (V/A)/t$. Dermed er $V/t = vA$ slik at $P = c\rho vA\Delta T = c\rho vA\Delta T = 4.2 \cdot 1.0 \cdot 450 \cdot \pi \cdot 15^2 \cdot 80$ W (der vi har brukt enhetene g og cm for masse og lengde), dvs $P = 107$ MW.

31. C $p = nRT/V = 8.314 \cdot 293/0.015$ Pa $= 1.624 \cdot 10^5$ Pa $\simeq 1.6$ bar.

32. A $p = nRT/(V - nb) - an^2/V^2 = 8.314 \cdot 293/(0.00050 - 0.0001142) - 1.3041/0.00050^2$ Pa $= 11$ bar.

33. F $T_c = (p_c + an^2/V_c^2)(V_c - nb)/R = (a/27b^2 + a/9b^2) \cdot (2b)/R = 8a/27Rb = 8 \cdot 1.3041/27 \cdot 8.314 \cdot 0.0001142$ K $= 407$ K.

34. A Ekvipartisjonsprinsippet gir en indre energi $U = f \cdot RT/2$ pr mol, med f lik det totale antallet kvadratiske frihetsgrader som bidrar til indre energi pr molekyl. Av disse er 3 translasjons- og 3 rotasjonsfrihetsgrader. Da er $C_V = dU/dT = fR/2$ pr mol. For isobutan: $C_V/R = 88.3/8.314 = 10.62$, dvs $f = 2C_V/R = 2 \cdot 10.62 = 21.24 \simeq 21$, dvs 15 vibrasjonsfrihetsgrader. (Av i alt $3N - 6 = 36$, der $N = 14$ er antall atomer i molekylet.)

35. E $p_t = p_k \exp\left[\frac{l_f}{R}\left(1/T_k - 1/T_t\right)\right]$, som med $l_f = 21.3 \cdot 10^3$ J/mol K, $R = 8.314$ J/mol K, $T_k = 261.45$ K og $T_t = 113.55$ K blir $p_t = 0.29$ Pa.

36. F Ved stasjonære forhold avtar T lineært gjennom veggen. Det betyr at veggmaterialet har hatt en gjennomsnittlig temperaturøkning på 20 K. Pr kvadratmeter har veggen en varmekapasitet $C = c \cdot M = c \cdot \rho \cdot V = 2.8 \cdot 520 \cdot 0.3048$ kJ/K $= 443.8$ kJ/K. Dermed er $Q = C\langle \Delta T \rangle = 443.8 \cdot 20$ kJ $= 8876$ kJ $\simeq 8.9$ MJ.

37. D $j = P/A = \kappa \Delta T/a$ slik at $P = 0.125 \cdot 40 \cdot 1/0.3048$ W $= 16$ W.

38. E Siden entropien S er en tilstandsfunksjon, er ΔS uavhengig av veien fra 1 til 2. Vi kan dermed for eksempel først tenke oss at vi øker T fra T_0 til $3T_0$ med konstant volum V_0, og deretter øker V fra V_0 til $3V_0$ med konstant temperatur $3T_0$. Vi har $TdS = dU + pdV = C_V dT + nRTdV/V$ slik at $dS = C_V dT/T + RdV/V$ for ett mol gass. Med toatomig gass er $C_V = 5R/2$ pr mol. Integrasjon på begge sider, fra 1 til 2, gir da $\Delta S = (5R/2)\ln 3 + R \ln 3 = (7R/2)\ln 3 = 3.845R \simeq 32$ J/K.

39. C Dette er en reversibel carnotprosess. Da er $\varepsilon_V = Q_2/W = Q_2/(Q_1 + Q_2) = 1/(1 - T_1/T_2) = 5/4 = 1.25$.

40. A $x_1 = 2$, $x_2 = 5 \cdot (1 - \exp(-x_1)) = 4.3233236$, $x_3 = 5 \cdot (1 - \exp(-x_2)) = 4.9337212$, $x_4 = 5 \cdot (1 - \exp(-x_3)) = 4.9640017$.