Bokmål

Kandidatnr………………..

Studieretning……………...

Side……………………….

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for fysikk, NTNU

Faglig kontakt under eksamen:
Navn: Dag W. Breiby
Tlf.: 9845 4213

**KONTINUASJONSEKSAMEN I EMNE TFY4125 - FYSIKK**

Torsdag 6. august 2009
Tid: 0900-1300

Tillatte hjelpemidler: Kode C:
Typegodkjent kalkulator, med tomt minne
K. Rottmann: Matematisk Formelsamling
S. Barnett & T.M. Cronin: Mathematical Formulae

Eksamenssettet er utarbeidet av førsteamanuensis Dag W. Breiby og professor Tore Lindmo og består av:

Forsiden (denne siden) som skal leveres inn som svar på flervalgsoppgaven (Oppgave 4).

| | |
|---|---|
| Oppgavetekst til "vanlige" oppgaver 1-3 | side 2-5 |
| Et sett med 10 flervalgsspørsmål i oppgave 4 | side 6-9 |
| Vedlegg: Formelark | side 10-12 |

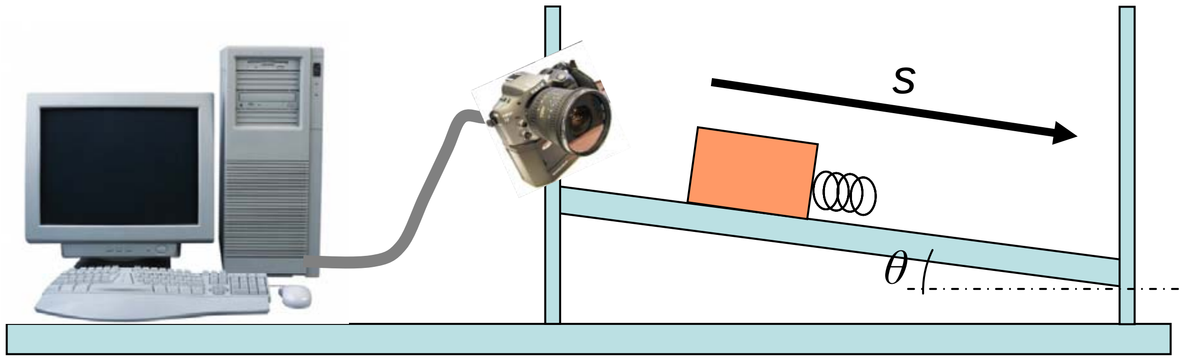
Hvert delspørsmål a) b) etc. i oppgavene 1-3 teller likt, med til sammen 60 % for alle 12 delspørsmål. Oppgave 4 med flervalgsspørsmål teller 20 %. De resterende 20 % utgjøres av midtsemesterprøven.

Ved besvarelsen av flervalgsspørsmål skal bare ett av svaralternativene angis. Riktig svar gir 1 poeng, feil svar 0 poeng. Det gis ikke tilleggspoeng for notater i marg e.l.

Svar på flervalgsspørsmål i Oppgave 4
(riv av denne siden og lever den sammen med besvarelsen)

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |

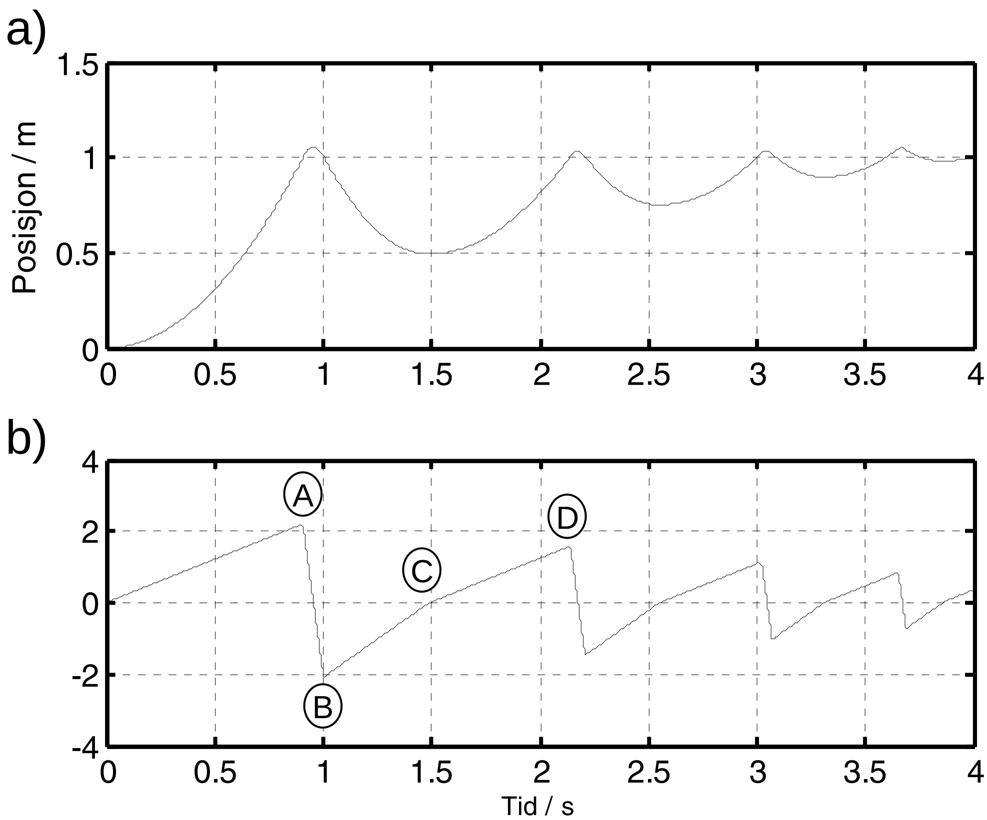
**Oppgave 1. Kloss på labben**




Ved hjelp av en datalogger og en avstandssensor gjør vi i en laboratorieøvelse målinger på en kloss med masse $m$ som sklir på en skrånende bane med helningsvinkel $\theta$. Den kinetiske friksjonskoeffisienten mellom klossen og skråplanet er gitt ved $\mu$. Avstandssensoren er montert øverst i banen, som vist i figuren. På klossen er det montert en fjær som gjør at klossen spretter tilbake når den treffer nedre ende av banen.

*NB! Vi neglisjerer følgende i hele denne oppgava:*

- *luftmotstand*
- *effekter av statisk friksjon*




**Figur 2.** a) Klossens avstand fra sensoren som funksjon av tid.
b) Den deriverte av grafen i (a).

a) Hvilken fysisk størrelse representerer grafen i figur 2? Forklar kort hva slags bevegelse klossen har mellom punktene A og B.

b) Tegn kraft-legeme diagram og finn uttrykk for akselerasjonen for klossens bevegelse henholdsvis nedover, $a_{\text{ned}}$, og oppover skråplanet, $a_{\text{opp}}$ (når den ikke er i kontakt med fjæra), uttrykt ved $m$, $\theta$, $\mu$, og tyngdeakselerasjonen $g$. Forklar hvordan dette henger sammen klossens bevegelse mellom B og C, og mellom C og D i figur 2. Hvorfor er stigningen til grafen i figur 2b) mindre i området C-D enn i B-C?

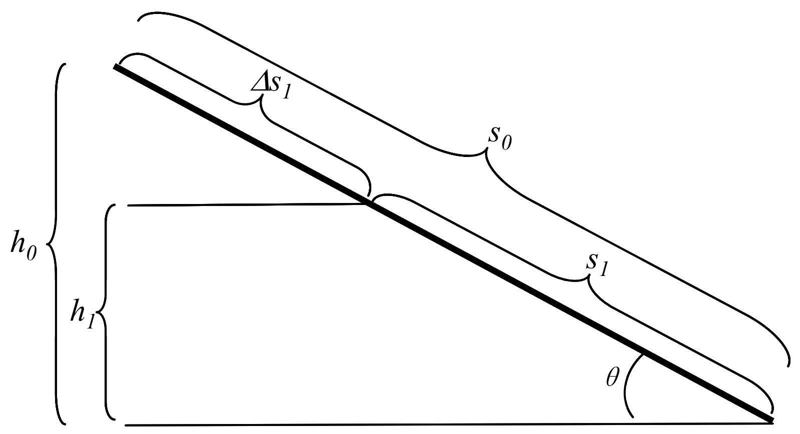
c) Skissér hvordan grafen for klossens *akselerasjon* vil se ut fra start og til punkt D. Gi en kort forklaring til skissen. Beskriv hvordan middelakselerasjonen under klossens bevegelse henholdsvis nedover, $a_{\text{ned}}$, og oppover skråplanet, $a_{\text{opp}}$, kan bestemmes fra denne grafen (når klossen ikke er i kontakt med fjæra).

d) Vis at $\mu$ og $\theta$ kan bestemmes fra $a_{\text{ned}}$ og $a_{\text{opp}}$ som henholdsvis

$$\mu = \frac{1}{2g\cos\theta}\left(a_{opp} - a_{ned}\right) \qquad \text{og} \qquad \sin\theta = \frac{1}{2g}\left(a_{opp} + a_{ned}\right)$$

e) Støtet i bunnen av banen er ikke fullstendig elastisk, så klossens kinetiske energi umiddelbart etter støtet ($K_{\text{j+1}}$) er hver gang bare en fraksjon $e$ av den kinetiske energien ($K_{\text{j}}$) før støtet. Bruk symboler som vist i figur 3 og vis at uttrykket for avstanden $\Delta s_1$, dvs hvor langt unna startpunktet klossen kommer til å snu når den kommer tilbake mot startpunktet etter første gangs ferd ned og opp på banen er

$$\Delta s_1 = s_0 - s_1 = s_0\left[1 - \frac{e(\sin\theta - \mu\cos\theta)}{\sin\theta + \mu\cos\theta}\right]$$



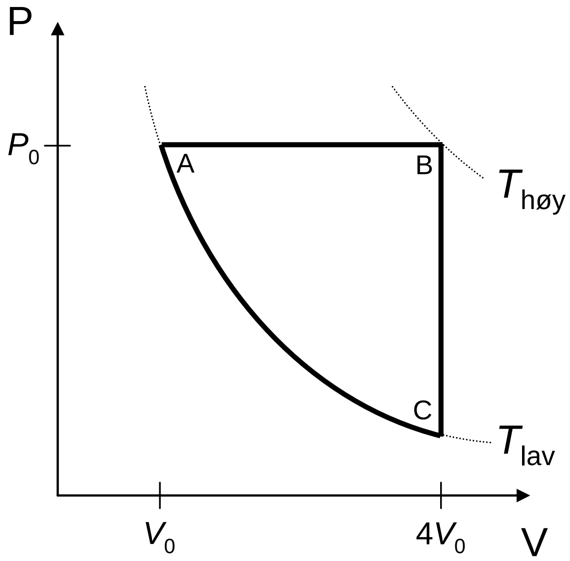

**Figur 3.** Avstander og høyder for banen.

f) Beskriv kort bevegelsen klossen får i grensetilfellene

*I*: $\mu = 0$ og $e = 1$.

*II*: $\sin\theta = \mu\cos\theta$

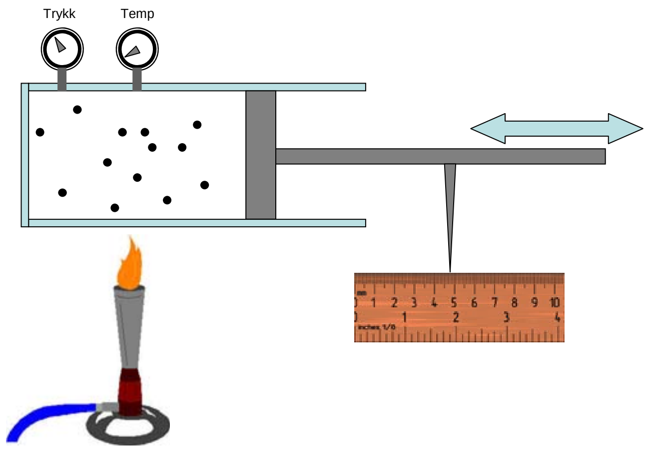
**Oppgave 2. Varmekraftmaskin**




En varmekraftmaskin kan modelleres som en kretsprosess med en ideell to-atomig gass ($\gamma$ = 7/5). Den består av en isobar ekspansjon (fra A til B), en isokor trykkreduksjon (fra B til C), og en isoterm kompresjon ved $T = T_{\text{lav}}$ fra C tilbake til A. Volumet i A er $V_0$, og volumet i B er $4V_0$.

a) Finn trykket $P_C$ i C og temperaturen $T_{\text{høy}}$ i B uttrykt ved de oppgitte størrelsene $P_0$, $V_0$ og $T_{\text{lav}}$. Bruk Carnots teorem til å finne en øvre grense for varmekraftmaskinens effektivitet $\varepsilon$.

b) Finn et uttrykk for arbeidet $W_{\text{tot}}$ for en hel syklus, og avgjør om $W_{\text{tot}}$ er positiv eller negativ.

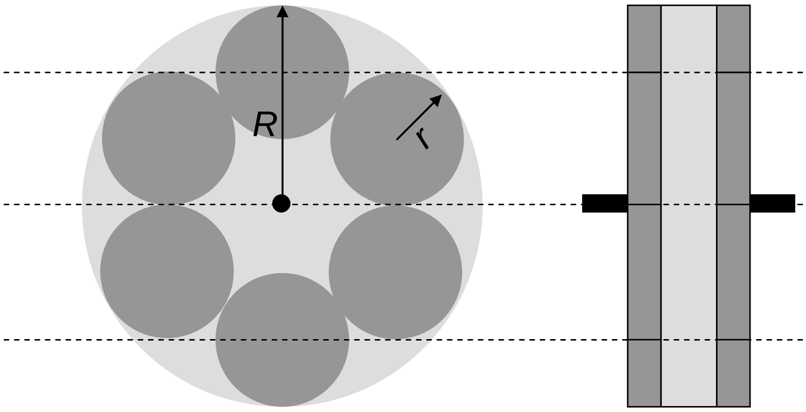



c) For å kjøre kretsprosessen i praksis kan man benytte en dårlig varmeisolert sylinder fylt med gass og lukket med et stempel, se figur. Sylinderen er utstyrt med barometer (trykkmåler) og termometer, stempelets posisjon kan justeres og avleses med linjal, og en gassflamme brukes til å varme opp sylinderen.
- forklar *kort* hvordan du vil gjennomføre hvert av de tre prosesstrinnene!

d) Finn endringen i gassens entropi i hvert trinn, uttrykt ved $P_0$, $V_0$, og $T_{\text{lav}}$. Verifiser at det forventede resultat oppnås for en hel syklus.

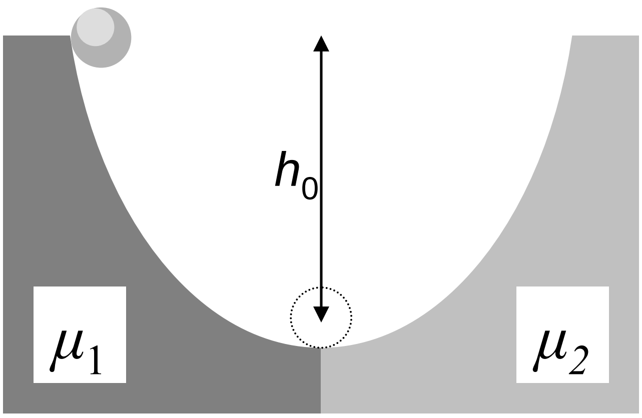
**Oppgave 3. Rotasjon og rulling**

a)




Til ei skive med radius $R$ og masse $M$ er det festet 12 mindre skiver (6 på hver side) med radius $r = R/3$ og masse $m$, som figuren viser i to projeksjoner. Vis at treghetsmomentet til hele denne konstruksjonen om dens senterakse (rettet ut av papirplanet i projeksjonen i venstre del av figuren) er gitt ved $I = \left(\frac{M}{2} + 6m\right)R^2$.

b)



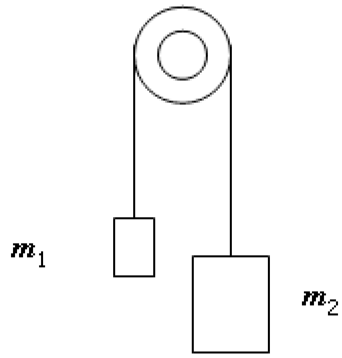

En kompakt skive ruller uten å skli ned området med friksjonskoeffisient $\mu_1$ i banen vist i figuren. Den starter fra å være i ro med massesenteret i høyden $h_0$. Den ruller deretter først ned til bunnen og sklir eller ruller så opp til en høyde $h$ på siden med friksjonskoeffisient $\mu_2$. Bruk energibevaring til å finne uttrykk for $h$ i tilfellene

i) $\mu_2 = \mu_1$

ii) $\mu_2 = 0$

**Oppgave 4. Flervalgsspørsmål** (skriv svarene i tabellen på side 1)

1.




To masser $m_1$ og $m_2$ (med $m_2 > m_1$) er forbundet med et masseløst tau over en friksjonsfri, masseløs trinse. Hvis massene slippes, så er akselerasjonen for $m_2$ i nedover-retningen gitt av

A) $(m_2 - m_1)\, g\, /(m_1 - m_2)$
B) $(m_2 - m_1)\, g\, /(m_1 + m_2)$
C) $(m_1 + m_2)\, g\, /(m_2 - m_1)$
D) $m_2\, g\, /(m_1 + m_2)$
E) $g$

2. Hvilket av følgende utsagn er sant?
   A) Friksjon er en konservativ kraft og gjør negativt arbeid.
   B) Potensiell energi kan defineres med ligningen $U(x) = -d\mathrm{F}(x)/dx$.
   C) Arbeidet utført av en konservativ kraft mellom to posisjoner avhenger av veien som velges fra den ene posisjonen til den andre.
   D) En konservativ kraft kan ikke endre et legemes totale mekaniske energi.
   E) Arbeidet utført av en konservativ kraft på et legeme som beveger seg med konstant hastighet, må være null.

3.

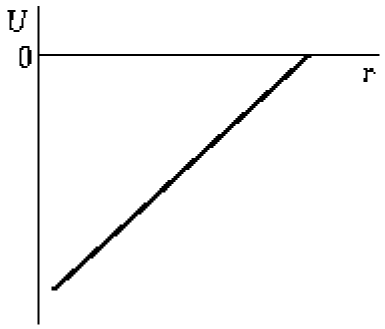



Figure A

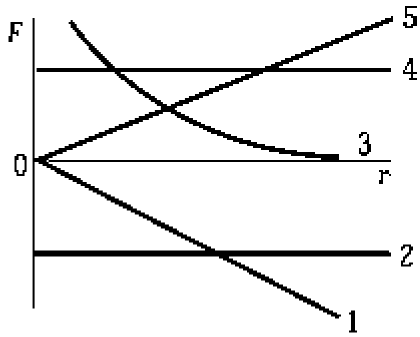



Figure B

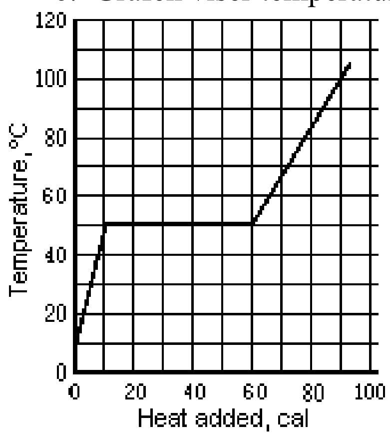
Hvis den potensielle energien $U(r)$ er gitt som i Figur A, så er kraften i Figur B gitt av kurve

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. En gass har tetthet $X$ ved standard trykk og temperatur (1 atm, $0^{o}$C).
Hva blir den nye tettheten for gassen dersom den absolutte temperaturen dobles og trykket øker med en faktor 3?
A) (2/3)$X$ B) (4/3)$X$ C) (3/4)$X$ D) (6)$X$ E) (3/2)$X$

5. To monoatomære gasser, helium og neon, blandes i forholdet 2 til 1og er i termisk likevekt ved temperatur $T$ (molar masse for neon = 5 × molar masse for helium).
Hvis den midlere kinetiske energi for hvert heliumatom er $U$, hva blir da den midlere kinetiske energi for et neonatom?
A) $U$ B) $0.5U$ C) $2U$ D) $5U$ E) $U/5$

6. Grafen viser temperaturen ( $^{o}$C) i en prøve som funksjon av tilført varmemengde (cal).




Prøven har masse 1.0 g, og er i utgangspunktet et fast stoff ved temperaturen $10^{o}$C.
Trykket holdes konstant og det skjer ingen kjemisk forandring.
Smeltevarmen for stoffet er

A) 10 cal/g
B) 50 cal/g
C) 30 cal/g
D) 90 cal/g
E) Ingen av svarene A –D er korrekt.

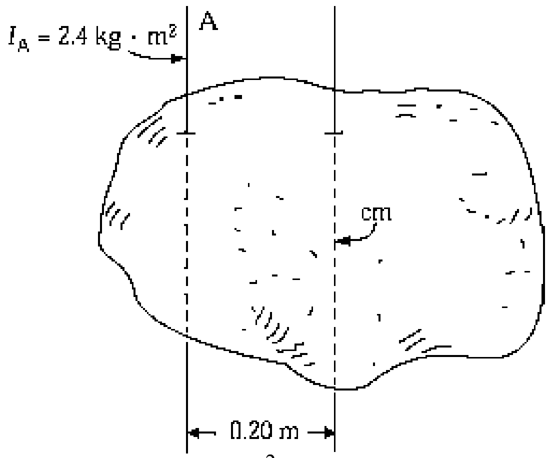
7. En elv er 0.76 km bred, med rette og parallelle elvebredder. Elva har en strøm på 5.0 km/t, parallelt med elvebreddene. En båt har maksimal hastighet 3 km/t. Føreren av båten ønsker å reise i en rett linje fra A til B, hvor AB er vinkelrett på elvebreddene. Piloten bør

A) Sette retningen rett over elva.
B) Sette retningen til 68º oppover fra linjen AB.
C) Sette retningen til 22º oppover fra linjen AB.
D) Gi opp. Det er umulig å komme fra A til B med denne båten.
E) Ingen av svarene A-D er korrekt.

8. En horisontal kraft dytter et legeme med masse $m$ opp et skråplan. Vinkelen mellom skråplanet og horisontalen er $\theta$. Normalkrafta fra planet på massen $m$ er

A) $mg \cos \theta$
B) $mg \cos \theta + F \cos \theta$
C) $mg \cos \theta + F \sin \theta$
D) $mg \cos \theta - F \cos \theta$
E) Umulig å svare på fordi friksjonskoeffisienten ikke er gitt.

9. En stein med masse 10 kg har treghetsmoment $I_A = 2.4$ kg · m$^2$ om en akse A parallell med en akse gjennom steinens massesenter. Hvis aksen A er 0.20 m fra aksen gjennom massesenteret, så er treghetsmomentet om steinens massesenter




A) 0.40 kg · m$^2$
B) 2.0 kg · m$^2$
C) 2.4 kg · m$^2$
D) 2.8 kg · m$^2$
E) 4.4 kg · m$^2$

10. Et legeme har følgende to betingelser oppfylt: Summen av ytre krefter er lik null, $\sum \vec{F} = 0$, og summen av ytre dreiemoment er lik null, $\sum \vec{\tau} = 0$. Hvilke utsagn kan være sanne?

    A) Legemet er i ro.
    B) Legemet beveger seg med konstant hastighet, og roterer med konstant vinkelhastighet.
    C) Legemet beveger seg med konstant hastighet, men roterer ikke.
    D) Legemet flytter seg (translateres) ikke, men roterer med konstant vinkelhastighet.
    E) Alle utsagnene ovenfor.

## Vedlegg: Formelliste

Vektorstørrelser er i **uthevet** skrift.

### Fysiske konstanter:

Ett mol: $M(^{12}\mathrm{C}) = 12$ g  1u = $1.6605 \cdot 10^{-27}$ kg  $N_A = 6.0221 \cdot 10^{23}$ mol$^{-1}$

$k_B = 1.3807 \cdot 10^{-23}$ J/K  $R = N_A k_B = 8.3145$ J mol$^{-1}$ K$^{-1}$  0ºC = 273.15 K

$\varepsilon_0 = 8.8542 \cdot 10^{-12}$ C$^2$/Nm$^2$  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A$^2$

$e = 1.6022 \cdot 10^{-19}$ C  $m_e = 9.1094 \cdot 10^{-31}$ kg

$c = 2.9997 \cdot 10^8$ m/s  $h = 6.6261 \cdot 10^{-34}$ Js  $g = 9.81$ m/s$^2$

### Mekanikk:

$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}(\mathbf{r},t)$, der $\mathbf{p}(\mathbf{r},t) = m\mathbf{v} = md\mathbf{r}/dt$ ; $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$

Konstant $a$: $v = v_0 + at$ ; $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ ; $2as = v^2 - v_0^2$

$dW = \mathbf{F}\cdot d\mathbf{s}$ ; $K = \frac{1}{2}mv^2$ ; $U(\mathbf{r})$ = potensiell energi. (tyngde: $mgh$; fjær: ½ $kx^2$)

$\mathbf{F} = -\nabla U$; $F_x = -\frac{\partial}{\partial x}U(x,y,z)$ ; $E = \frac{1}{2}mv^2 + U(\mathbf{r}) + \mathit{friksjonsarbeid} = \mathit{konst.}$

Tørr friksjon: $|F_f| = \mu_s \cdot F_\perp$ eller $|F_f| = \mu_k \cdot F_\perp$ ; Viskøs friksjon: $|F_f| = -k_f v$ ; $\mathbf{F}_f = -k_f \mathbf{v}$

Dreiemoment: $\boldsymbol{\tau} = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \times \mathbf{F} = I\boldsymbol{\alpha}$, der $\mathbf{r}_0$ er valgt ref.punkt og $I$ treghetsmomentet. $dW = \boldsymbol{\tau} \cdot d\boldsymbol{\theta}$

Statisk likevekt: $\mathbf{F} = \sum_i \mathbf{F}_i = \mathbf{0}$, $\boldsymbol{\tau} = \sum_i \boldsymbol{\tau}_i = \mathbf{0}$.

Massemiddelpunkt (tyngdepunkt): $\mathbf{R} = (1/M)\sum_i m_i \mathbf{r}_i$ , $M = \sum_i m_i$

Elastisk støt: $\Sigma_i \mathbf{p}_i = \mathit{konstant}$; $\Sigma_i E_i = \mathit{konstant}$. Uelastisk støt: $\Sigma_i \mathbf{p}_i = \mathit{konstant}$.

Impuls: $\mathbf{I} = \Delta\mathbf{p}$ , $\mathbf{I} = \int \mathbf{F}(t)dt$ .

Vinkelhast.: $\boldsymbol{\omega} = \omega\hat{\mathbf{z}}$ ; $|\boldsymbol{\omega}| = \omega = d\theta/dt$ ; Vinkelakselerasjon: $\boldsymbol{\alpha} = d\boldsymbol{\omega}/dt$ ; $\alpha = d\omega/dt = d^2\theta/dt^2$

Sirkelbevegelse: $\mathbf{v} = \omega\mathbf{r}$ ; $v = \omega r$ ; Sentripetalakselerasjon $a_r = -v\omega = -v^2/r = -r\omega^2$

Baneaks.: $a_\theta = dv/dt = r\,d\omega/dt = r\alpha$ ; Rotasjonsenergi: $K_{rot} = \frac{1}{2}I\omega^2$ , der $I$ er treghetsmomentet.

$I \equiv \sum_i m_i r_{\perp i}^2 \rightarrow \int_V dV \rho r_\perp^2$ . Akse gjennom massemiddelpunktet: $I \rightarrow I_0$ .

Massiv kule: $I_0 = \frac{2}{5}MR^2$ ; Kuleskall: $I_0 = \frac{2}{3}MR^2$ ; Kompakt sylinder / skive: $I_0 = \frac{1}{2}MR^2$ ;

Lang, tynn stav: $I_0 = \frac{1}{12}ML^2$ ; Parallellakseteoremet (Steiners sats): $I = I_0 + Mb^2$

Betingelser for ren rulling: $v = \omega R$ ; $a = \alpha R$ .

Dreieimpuls: $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} = \mathbf{r} \times m\mathbf{v}$ . Spinn: $\mathbf{L}_{egen} = I_0 \boldsymbol{\omega}$ **.** $\boldsymbol{\tau} = d\mathbf{L} / dt$ .

Hydrostatisk trykk: $P(h) = P_0 + \rho g h$ ; $m = \rho V$ ;

Bernoulli, langs strømlinje: $P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = konst.$

## _____ Svingninger: ________________________________

Udempet svingning: $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ ; $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ ; $T = 2\pi / \omega_0$ ; $f_0 = 1/T = \omega_0 / 2\pi$

Pendel: $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin\theta = 0$ ; Fysisk pendel: $\omega_0 = \sqrt{gmd/I}$ ; Matematisk pendel: $\omega_0 = \sqrt{g/l}$

## _____ Termisk fysikk: ________________________________

$n$ = antall mol; $N = nN_A$ = antall molekyler; $f$ = antall frihetsgrader; $\alpha = l^{-1} dl / dT$

$Q_{in} = \Delta U + W$ ; $C = \dfrac{\Delta Q}{\Delta T}$; $c = C/m$, $evt.\ c = C/n$ (Varmekap. pr. masseenhet eller pr. mol)

$PV = nRT = Nk_B T$ ; $PV = N\frac{2}{3}\langle K \rangle$ ; $\langle K \rangle = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} m \langle v_x^2 \rangle$ ; $\Delta W = P\Delta V$ ; $W = \int_1^2 P dV$

$C_V = \frac{1}{2} nfR$ ; $C_P = \frac{1}{2}(f+2)nR = C_V + nR$ ; $dU = C_V \cdot dT$ .

For ideell gass: $\gamma \equiv C_P / C_V = (f+2)/f$ . Adiabat: $PV^\gamma = konst.$ ; $TV^{\gamma-1} = konst.$

Virkningsgrader for varmekraftmaskiner: $\varepsilon = W / Q_v$ ; Carnot: $\varepsilon = 1 - T_k / T_v$ : Otto: $\varepsilon = 1 - 1/r^{\gamma-1}$

Kjøleskap: $\eta_K = \left|\dfrac{Q_k}{W}\right| \xrightarrow{Carnot} \dfrac{T_k}{T_v - T_k}$ ; Varmepumpe: $\eta_{VP} = \left|\dfrac{Q_v}{W}\right| \xrightarrow{Carnot} \dfrac{T_v}{T_v - T_k}$

Clausius: $\sum \dfrac{\Delta Q}{T} \leq 0$ ; $\oint \dfrac{\mathrm{d}Q}{T} \leq 0$ ; Entropi: $\mathrm{d}S = \dfrac{\mathrm{d}Q_{rev}}{T}$ ; $\Delta S_{12} = \int_1^2 \dfrac{\mathrm{d}Q_{rev}}{T}$ ; $S = k_B \ln W$

Entropiendring i en ideell gass: $\Delta S_{12} = C_V \ln(T_2 / T_1) + nR \ln(V_2 / V_1)$

_____ **Elektrisitet og magnetisme:** ____________________________________________

Coulomb: $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{\mathbf{r}}$ ; $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{\mathbf{r}}$ ; $V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$.

Elektrisk felt: $\mathbf{E} = -\nabla V = -\left\langle \frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z} \right\rangle \to -\frac{dV}{dx}\hat{\mathbf{x}}$.

Elektrisk potensial: $\Delta V = V_b - V_a = -\int_a^b \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}$. $\Delta U = Q\Delta V$

1. Gauss lov $\oint_S \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \oint_S E_n dA = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

2. Gauss lov for magnetisme $\oint_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{A} = \oint_S B_n dA = 0$

3. Faradays lov $\oint_C \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = emf = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_S B_n dA = -\int_S \frac{\partial B_n}{\partial t} dA$

4. Amperes lov $\oint_C \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} = \mu_0 \left(I + I_d\right)$, $I_d = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \varepsilon_0 \int_S \frac{\partial E_n}{\partial t} dA$

Fluks: $\Phi_E = \int_S \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \int_S E_n \cdot dA$ ; $\Phi_M = \int_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{A} = \int_S B_n \cdot dA$.

Kapasitans: $C \equiv \frac{Q}{V}$ For platekondensator: $C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$. $U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}Q^2 / C$.

Energitetthet: $u_E = \frac{U_E}{volum} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$ ; $u_B = \frac{U_B}{volum} = \frac{1}{2\mu_0}B^2$

Biot-Savarts lov: $d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\mathbf{l}\times\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$. $\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Q\mathbf{v}\times\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$

Lorentzkraften: $\mathbf{F} = Q(\mathbf{E} + \mathbf{v}\times\mathbf{B})$ ; $\mathbf{F} = I(\mathbf{l}\times\mathbf{B})$.