***BOKMÅL***

Kandidatnr………………..

Studieretning……………...

Side……………………….

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for fysikk, NTNU

Faglig kontakt under eksamen:
Navn: Dag W. Breiby
Tlf.: 984 54 213

**KONTINUASJONSEKSAMEN I EMNE TFY4125 - FYSIKK**

10. august 2012
Tid: 0900-1300

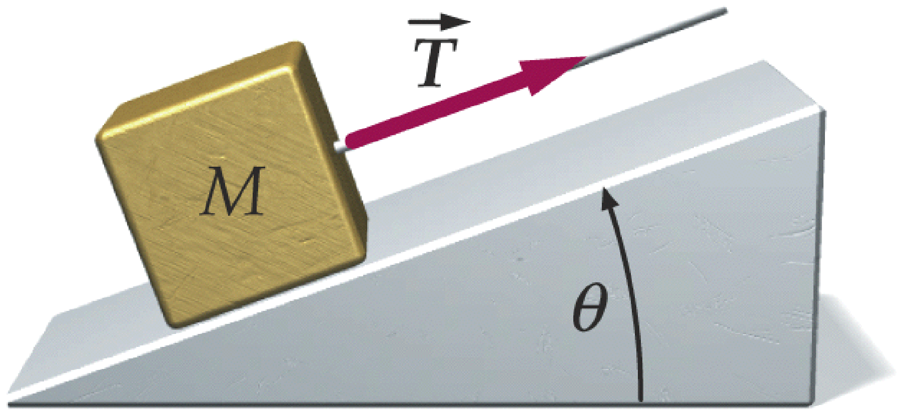
Tillatte hjelpemidler: Kode C:
Typegodkjent kalkulator, med tomt minne
K. Rottmann: Matematisk Formelsamling
S. Barnett & T.M. Cronin: Mathematical Formulae

Eksamenssettet er utarbeidet av førsteamanuensis Dag W. Breiby og består av:

| | |
|---|---|
| Oppgavetekst til oppgaver 1-4 | side 2-5 |
| Vedlegg: Formelark | side 6-8 |

Hvert delspørsmål a) b) etc. i oppgavene 1-4 teller likt, med til sammen 100 % for alle 10 delspørsmål.

**Oppgave 1**

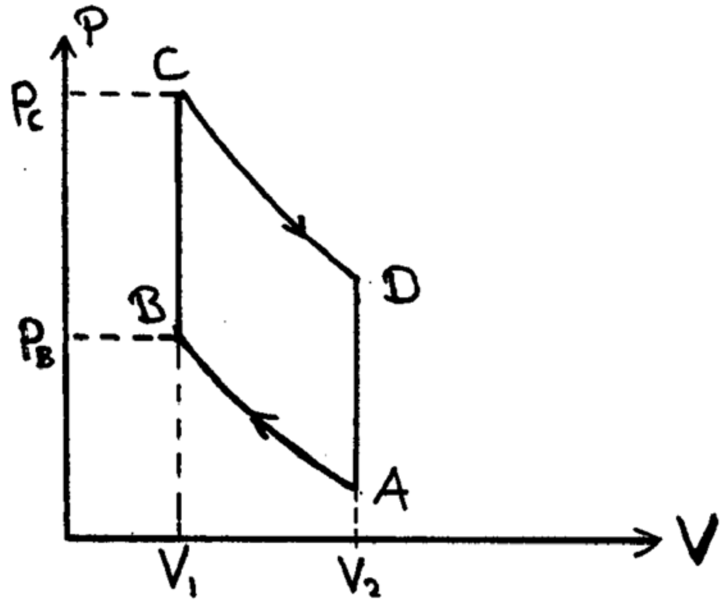



En kloss med masse $M$ er i ro i posisjonen $x = 0$ på et friksjonsløst skråplan med helningsvinkel $\theta$, slik figuren angir. Boksen er festet til en snor som drar med konstant kraft $T = |\mathbf{T}|$ oppover parallelt med skråplanet.

a) Etter en strekning $x = s$ oppover langs skråplanet er klossens hastighet $v$. Finn et uttrykk for snordraget $T = T(M,v,s,g,\theta)$.

b) Under samme forhold som i (a), finn et uttrykk for arbeidet $W(x)$ gjort av snorkraften etter at klossen har tilbakelagt en strekning $x$. Kommenter svaret for $x = s$.

**Oppgave 2**




En reversibel kretsprosess ABCDA er sammensatt av to adiabatiske og to isokore prosesser som vist i figuren. Volumene $V_1$ og $V_2$ er gitt.
Arbeidssubstansen er en ideell gass med varmekapasiteter $C_v$ og $C_p$, der $C_v = 5/2\ R$.
Det oppgis at trykkforholdet $P_C/P_B = 3{,}00$.

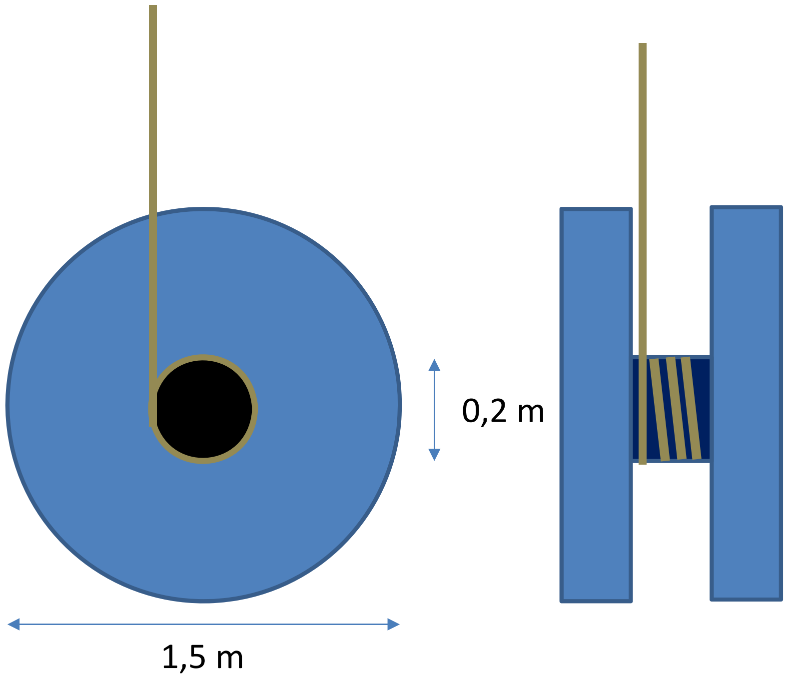
a) Finn uttrykk for temperaturene $T_B$, $T_C$ og $T_D$. Temperaturene skal uttrykkes ved $T_A$ og kompresjonsforholdet $r = V_2/V_1$.

b) Vis at arbeidet langs en adiabat er gitt ved $W_{ad} = \frac{1}{1-\gamma}(P_iV_i - P_fV_f)$, der $i$ og $f$ betegner start- og slutt-tilstandene.

c) I hvilke delprosesser utføres arbeid, og i hvilke delprosesser overføres varme? Betrakt en syklus og sett opp uttrykk for $Q_1$ (avgitt varme) og $Q_2$ (mottatt varme), $W_1$ (utført arbeid) og $W_2$ (påført arbeid). Finn et uttrykk for virkningsgraden $\varepsilon$. Beregn tallverdi for $\varepsilon$ når $r = V_2/V_1 = 10$.

d) Finn uttrykk og tallverdi for den maksimale virkningsgraden en kretsprosess som arbeider mellom to reservoar med temperatur lik henholdsvis den største og minste temperatur som opptrer i kretsprosessen.

**Oppgave 3**



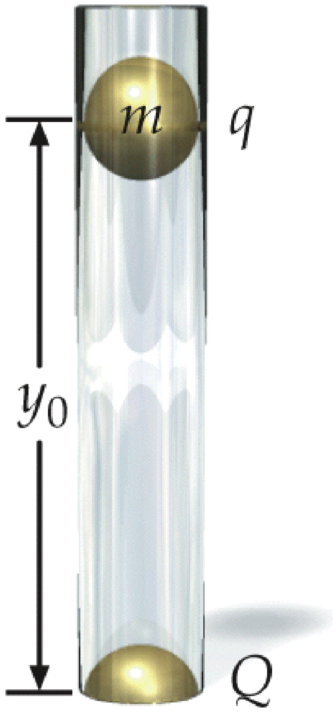

En kjempestor yo-yo med masse $M$ = 40 kg og diameter 1,5 m slippes fra et høyt tårn. Den ene enden av den 50 m lange snora er festet til toppen av tårnet, den andre er viklet rundt en aksling med diameter 0,2 m. Anta at massen til yo-yo'en er jevnt fordelt i de to store skivene, og at snora og akslingen er masseløse.

*Gi både symboluttrykk og tallsvar.*

a) Finn treghetsmomentet til yo-yo'en. Hvilke krefter virker på yo-yo'en når den faller? Finn akselerasjonen til yo-yo'en under fallet.

b) Hvor stor vertikal hastighet har yo-yo'en i øyeblikket like før snora er helt utløpt? Hva er snordraget mens yo-yo'en faller?

**Oppgave 4**




En liten kule med masse $m$ og ladning $+q$ kan kun bevege seg vertikalt i en smal friksjonsløs sylinder, slik figuren viser. I bunnen av sylinderen er et annet legeme med ladning $+Q$. Gravitasjonens akselerasjon er $g$.

a) Forklar kort hva en *stabil likevekt* er. Vis at massen $m$ vil være i likevekt ved en viss høyde $y_0$, og finn et uttrykk for denne høyden.

b) Vis at hvis den lille kulen gis en *liten* dytt $\Delta y$ fra likevektsposisjonen vil den komme i harmonisk svingning med vinkelhastighet $\omega = \sqrt{\frac{\kappa g}{y_0}}$, der $\kappa$ er en konstant som skal bestemmes.

*Hint:* Finn først et uttrykk for den gjenopprettende kraften $F$ som virker på den lille kulen når den er dyttet en distanse $\Delta y$ fra likevektsposisjonen $y_0$. Utnytt deretter at $\Delta y << y_0$.

## Vedlegg: Formelliste for emnet TFY4125 Fysikk

Vektorstørrelser er i **uthevet** skrift.

**Fysiske konstanter:**

| | | |
|---|---|---|
| Ett mol: $M(^{12}C) = 12$ g | 1u = $1{,}6605 \cdot 10^{-27}$ kg | $N_A = 6{,}0221 \cdot 10^{23}$ mol$^{-1}$ |
| $k_B = 1{,}3807 \cdot 10^{-23}$ J/K | $R = N_A\, k_B = 8{,}3145$ J mol$^{-1}$ K$^{-1}$ | 0ºC = 273,15 K |
| $\varepsilon_0 = 8{,}8542 \cdot 10^{-12}$ C$^2$/Nm$^2$ | $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A$^2$ | |
| $e = 1{,}6022 \cdot 10^{-19}$ C | $m_e = 9{,}1094 \cdot 10^{-31}$ kg | |
| $c = 2{,}9997 \cdot 10^{8}$ m/s | $h = 6{,}6261 \cdot 10^{-34}$ Js | $g = 9{,}81$ m/s$^2$ |

**Mekanikk:**

$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}(\mathbf{r},t)$, der $\mathbf{p}(\mathbf{r},t) = m\mathbf{v} = md\mathbf{r}/dt$ ; $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$

Konstant $a$: $v = v_0 + at$ ; $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ ; $2as = v^2 - v_0^2$

$dW = \mathbf{F}\cdot d\mathbf{s}$ ; $K = \frac{1}{2}mv^2$ ; $U(\mathbf{r})$ = potensiell energi. (tyngde: $mgh$; fjær: ½ $kx^2$)

$\mathbf{F} = -\nabla U$; $F_x = -\frac{\partial}{\partial x}U(x,y,z)$ ; $E = \frac{1}{2}mv^2 + U(\mathbf{r}) + friksjonsarbeid = konst.$

Tørr friksjon: $|F_f| \le \mu_s \cdot F_\perp$ eller $|F_f| = \mu_k \cdot F_\perp$ ; Viskøs friksjon: $\mathbf{F}_f = -k_f \mathbf{v}$

Dreiemoment: $\boldsymbol{\tau} = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \times \mathbf{F} = I\boldsymbol{\alpha}$, der $\mathbf{r}_0$ er valgt ref. punkt og $I$ treghetsmomentet. $dW = \boldsymbol{\tau}\cdot d\boldsymbol{\theta}$

Statisk likevekt: $\mathbf{F} = \sum_i \mathbf{F}_i = \mathbf{0}$, $\boldsymbol{\tau} = \sum_i \boldsymbol{\tau}_i = \mathbf{0}$.

Massemiddelpunkt (tyngdepunkt): $\mathbf{R} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \mathbf{r}_i$ , $M = \sum_i m_i$

Elastisk støt: $\Sigma_i\, \mathbf{p}_i$ = *konstant*; $\Sigma_i\, E_i$ = *konstant*. Uelastisk støt: $\Sigma_i\, \mathbf{p}_i$ = *konstant*.

Impuls: $\mathbf{I} = \Delta\mathbf{p}$ , $\mathbf{I} = \int \mathbf{F}(t)dt$ .

Vinkelhast.: $\boldsymbol{\omega} = \omega\hat{\mathbf{z}}$ ; $|\boldsymbol{\omega}| = \omega = d\theta/dt$ ; Vinkelakselerasjon: $\boldsymbol{\alpha} = d\boldsymbol{\omega}/dt$ ; $\alpha = d\omega/dt = d^2\theta/dt^2$

Sirkelbevegelse: $\mathbf{v} = \omega\mathbf{r}$ ; Sentripetalakselerasjon $a_r = -v\omega = -v^2/r = -r\omega^2$

Baneaks.: $a_\theta = dv/dt = r\,d\omega/dt = r\alpha$ ; Rotasjonsenergi: $K_{rot} = \frac{1}{2}I\omega^2$ , der $I$ er treghetsmomentet.

$I \equiv \sum_i m_i r_{\perp i}^{\ 2} \to \int_V dV \rho r_\perp^{\ 2}$ . Akse gjennom massemiddelpunktet: $I \to I_0$ .

Massiv kule: $I_0 = \frac{2}{5}MR^2$ ; Kuleskall: $I_0 = \frac{2}{3}MR^2$ ; Kompakt sylinder / skive: $I_0 = \frac{1}{2}MR^2$ ;

Lang, tynn stav: $I_0 = \frac{1}{12} ML^2$ ; Parallellakseteoremet (Steiners sats): $I = I_0 + Mb^2$
Betingelser for ren rulling: $v = \omega R$ ; $a = \alpha R$ .

**_____ Svingninger: ________________________________________________**

Udempet svingning: $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ ; $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ ; $T = 2\pi/\omega_0$ ; $f_0 = 1/T = \omega_0/2\pi$

Pendel: $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin\theta = 0$ ; Fysisk pendel: $\omega_0 = \sqrt{gmd/I}$ ; Matematisk pendel: $\omega_0 = \sqrt{g/l}$

**_____ Termisk fysikk: ________________________________________________**

$n$ = antall mol; $N = nN_A$ = antall molekyler; $\alpha = l^{-1} dl/dT$

$Q_{in} = \Delta U + W$ ; $C = \dfrac{\Delta Q}{\Delta T}$ ; (Varmekapasiteten kan være gitt per masseenhet eller per mol)

$PV = nRT = Nk_B T$ ; $PV = N\frac{2}{3}\langle K\rangle$ ; $\langle K\rangle = \frac{1}{2}m\langle v^2\rangle = \frac{3}{2}m\langle v_x^2\rangle$ ; $\Delta W = P\Delta V$ ; $W = \int_1^2 PdV$

Molar varmekapasitet: $C_V = \frac{3}{2}R$ (en-atomig); $C_V = \frac{5}{2}R$ (to-atomig); $C_P = C_V + R$ . $dU = C_V \cdot dT$ .

For ideell gass: $\gamma \equiv C_P / C_V$ . Adiabat: $PV^\gamma = konst.$ ; $TV^{\gamma-1} = konst.$

Virkningsgrader for varmekraftmaskiner: $\varepsilon = W/Q_v$ ; Carnot: $\varepsilon = 1 - T_k/T_v$ : Otto: $\varepsilon = 1 - 1/r^{\gamma-1}$

Kjøleskap: $\eta_K = \left|\dfrac{Q_k}{W}\right| \xrightarrow{Carnot} \dfrac{T_k}{T_v - T_k}$ ; Varmepumpe: $\eta_{VP} = \left|\dfrac{Q_v}{W}\right| \xrightarrow{Carnot} \dfrac{T_v}{T_v - T_k}$

Clausius: $\sum \dfrac{\Delta Q}{T} \le 0$ ; $\oint \dfrac{\mathrm{d}Q}{T} \le 0$ ; Entropi: $\mathrm{d}S = \dfrac{\mathrm{d}Q_{rev}}{T}$ ; $\Delta S_{12} = \int_1^2 \dfrac{\mathrm{d}Q_{rev}}{T}$ ; $S = k_B \ln W$

Entropiendring i en ideell gass (per mol): $\Delta S_{12} = C_V \ln(T_2/T_1) + R\ln(V_2/V_1)$

**_____ Elektrisitet og magnetisme: _____________________________________________**

Coulomb: $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{\mathbf{r}}$ ; $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{\mathbf{r}}$ ; $V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$.

Elektrisk felt: $\mathbf{E} = -\nabla V = -\left\langle \frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z} \right\rangle$; $E_x = -\frac{dV}{dx}\hat{\mathbf{x}}$.

Elektrisk potensial: $\Delta V = V_b - V_a = -\int_a^b \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}$. $\Delta U = Q\Delta V$

1. Gauss lov $\oiint_S \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \oiint_S E_n dA = \frac{Q_{inni}}{\varepsilon_0}$

2. Gauss lov for magnetisme $\oiint_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{A} = \oiint_S B_n dA = 0$

3. Faradays lov $\oint_C \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = \mathcal{E} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_S B_n dA = -\int_S \frac{\partial B_n}{\partial t} dA$

4. Amperes lov $\oint_C \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} = \mu_0 (I_{inni} + I_D)$, $I_D = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \varepsilon_0 \int_S \frac{\partial E_n}{\partial t} dA$

Fluks: $\Phi_E = \int_S \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \int_S E_n \cdot dA$ ; $\Phi_M = \int_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{A} = \int_S B_n \cdot dA$.

Kapasitans: $C \equiv \frac{Q}{V}$. $U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}Q^2 / C$. For platekondensator: $C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$.

Energitetthet: $u_E = \frac{U_E}{'volum'} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$ ; $u_B = \frac{U_B}{'volum'} = \frac{1}{2\mu_0} B^2$

Biot-Savarts lov: $d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\mathbf{l}\times\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$. $\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Q\mathbf{v}\times\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$

Lorentzkraften: $\mathbf{F} = Q(\mathbf{E} + \mathbf{v}\times\mathbf{B})$ ; $d\mathbf{F} = I(d\mathbf{l}\times\mathbf{B})$.