Institutt for Fysikk

Eksamensoppgave i TFY 4125 Fysikk (Kontinuasjonseksamen)

Faglig kontakt under eksamen: Magnus Borstad Lilledahl

Tlf.: 73591873 / 92851014

Eksamensdato: 13.8.14

Eksamenstid (fra-til): 0900-1300

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: C/Bestemt enkel kalkulator, Matematisk formelsamling (Rotman)

Annen informasjon: Eksamenssettet er utarbeidet av Magnus Borstad Lilledahl

Målform/språk: Bokmål

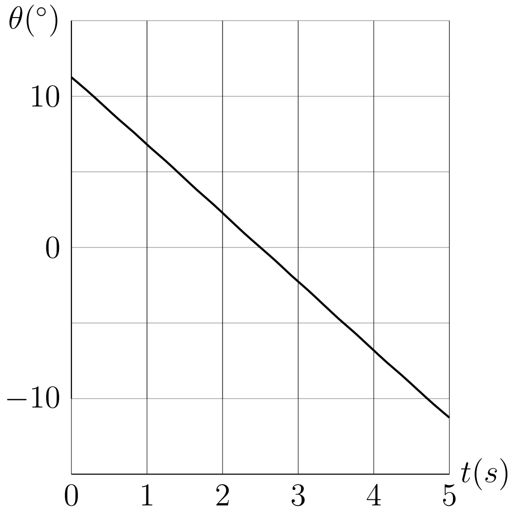
Antall sider: 19 sider

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Dato Sign

Det er kun flervalgsoppgaver i dette oppgavesettet. Svar markeres på vedlagte skjema bakerst i oppgavesettet. Riv av dette arket og lever med eksamensomslaget. Kun ett kryss. Feil svar, ingen kryss eller flere enn ett kryss gir null poeng. Ingen minuspoeng for feil svar. Andre vedlegg som utregninger, kladd og kommentarer vil ikke bli tillagt vekt. Totalt antall poeng er 62 poeng. For alle fysiske konstanter, bruk antall signifikante siffer som angitt i formelarket på side 15.



Figur 1: (Oppgaver 1) Vinkelen mellom bevegelsesretningen (hastighetsvektoren) og x-aksen (postiv vinkel mot klokken), som funksjon av tid.

Oppgave 1 (4 poeng)

En partikkel beveger seg langs en bane som er gitt av $\mathbf{r} = (5.0\ \mathrm{m/s})t\ \hat{\mathbf{i}} + (et + ft^2)\ \hat{\mathbf{j}}$. Vinkelen mellom partikkelens bevegelsesretning (gitt av $\mathbf{v}$) og x-aksen er gitt av grafen i figur 1. Bestem konstanten e (i m/s) og f (i m/s^2).

A. $e = 2$, $f = 0.8$

B. $e = -1$, $f = 0.3$

C. $e = 3$, $f = -2$

D. $e = 0.3$, $f = 3$

E. $e = 1$, $f = -0.2$

Oppgave 2 (2 poeng)

En bil akselerer med en akselerasjon $a(t) = \alpha t - \beta t^3$. Her er konstantene $\alpha = 3.0\ \mathrm{m/s}^3$ og $\beta = 0.10\ \mathrm{m/s}^5$. Anta at bilen er i ro ved $t = 0$. Hva er farten til bilen ved $t = 3.0$ s?

A. 3.0 m/s B. 7.1 m/s C. 11 m/s D. 21 m/s E. 16 m/s

Oppgave 3 (3 poeng)

For at en kule skal rulle rent (uten å skli) nedover et skråplan må det være en viss friksjon f_r som gir kulen et dreiemoment. Om vi bytter ut en kule med radius R_1 med en kule med radius $R_2 > R_1$ (samme massetetthet slik at massen øker) så vil denne kraften

A. øke.

B. minke.

C. forbli uendret.

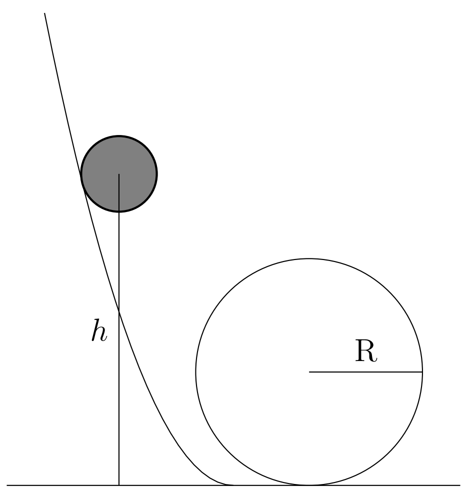
D. øke for friksjonskoeffisient over 0.5, ellers minke.

E. minke for friksjonskoeffisient over 0.5, ellers øke.

Oppgave 4 (4 poeng)

Anta at vi har en kompakt kule med masse m og radius R (treghetsmomentet til en kompakt kule er $I = \frac{2}{5}mR^2$). Kula skal rulle rent (uten å skli) ned et plan som har en friksjonskoeffisient på 0.50. Hva er den størst vinkelen θ skråplanet kan ha før kula begynner å skli?

A. 15° B. 60° C. 45° D. 70° E. 33°



Figur 2: (Oppgave 5) Kulen (grå) ruller ned bakken og inn i loopen med radius R.

Oppgave 5 (4 poeng)

En kompakt kule ($I = \frac{2}{5}mR^2$) ruller ned en bane som ender i en sirkelformet loop med radius R (se figur 2). Friksjonen er stor nok til å sørge for at kulen ruller rent langs hele banen. Anta at rullingen er perfekt (ingen deformasjon av objektene) slik at friksjonen ikke gjør noe friksjonsarbeid. Hvor høy må h minst være for at kulen ikke skal dette ned når den når toppen av loopen?

A. $88R/19$ B. $16R/5$ C. $33R/7$ D. $14R/9$ E. $27R/10$

Oppgave 6 (2 poeng)

En masse i enden av en idell fjær ($F = -kx$) svinger med en frekvens på 6,0 Hz. Om vi dobler massen, hva blir da svingefrekvensen?

A. 6,0 Hz B. 4,2 Hz C. 3,0 Hz D. 1,5 Hz E. 0.6 Hz

Oppgave 7 (4 poeng)

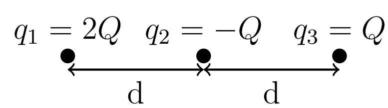
Anta at vi har et basseng som har frosset på overflaten. Avstanden fra toppen av islaget til bunnen er 2,0 m. Luften over isen har en temperatur på $-5{,}0°C$ og bunnen av bassenget holder en temperatur på $4{,}0°C$. Anta at vi har en likevektssituasjon (dvs konstant varmestrøm gjennom hele bassengets dybde). Hva er tykkelsen på islaget? Varmeledningskoeffisientene til vann og is er henholdsivs $\kappa_v = 0{,}56$ W/mK og $\kappa_i = 2{,}25$ W/mK. (Hint: Ved grensen mellom vann og is antar vi en temperatur på $0°C$.)

A. 0.34 m B. 0.88 m C. 0.14 m D. 0.66 m E. 1.7 m

Oppgave 8 (2 poeng)

En astronaut befinner seg plutselig i det tomme verdensrom, langt fra alle galakser. Astronatuen har en temlig dårlig isolert romdrakt slik at draktens overflate holder en temperatur på 20°C. Anta at romdrakten har en emissivitet på $e = 0.5$. Anta at overflatearealet av astronauten er 1.2 m^2. Hvor mye varme mister astronauten i form av stråling per tid?

A. 88 W B. 1.3 W C. 33 W D. 15 kW E. 0.25 kW



Figur 3: Oppgave 9

Oppgave 9 (2 poeng)

Vi har tre partikler som ligger på en rekke med lik avstand d mellom seg (se figur 3). Partiklene har en ladning $q_1 = 2Q$, $q_2 = -Q$ og $q_3 = Q$. Dersom vi flytter q_3 *litt* mot høyre, hva vil skje med den potensiell energien til systemet?

A. Øker.

B. Minker.

C. Forblir uendret.

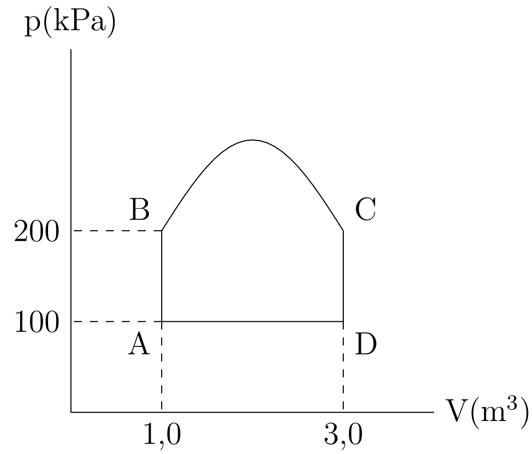
D. Kommer an på avstanden d.

E. Elektrostatiske krefter er ikke-konservative og vi kan derfor ikke definere en potensiell energi.

Oppgave 10 (2 poeng)

En jernbaneskinne er 10 m lang ved en vintertemperatur på -10°C. Hvor lang er den ved en sommertemperatur på 20°C. Lengdeutvidelseskoeffisienten for stål er $\alpha = 1{,}1 \cdot 10^{-5} K^{-1}$.

A. 3.3 mm B. 0.14 mm C. 1.7 cm D. 28 mm E. 0.9 mm



Figur 4: Termodynamisk prossess som går i retning A-B-C-D-A. Alle prosesser er reversible.

Oppgave 11 (4 poeng)

Figur 4 viser en reversible termodynamisk prosess. Virkegassen er en ideell en-atomig gass. Prossesn fra B til C er beskrevet av følgende likning

$$p(V) = (200 \text{ kPa}) + (100 \text{ kPa}) \sin\left[\pi \frac{V - (1 \text{ m}^3)}{(2 \text{ m}^3)}\right]$$

Hvor stort arbeidet gjøres av gassen i prosessen fra B til C?

A. 0.13 MJ B. 1.3 MJ C. 0.76 MJ D. 0.53 MJ E. 2.1 MJ

Oppgave 12 (3 poeng)

Hvor mye varme tilføres systemet fra A til B?

A. 0.80 MJ B. 0.24 MJ C. 1.6 MJ D. 0.15 MJ E. 1.1 MJ

Oppgave 13 (3 poeng)

Anta at vi har en ideell lang spole med tverrsnittsareal A. For en ideell lang spole gjelder at magnetfeltet inne i spolen er homogent over tverrsnittet og er gitt av $\mathrm{B} = \mu_0 in$, hvor i er strømmen i spolen, og n er tettheten av vindinger (vindinger per lengdeenhet). Utenfor spolen er magnetfeltet neglisjerbart. En leder er tvunnet N ganger rundt spolen. Hva er den gjensidige induktansen mellom spolen og lederen?

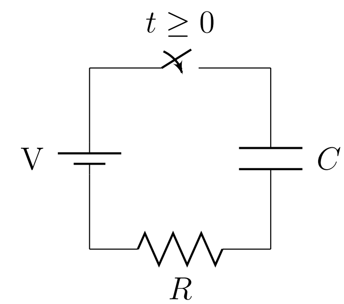
A. $M = \mu_0 A N^2/n$

B. $M = \mu_0 A(N - n)$

C. $M = \mu_0 A(N^2 - n^2)/N$

D. $M = \mu_0 A N^{-1} n^2$

E. $M = \mu_0 A N n$

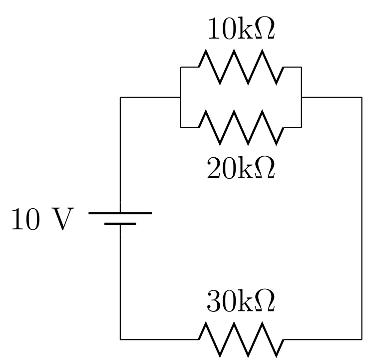


Figur 5: En RC krets

Oppgave 14 (2 poeng)

Anta at vi har kretsen som illustrert i figur 5 . Bryteren lukkes ved $t = 0$. Hva er strømmen gjennom kondensatoren når bryteren har vært lukket lenge?

A. 0 B. V/R C. $V/R + RC$ D. $V/2R$ E. ∞

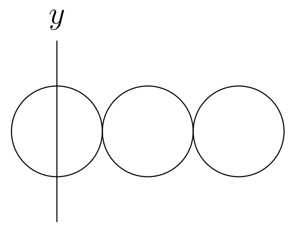


Figur 6: En resistiv krets

Oppgave 15 (2 poeng)

Hvor stor strøm går gjennom motstanden med en resistans på 30 kΩ i figur 6.

A. 2.9 mA B. 1.8 mA C. 0.56 mA D. 0.27 mA E. 0.013 mA

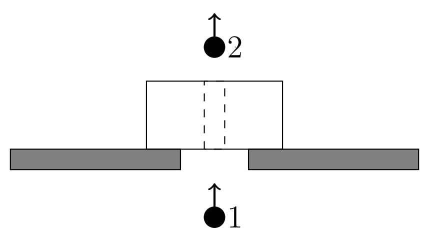


Figur 7: (Oppgave 16) Pingpong baller på rekke som roterer rund aksen y

Oppgave 16 (3 poeng)

En pingpong ball har en masse m og en radius r. Anta at en enkel pingpong ball som roterer rundt en akse gjennom sentrum kan sees på som et kuleskall som har et treghetsmoment på $I = \dfrac{2mr^2}{3}$. Anta nå at vi har tre pingpong-baller som er limt sammen på en rekke. Hva er treghetsmomentet til dette objektet rundt y-aksen som går gjennom ballen på enden og er vinkelrett på aksen gjennom alle ballen (se figur 7).

A. $22\ mr^2$ B. $12\ mr^2$ C. $2\ mr^2$ D. $1/3\ mr^2$ E. $1/12\ mr^2$



Figur 8: En kule som går gjennom en kloss

Oppgave 17 (3 poeng)

En kule blir skutt gjennom en trekloss som ligger over et hull i et bord. Kula treffer klossen med en hastighet på 300 m/s og kommer ut med en hastighet på 100 m/s. Anta at klossen flytter seg neglisjerbart før kula har gått igjennom. Kula veier $m =$ 100 g og klossen veier $M = 5.0$ kg. Hvor høyt over bordet vil treklossen løfte seg (figur 8)?

A. 0.30 m B. 0.82 m C. 1.3 m D. 2.0 m E. 2.6 m

Oppgave 18 (2 poeng)

Hvor stort volum opptar en mol av en ideell gass ved en temperatur på 300 K et trykk på 0.50 MPa.

A. $5.0 \cdot 10^{-3}$ m^3

B. $3.0 \cdot 10^{-6}$ m^3

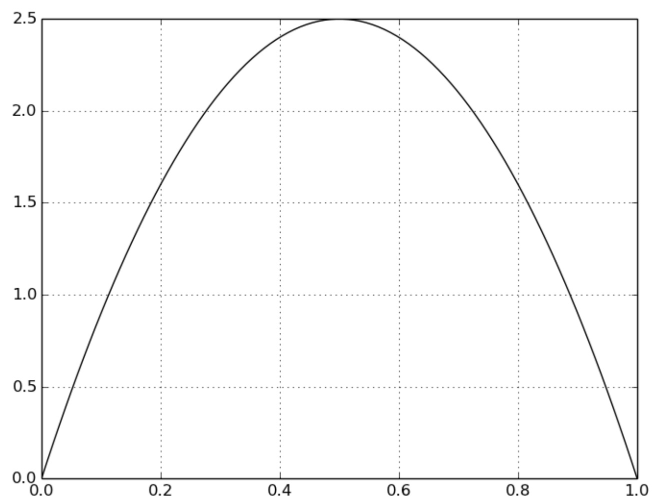
C. $3.5 \cdot 10^{-2}$ m^3

D. $7.3 \cdot 10^{-4}$ m^3

E. $1.2 \cdot 10^{-5}$ m^3

Oppgave 19 (2 poeng)
En bil (2000 kg) treffer en elg (500 kg) i 80 km/t, anta at rett etter støttet fortsetter bilen og elgen i 60 km/t som ett objekt. Hvor mange prosent av bilens kinetiske energi har gått til deformering av elg og bil?

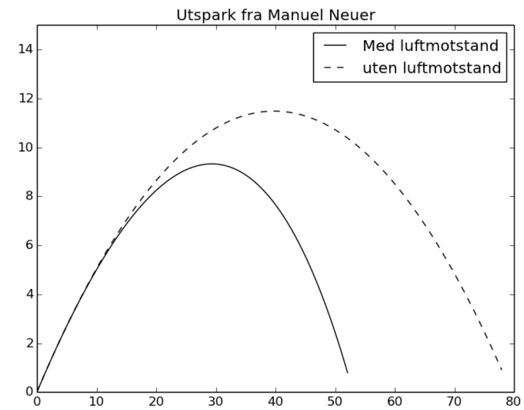
A. 10 % B. 15 % C. 20 % D. 30 % E. 35 %



Figur 9: Kinetiske energi(i Joule) som funksjon av posisjon (i meter)

Oppgave 20 (3 poeng)
En kloss er festet til en fjær som sitter i en vegg og kan bevege seg friksjonsløst langs et horisontalt bord. Anta en ideell fjær ($\mathbf{F} = -k\mathbf{x}$). Klossen blir påvirket av en ekstern kraft F_x. Figur 9 viser den kinetiske energien til klossen som funksjon av posisjon, hvor $x = 0$ i fjærens likevektsposisjon (før kraften F_x virker). Hvor stor er kraften F_x?

A. 1 N B. 2 N C. 5 N D. 10 N E. 20 N



Figur 10: Fotballens bane med og uten luftmsotand

Oppgave 21 (3 poeng)

Manuel Neuer (tysk fotballkeeper) sparker ut en ball fra mål. Ballen har en utgangsfart på 30 m/s, med en vinkel på 30 grader over horisontalen. Ballen blir påvirket av en luftmotstand på $\mathbf{F} = -b\mathbf{v}$. Hvilken av følgende kodesnutter i alternativene nedenfor skal byttes ut med `***` i koden nedenfor for at variablene `x` og `y` gir den riktige banen til fotballen. (se figur 10 for resultat med og uten luftmotstand).

```
import math as mth
import numpy as np
T = 2.7 #Total tid
N = 10000 #Antall datapunkter
h = T/(N-1) #Tidssteg

g = 9.8 #Tyngdens akselerasjon
b = 0.1 #Luftmotstand koeffisient
m = 0.43 #Massen til en fotball
v0 = 30 #utgangsfart
vx = np.zeros(N)
vy = np.zeros(N)
x = np.zeros(N)
y = np.zeros(N)

phi= 30*mth.pi/180
vx[0] = v0*mth.cos(phi)
vy[0] = v0*mth.sin(phi)

for i in range(0,N-1):
    ***
    x[i+1] = vx[i]*h + x[i]
    y[i+1] = vy[i]*h + y[i]
```

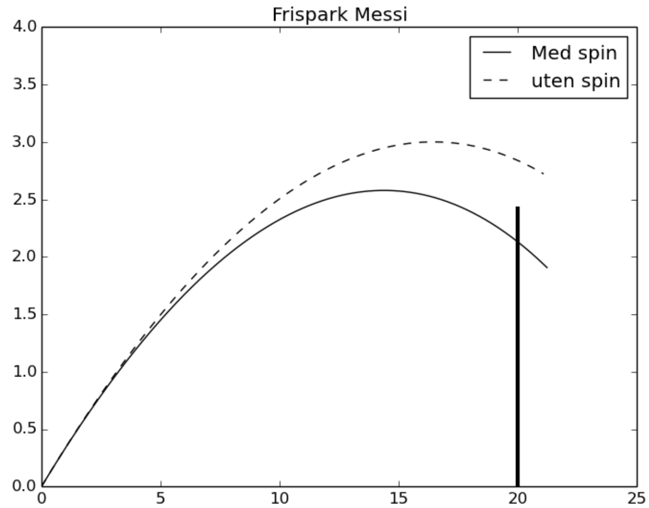
A. `vx[i+1] = h*(-b/m*vx[i])`
   `vy[i+1] = h*(-b/m*vy[i]-g)`

B. `vx[i+1] = h*(-b/m*vx[i]) - vx[i]`
   `vy[i+1] = h*(-b/m*vy[i]-g) - vy[i]`

C. `vx[i+1] = h*(-b/m*vx[i]) + h*vx[i]`
   `vy[i+1] = h*(-b/m*vy[i]-g) + h*vy[i]`

D. `vx[i+1] = h*(-b/m*vx[i]) + vx[i]`
   `vy[i+1] = h*(-b/m*vy[i]-g) + vy[i]`

E. `vx[i+1] = h*(-b/m*vx[i]+g) + vx[i]`
   `vy[i+1] = h*(-b/m*vy[i]-g) + vy[i]`



Figur 11: Fotballens bane med og uten spin. Den vertikale linjen representerer et fotballmål og man tydelig se verdien av litt top-spin.

Oppgave 22 (3 poeng)

Lionel Messi (en argentiske fotballspiller av moderat kaliber) sparker en ball slik at den roterer forover (toppen av ballen roterer med bevegelsesretningen, top-spin). Rotasjonen forårsaker *Magnus-effekten* (oppkalt etter Heinrich Gustav Magnus, ikke forfatteren av dette eksamenssettet) som gir en kraft gitt av $F = sv$ hvor v er hastigheten til ballen s er en koeffisient som kvantiserer effekten. Kraften virker vertikalt på bevegelsesretningen, mot den siden av ballen som roterer bort fra bevegelsesretningen (altså primært nedover i dette tilfellet). Det virker også en kraft fra luftmotstand på ballen gitt av $\mathbf{F} = -b\mathbf{v}$. Hvilken av følgende kodesnutter i alternativen skal byttest ut med `***` i koden nedenfor for at variablene `x` og `y` gir den korrekte posisjonen til ballen. (se figur 11 for eksempel med og uten *Magnus-effekten* - et tenkt mål er tegnet inn).

```
T = 1.0 #Total tid
N = 10000 #Antall datapunkter
h = T/(N-1) #Tidssteg

g = 9.8 #Tyngdens akselerasjon
b = 0.1 #Luftmotsand koeffisient
m = 0.43 #Massen til en fotball
s = 0.08 #spinkoeffisient
v0 = 25 #utgangsfart
ang = 19.0 #utgangsvinkel

vx = np.zeros(N)
vy = np.zeros(N)
```

```
x = np.zeros(N)
y = np.zeros(N)

phi= ang*mth.pi/180 #utgangsvinkel i radianer
vx[0] = v0*mth.cos(phi) #utgangshastighet
vy[0] = v0*mth.sin(phi)

for i in range(0,N-1):
    ***
    x[i+1] = vx[i]*h + x[i]
    y[i+1] = vy[i]*h + y[i]
#-------------------------------------
```

A. `vx[i+1] = h*(-b/m*vx[i]+g+s*vy[i]) + vx[i]`
   `vy[i+1] = h*(-b/m*vy[i]-g-s*vx[i]) + vy[i]`

B. `vx[i+1] = h*(-b/m*vx[i]+s*vy[i]) + vx[i]`
   `vy[i+1] = h*(-b/m*vy[i]-s*vx[i]) + vy[i]`

C. `vx[i+1] = h*(-b/m*vx[i]+s*vy[i]) + vx[i]`
   `vy[i+1] = h*(-b/m*vy[i]-g-s*vx[i]) + vy[i]`

D. `vx[i+1] = h*(-b/m*vx[i]+s*vy[i])`
   `vy[i+1] = h*(-b/m*vy[i]-g-s*vx[i])`

E. `vx[i+1] = h*(-b/m*vx[i]+s*vy[i]) + h*vx[i]`
   `vy[i+1] = h*(-b/m*vy[i]-g-s*vx[i]) + h*vy[i]`

Fysiske konstanter

$g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$
$k_\mathrm{B} = 1{,}3807 \cdot 10^{-23}\mathrm{J/K}$
$N_\mathrm{A} = 6{,}02 \cdot 10^{23}$
$R = N_\mathrm{A} k_\mathrm{B} = 8{,}31\ \mathrm{Jmol^{-1}K^{-1}}$
$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{C^2\ N^{-1}\ m^{-2}}$
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{N/A^2}$
$k = 8{,}99 \cdot 10^9\ \mathrm{Nm^2C^{-2}}$
$e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$
$m_\mathrm{e} = 9{,}11 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg}$
$\sigma = 5.6 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{Wm^{-2}K^{-4}}$

Mekanikk

$v(t) = v_0 + at$
$s(t) = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$
$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}$
$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$
$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$
$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}$
$W = \int \mathbf{F} \cdot \mathbf{ds}$
$K = \frac{1}{2}mv^2$
$\mathbf{F} = -\nabla U$
$F_\mathrm{f} \leq \mu_s F_\perp$
$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$
$b = \theta r,\ v = \omega r,\ a = \alpha r$
$K_\mathrm{rot} = \frac{1}{2}I\omega^2$
$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$
$\boldsymbol{\tau} = I\boldsymbol{\alpha}$
$I = \sum_i m_i \mathbf{r}_i^2$
$I_d = I_0 + Md^2$
$\mathbf{r_{cm}} = \frac{1}{M_\mathrm{tot}} \sum_i m_i \mathbf{r}_i$
$\mathbf{I} = \Delta\mathbf{p} = \int \mathbf{F} dt$
Betingelser for ren rulling:
$v = \omega r,\ a = \alpha r$

Svingninger

$x'' + \omega_0^2 x = 0$
$\omega_0 = \sqrt{k/m}$
$T = 2\pi/\omega$
$f = 1/T$

Termisk fysikk

n (antall mol)
$N = nN_\mathrm{A}$ (antall molekyler)
$\Delta U = Q - W$
$pV = nRT$
$pV = N\frac{2}{3}K_\mathrm{avg}$
$W = \int pdV$
$dQ = nCdT$
$C_\mathrm{V} = \frac{3}{2}R$ (en-atomig)

$C_\mathrm{V} = \frac{5}{2}R$ (to-atomig)
$C_\mathrm{P} = C_\mathrm{V} + R$
$\gamma = \frac{C_\mathrm{P}}{C_\mathrm{V}}$
$PV^\gamma =$ konst (adiabatisk)
$TV^{\gamma-1} =$ konst (adiabatisk)
$\eta = \frac{W}{Q}$
$\eta_\mathrm{Carnot} = 1 - \frac{T_c}{T_h}$
$dS = \frac{dQ_{rev}}{T}$
$H = \kappa A \frac{dT}{dx}$
$H = e\sigma AT^4$

Elektrisitet og magnetisme

$\mathbf{F} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$
$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q}$
$\Delta V = -\int \mathbf{E} \cdot \mathbf{ds}$
$\Phi_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{dA}$
$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$
$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$
$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$
$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0(I + \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt})$
$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\mathbf{l} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$
$\mathbf{F} = q(E + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$
$\boldsymbol{\tau} = \mu \times \mathbf{B}$
$\mu = IA$
$\mathcal{E}_\in = -M\frac{di_1}{dt}$
$C = \frac{Q}{V}$
$V = RI$

Formelliste for emnet TFY4125 Fysikk

Vektorstørrelser er i **uthevet** skrift.

Fysiske konstanter:

Ett mol: $M(^{12}\mathrm{C}) = 12$ g | 1u = $1{,}6605 \cdot 10^{-27}$ kg | $N_A = 6{,}0221 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}

$k_B = 1{,}3807 \cdot 10^{-23}$ J/K | $R = N_A\, k_B = 8{,}3145$ J mol^{-1} K^{-1} | 0ºC = 273,15 K

$\varepsilon_0 = 8{,}8542 \cdot 10^{-12}$ C^2/Nm^2 | $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A^2

$e = 1{,}6022 \cdot 10^{-19}$ C | $m_e = 9{,}1094 \cdot 10^{-31}$ kg

$c = 2{,}998 \cdot 10^{8}$ m/s | $h = 6{,}6261 \cdot 10^{-34}$ Js | $g = 9{,}81$ m/s^2

Mekanikk:

$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}(\mathbf{r},t)$, der $\mathbf{p}(\mathbf{r},t) = m\mathbf{v} = md\mathbf{r}/dt$; $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$

Konstant a: $v = v_0 + at$; $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$; $2as = v^2 - v_0^2$

$dW = \mathbf{F}\cdot d\mathbf{s}$; $K = \frac{1}{2}mv^2$; $U(\mathbf{r})$ = potensiell energi. (tyngde: mgh; fjær: $\frac{1}{2}kx^2$)

$\mathbf{F} = -\nabla U$; $F_x = -\frac{\partial}{\partial x}U(x,y,z)$; $E = \frac{1}{2}mv^2 + U(\mathbf{r}) + E_{therm} = konst.$

$W_{tot} = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)$

Tørr friksjon: $|F_f| \le \mu_s \cdot F_\perp$ eller $|F_f| = \mu_k \cdot F_\perp$. Viskøs friksjon: $|F_f| = -k_f v$; $\mathbf{F}_f = -k_f \mathbf{v}$

Dreiemoment: $\boldsymbol{\tau} = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)\times\mathbf{F} = I\boldsymbol{\alpha}$, der $\mathbf{r}_0$ er valgt ref. punkt og I treghetsmomentet. $dW = \boldsymbol{\tau}\cdot d\boldsymbol{\theta}$

Statisk likevekt: $\mathbf{F} = \sum_i \mathbf{F}_i = \mathbf{0}$, $\boldsymbol{\tau} = \sum_i \boldsymbol{\tau}_i = \mathbf{0}$.

Massemiddelpunkt (tyngdepunkt): $\mathbf{R} = (1/M)\sum_i m_i\mathbf{r}_i$, $M = \sum_i m_i$

Elastisk støt: $\Sigma_i\, \mathbf{p}_i = konstant$; $\Sigma_i\, K_i = konstant$. Uelastisk støt: $\Sigma_i\, \mathbf{p}_i = konstant$.

Impuls: $\mathbf{I} = \Delta\mathbf{p}$, $\mathbf{I} = \int \mathbf{F}(t)dt$.

Vinkelhast.: $\boldsymbol{\omega} = \omega\hat{\mathbf{z}}$; $|\boldsymbol{\omega}| = \omega = d\theta/dt$; Vinkelakselerasjon: $\boldsymbol{\alpha} = d\boldsymbol{\omega}/dt$; $\alpha = d\omega/dt = d^2\theta/dt^2$

Sirkelbevegelse: $\mathbf{v} = \omega\mathbf{r}$; $v = \omega r$; Sentripetalakselerasjon $a_r = -v\omega = -v^2/r = -r\omega^2$

Baneaks.: $a_\theta = dv/dt = r\,d\omega/dt = r\alpha$; Rotasjonsenergi: $K_{rot} = \frac{1}{2}I\omega^2$, der I er treghetsmomentet.

$I \equiv \sum_i m_i r_{\perp i}{}^2 \rightarrow \int_V dV\rho r_\perp{}^2$. Akse gjennom massemiddelpunktet: $I \rightarrow I_0$.

Massiv kule: $I_0 = \frac{2}{5}MR^2$; Kuleskall: $I_0 = \frac{2}{3}MR^2$; Kompakt sylinder / skive: $I_0 = \frac{1}{2}MR^2$;

Lang, tynn stav: $I_0 = {}^1\!/_{12} ML^2$; Parallellakseteoremet (Steiners sats): $I = I_0 + Mb^2$
Betingelser for ren rulling: $v = \omega R$; $a = \alpha R$.

Svingninger:

Udempet svingning: $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$; $\omega_0 = \sqrt{k/m}$; $T = 2\pi/\omega_0$; $f_0 = 1/T = \omega_0/2\pi$

Pendel: $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin\theta = 0$; Fysisk pendel: $\omega_0 = \sqrt{gmd/I}$; Matematisk pendel: $\omega_0 = \sqrt{g/l}$

Termisk fysikk:

n = antall mol; $N = nN_A$ = antall molekyler; f = antall frihetsgrader; $\alpha = L^{-1} dL/dT$

$Q_{in} = \Delta U + W$; $C = \dfrac{\Delta Q}{\Delta T}$; (Varmekapasiteten kan være gitt per masseenhet eller per mol)

$PV = nRT = Nk_B T$; $PV = N\dfrac{2}{3}\langle K\rangle$; $\langle K\rangle = \dfrac{1}{2}m\langle v^2\rangle = \dfrac{3}{2}m\langle v_x^2\rangle$; $\Delta W = P\Delta V$; $W = \int_1^2 PdV$

Molare varme kap.: $C_V = \dfrac{3}{2}R$ (én-atomig); $C_V = \dfrac{5}{2}R$ (to-atomig); $C_P = C_V + R$. $dU = nC_V \cdot dT$.

Adiabat: $\gamma \equiv C_P / C_V$; $PV^\gamma = konst.$; $TV^{\gamma-1} = konst.$

Virkningsgrader for varmekraftmaskiner: $\varepsilon = W/Q_v$; Carnot: $\varepsilon = 1 - T_k/T_v$: Otto: $\varepsilon = 1 - 1/r^{\gamma-1}$

Kjøleskap: $\eta_K = \left|\dfrac{Q_k}{W}\right| \xrightarrow{Carnot} \dfrac{T_k}{T_v - T_k}$; Varmepumpe: $\eta_{VP} = \left|\dfrac{Q_v}{W}\right| \xrightarrow{Carnot} \dfrac{T_v}{T_v - T_k}$

Clausius: $\sum \dfrac{\Delta Q}{T} \le 0$; $\oint \dfrac{\mathrm{d}Q}{T} \le 0$; Entropi: $\mathrm{d}S = \dfrac{\mathrm{d}Q_{rev}}{T}$; $\Delta S_{12} = \int_1^2 \dfrac{\mathrm{d}Q_{rev}}{T}$; $S = k_B \ln W$

Entropiendring i en ideell gass: $\Delta S_{12} = nC_V \ln(T_2/T_1) + nR\ln(V_2/V_1)$

_____ Elektrisitet og magnetisme: ____

Coulomb: $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \dfrac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{\mathbf{r}}$; $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{\mathbf{r}}$; $V(r) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$.

Elektrisk felt: $\mathbf{E} = -\nabla V = -\left\langle \dfrac{\partial V}{\partial x}, \dfrac{\partial V}{\partial y}, \dfrac{\partial V}{\partial z} \right\rangle; E_x = -\dfrac{dV}{dx}$

Elektrisk potensial: $\Delta V = V_b - V_a = -\int_a^b \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}$. $\Delta U = Q\Delta V$

1. Gauss lov $\oint_S \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \oint_S E_n dA = \dfrac{Q_{inni}}{\varepsilon_0}$

2. Gauss lov for magnetisme $\oint_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{A} = \oint_S B_n dA = 0$

3. Faradays lov $\oint_C \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = \mathcal{E} = -\dfrac{d\Phi_m}{dt} = -\dfrac{d}{dt}\int_S B_n dA = -\int_S \dfrac{\partial B_n}{\partial t} dA$

4. Amperes lov $\oint_C \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} = \mu_0 (I_{inni} + I_d)$, $I_d = \varepsilon_0 \dfrac{d\Phi_E}{dt} = \varepsilon_0 \int_S \dfrac{\partial E_n}{\partial t} dA$

Fluks: $\Phi_E = \int_S \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \int_S E_n \cdot dA$; $\Phi_M = \int_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{A} = \int_S B_n \cdot dA$.

Kapasitans: $C \equiv \dfrac{Q}{V}$. For platekondensator: $C = \dfrac{\varepsilon_0 A}{d}$. $U = \dfrac{1}{2}CV^2 = \dfrac{1}{2}Q^2/C$.

Energitetthet: $u_E = \dfrac{U_E}{'volum'} = \dfrac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$; $u_B = \dfrac{U_B}{'volum'} = \dfrac{1}{2\mu_0}B^2$

Biot-Savarts lov: $d\mathbf{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi} I \dfrac{d\mathbf{l}\times\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$. $\mathbf{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{Q\mathbf{v}\times\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$

Lorentzkraften: $\mathbf{F} = Q(\mathbf{E} + \mathbf{v}\times\mathbf{B})$; $d\mathbf{F} = I(d\mathbf{l}\times\mathbf{B})$.

Svarark (riv av og lever med eksamensomslag)
Kandidatnummer:
Fagkode:

	A	B	C	D	E
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					
21					
22					