Løsningsskisse Eksamen TFY4125 13. mai 2004.

Oppgave 1. Flervalgsspørsmål.

Spørsmål	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Svar	D	A	C	A	C	A	A	C	D	B	E	B	E	B	D

Oppgave 2.

a) Treghetsmomentet til et element av staven kan skrives $\Delta I = \Delta m \cdot r^2 = \Delta r \frac{m}{L} r^2$ som gir for I om rotasjonspunktet *P*: $\boxed{I = \int_{-L/4}^{3L/4} \frac{m}{L} r^2 dr = \frac{m}{3L}\left(\frac{27}{64} + \frac{1}{64}\right) L^3 = \frac{7}{48} mL^2 = 46{,}67 kgm^2}$

b) Dreiemomentet om *P* er: $\boxed{\tau = -mg\frac{L}{4} - kz\frac{3L}{4} = \frac{-mgL}{4} - \frac{9kL^2}{16}\theta}$ hvor $z = \frac{3L}{4}\theta$

Dreiemomentligninga gir: $\tau = I\frac{d\omega}{dt} = I\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{-mgL}{4} - \frac{9kL^2}{16}\theta$ dvs. $I\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{9kL^2}{16}\theta = \frac{-mgL}{4}$

hvor høyre side kun representerer en forskyvning av nullpunktet for vinkelen pga tyngdekraften.

Svingeligninga blir $\boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega_0^2\theta = 0}$ hvor $\omega_0 = \frac{3L}{4}\sqrt{\frac{k}{I}}$ (samme ligning fås for z).

c) Generell løsning av ligninga er $\boxed{\theta(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi)}$ samme for z(t).

Svingefrekvensen er $\boxed{\omega_0 = \frac{3L}{4}\sqrt{\frac{k}{I}} = 1{,}96 s^{-1}}$ og perioden $\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{8\pi}{3L}\sqrt{\frac{I}{k}} = 3{,}2 s}$

d) Rotasjonsmengden til systemet om punktet P blir $\boxed{L = I\omega = I\frac{d\theta}{dt} = -I\omega_0 A\sin(\omega_0 t + \varphi)}$

Oppgave 3.

a) Termodynamikkens 1. hovedsetning $dQ = dU + dW$ *varme er energi og energi er bevart.*

Trinn I: adiabatisk ekspansjon $\boxed{dQ = 0}$ dvs $\boxed{Q_I = 0}$

Trinn II: isoterm kompresjon $dU = 0$ (konstant temperatur) $dQ = dW = pdV = \frac{nRT}{V}dV$

som gir $Q_{II} = W_{II} = \int pdV = \int_{V_{max}}^{V_{min}} \frac{nRT_b}{V}dV = nRT_b \ln\frac{V_{min}}{V_{max}}$ dvs $\boxed{Q_{II} < 0}$

Trinn III: isochor, dvs $V = konstant$, som betyr $Q_{III} = \Delta U = nc_V(T_a - T_b)$ dvs $\boxed{Q_{III} > 0}$

b) Forholdet V_{max}/V_{min} finnes vha $TV^{\gamma - 1} = konst$ som gir $\boxed{\frac{V_{max}}{V_{min}} = \left(\frac{T_a}{T_b}\right)^{\frac{1}{\gamma - 1}} = 5{,}59}$

Trinn I: $dW = -dU$ dvs $W_I = -nc_V\Delta T$ siden $\gamma = \frac{c_p}{c_V}$ og $c_p - c_V = R$

fås $c_V = \frac{R}{\gamma - 1} = \frac{5}{2}R$ som gir $\boxed{W_I = -n\frac{5}{2}R\Delta T = 6232J}$

$\boxed{W_{II} = \int pdV = \int_{V_{max}}^{V_{min}} \frac{nRT_b}{V}dV = nRT_b \ln\frac{V_{min}}{V_{max}} = -4333J}$ og $\boxed{W_{III} = 0J}$

For varmestrømmene fås:

$\boxed{Q_I = 0}$ og $\boxed{Q_{II} = W_{II} = -4333J}$ og $\boxed{Q_{III} = nc_V(T_a - T_b) = 6232J}$

c) Virkningsgraden er $\boxed{e = \frac{W}{Q_H} = \frac{W_I + W_{II}}{Q_{III}} = 0{,}30}$

d) Virkningsgrad for Carnot-maskin er $\boxed{e = \frac{W}{Q_H} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{T_b}{T_a} = 0{,}50}$

Oppgave 4.

a) Amperes lov gir $\boxed{\mu_0 I = \oint \vec{B} \cdot \vec{ds} = Br\oint d\theta = 2\pi rB \Rightarrow B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}}$ og retningen av B-feltet finnes fra høyrehåndsregelen, og peker inn i papirplanet i xy-planet for x>0 og y>0.

b) Magnetisk fluks gjennom strømsløyfen er:

$$\boxed{\Phi_B = \int_A \vec{B} \cdot \vec{dA} = \int_a^{(a+b)} \frac{\mu_0 I_0}{2\pi x} c\,dx = \frac{\mu_0 I_0 c}{2\pi} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right) = 8{,}32 \cdot 10^{-8}\,Tm^2}$$

c) Tidsvarierende strøm $I(t) = I_0 e^{-t/t_0}$

Faradays induksjonslov $\boxed{V_{ind} = -\dfrac{d\Phi_B}{dt} = \dfrac{\mu_0 c}{2\pi} \ln\left(\dfrac{a+b}{a}\right) \dfrac{I_0}{t_0} e^{-t/t_0}}$

Retningen av den induserte strømmen er gitt ved Lenz lov: Den induserte strømmen prøver å sette opp et B-felt som motvirker endringen i magnetisk fluks. Strømmen I_1 avtar betyr at fluksen avtar, som betyr at den induserte strømmen blir i klokkeretningen, dvs. søker å sette opp et B-felt for å hindre reduksjon i magnetisk fluks.

d) Strømsløyfen beveger seg med hastighet v i positiv x-retning.

$$\boxed{\begin{aligned} V_{ind} &= -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_A \vec{B} \cdot \vec{dA} = -\frac{d}{dt}\left\{ \int_{(a+vt)}^{(a+b+vt)} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} c\,dx \right\} = -\frac{d}{dt}\left\{ \frac{\mu_0 Ic}{2\pi} \ln\left(\frac{a+b+vt}{a+vt}\right) \right\} \\ V_{ind} &= -\frac{\mu_0 Ic}{2\pi}\frac{d}{dt}[\ln(a+b+vt) - \ln(a+vt)] = -\frac{\mu_0 Ic}{2\pi}\left\{ \frac{v}{a+b+vt} - \frac{v}{a+vt} \right\} \end{aligned}}$$

Lenz lov anvendes igjen. Siden B avtar med avstand x fra lederen vil retningen av indusert strøm søke å motvirke reduksjon i fluksen, dvs. strømmen blir i klokkeretning, som i pkt.(c).