Løsningsskisse Eksamen TFY4125 20. aug. 2005.

Oppgave 1. Flervalgsspørsmål.

Spørsmål	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Svar	C	B	A	D	A	E	A	D	D	D	D	A

Oppgave 2.

a) Hastigheten til tyngdepunktet er: $v = R\omega$

Skal finne hastigheten til tyngdepunktet. Ser på energibevarelse: $E = \frac{1}{2}Mv^2 + I\omega^2 + Mgy$,

hvor startbetingelsene er $v = v_0$ og $y = y_0$. Vi kan skrive:

$$E = E_0 = \frac{1}{2}\left(M + \frac{I}{R^2}\right)v_0{}^2 + Mgy_0$$

dermed

$$v^2 - v_0^2 = \frac{2Mg(y_0 - y)}{M + I/R^2}$$

treghetsmomentet

$$I = \frac{1}{2}(2m)R^2 \cdot 2 + \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2}m(4R^2 + r^2)$$

dermed

$$v = \sqrt{v_0^2 + \frac{10mg(y_0 - y)}{5m + 2m + \frac{1}{2}m\left(\frac{r}{R}\right)^2}} = \sqrt{v_0^2 + \frac{10g(y_0 - y)}{7 + \frac{1}{2}\left(\frac{r}{R}\right)^2}}$$

b) Newtons 2. lov (kraftbalanse gir):

$$Ma = F\cos\beta + Mg\sin\theta - F_f \qquad \text{hvor} \qquad F_f = \text{friksjonskraft}$$

Dreiemomentligninga er:

$$I\alpha = \tau_{tot} = F_f R - Fr$$

Hvor $a = R\alpha > 0$ når jo-jo'en beveger seg nedover skråplanet
Vi kan dermed skrive:

$$I\alpha = (F\cos\beta + Mg\sin\theta - MR\alpha)R - Fr$$

$$\alpha = \frac{F(R\cos\beta - r) + MgR\sin\theta}{I + MR^2}$$

$$\alpha = \frac{F(R\cos\beta - r) + 5mgR\sin\theta}{7mR^2 + \frac{1}{2}mr^2}$$

c) Setter inn: $R = 2r$, $F = 2mg$, $\theta = 30^o$ og får: a = 0 for $\cos\beta = -3/4$ som gir $\beta = 138.6^o$.
$\cos\beta < -3/4$ gir $a < 0$ og $\beta > 138.6^o$, dvs. jo-jo'en beveger seg oppover planet,
$\cos\beta > -3/4$ gir $a > 0$ og $\beta > 138.6^o$, dvs. jo-jo'en beveger seg nedover.

d) Statisk friksjon: legeme i ro
Dynamisk friksjon: legeme i bevegelse (glidebevegelse)

Friksjon: $F_f = \mu N = \mu(5mg\cos\theta - F\sin\beta)$

$$F_f = \mu N = \mu(5mg\cos\theta - F\sin\beta)$$

videre

$$\tau = F_f R - Fr = I\alpha \Rightarrow F_f = \frac{I\alpha + Fr}{R}$$

dermed

$$\mu = \frac{(I\alpha + Fr)/R}{5mg\cos\theta - F\sin\beta}$$

Innsatt tallverdier (for $\alpha = 0$) gir friksjonskoeffisienten $\mu = 0.33$.
For mindre verdier av μ enn dette vil jo-jo'en begynne å skli ned skråplanet.

Oppgave 3.

a) Kraftbalanse: $F_1 + F_2 = (m_1 + M + m)g$

Dreiemoment-bevarelse (om høyre støttepunkt):

$$F_1 \cdot (3{,}5) + mg \cdot x - m_1 g \cdot (1{,}5 + 3{,}5) - Mg \cdot (0{,}5) = 0$$

b) Bjelken begynner å vippe, dvs. kraften på venstre støttepunkt er null: $F_1 = 0$.
Løsning mhp x gir:

$$x = \frac{5m_1 + 0{,}5M}{m} = 2{,}92m$$

c) Dreiemomentligninga gir:

$$I\alpha = \tau = mgx - 5m_1 g - 0{,}5Mg$$

hvor

$$I = I_{CM} + MR^2 = M\left[\frac{L^2}{12} + 0{,}5^2\right] = 7{,}0M$$

dermed

$$\alpha = \frac{g(mx - 5m_1 - 0{,}5M)}{7{,}0M} = 1{,}68x - 4{,}9[s^{-2}]$$

Oppgave 4.

a) For en ideell gass gjelder: $C_p - C_V = nR$ Adiabatkonstanten er $\gamma = \dfrac{C_p}{C_V}$

Dermed: $C_V = \dfrac{1}{\gamma - 1}nR = \dfrac{5}{2}nR$ og $C_p = C_V + nR = \dfrac{7}{2}nR$

b) Fra ideell gass lov: $V_1 = \dfrac{nRT_1}{p_1}$. Innsatt gir dette V_1 = 80 cm^3.

Prosessen $1 \rightarrow 2$ er adiabat, slik at T2 bestemmes fra adiabatligningen: $p_2^{1-\gamma}T_2^{\gamma} = p_1^{1-\gamma}T_1^{\gamma}$

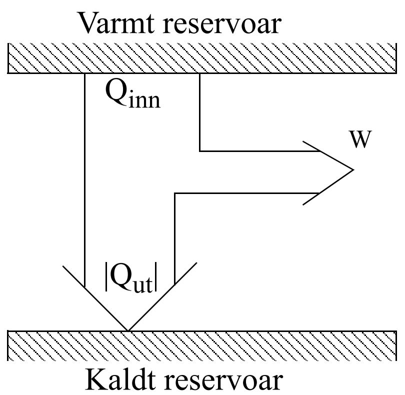
som gir $T_2 = T_1\left\{\dfrac{p_1}{p_2}\right\}^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$. Innsatt blir dette T_2 = 330 K.

c) Prosessene $1 \rightarrow 2$ og $3 \rightarrow 4$ er adiabater og ingen varmeutveksling skjer.
Prosessene $2 \rightarrow 3$ og $4 \rightarrow 1$ er isobarer (konstant trykk) og $Q = C_p \cdot \Delta T$.
Dermed:

Tilført varme i $2 \rightarrow 3$ er: $Q_{inn} = \dfrac{7}{2}R \cdot (412K - 330K)$, som gir Q_{inn} = 24 J.

Avgitt varme i $4 \rightarrow 1$ er: $Q_{ut} = \dfrac{7}{2}R \cdot (241K - 301K)$, som gir Q_{ut} = -17 J

d) Varmestrømsdiagram



Virkningsgraden er gitt av:

$$e = \frac{W}{Q_{inn}} = \frac{Q_{inn} - |Q_{ut}|}{Q_{inn}} = \frac{Q_{inn} + Q_{ut}}{Q_{inn}}$$

Innsatt fås: e = 0,29