NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Institutt for Fysikk

Eksamensoppgave i TFY 4125 Fysikk

Faglig kontakt under eksamen: Magnus Borstad Lilledahl
Tlf.: 73591873 / 92851014

Eksamensdato: 27.5.15
Eksamenstid (fra-til): 0900-1300
Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: C/Bestemt enkel kalkulator, Matematisk formelsamling (Rottman)

Annen informasjon: Eksamenssettet er utarbeidet av Magnus Borstad Lilledahl

Målform/språk: Bokmål
Antall sider: 8 sider (ikke inkludert forside)
Antall sider vedlegg: 1 side (svarark for flervalgsoppgaver)

Kontrollert av:

Dato Sign

Svar markeres på vedlagte svarark bakerst i oppgavesettet. Riv av dette svararket og lever sammen med eksamensomslaget. Sett kun ett kryss. Feil svar, ingen kryss eller flere enn ett kryss gir null poeng. Ingen minuspoeng for feil svar. Andre vedlegg som utregninger, kladd og kommentarer vil ikke bli tillagt vekt. Totalt antall poeng er 77 poeng. For alle fysiske konstanter, bruk antall signifikante siffer som angitt i formelarket på side 8. Oppgaven kommer ikke nødvendigvis i stigende vanskelighetsgrad så ikke vent for lenge med å gå videre dersom du står fast.

Oppgave 1 (2 poeng)

En BMW kjører 30 m bak en traktor og begge kjører i 30 km/t. På en oversiktlig strekning trykker BMWen inn gasspedalen (ved $t = 0$) slik at bilen får en akselerasjon på $a(t) = (3{,}0\,\mathrm{m/s^3})t - (0{,}2\,\mathrm{m/s^4})t^2$. Hvor lang tid tar det før BMWen er på siden av traktoren? (Hint: Du klarer kanskje ikke å regne ut svaret direkte men kan finne et uttrykk hvor du kan sjekke hvilket alternativ som er riktig).

A. 3,4 s B. 3,8 s **C.** 4,1 s D. 4,4 s E. 4,9 s

Løsningsforslag:

Det er enklest å bruke et treghetssystem hvor traktoren er i ro, altså som beveger seg i $30\,\mathrm{km\,h^{-1}}$. Akselerasjonen er oppgitt som $a(t) = c_1 t - c_2 t^2$. Vi kan finne posisjonen som funksjon av tid ved å integrere to ganger og får da at $x(t) = \frac{c_1}{6}t^3 - \frac{c_2}{12}t^4$. Hvis setter inn oppgitte verdier for konstantene finner vi et $t = 4{,}1\,\mathrm{s}$ gir $x(t) = 30$ meter.

Oppgave 2 (2 poeng)

Lionel Messi sparker en ball slik at den får en utgangfart på $12{,}0\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ og en retning $40°$ grader over horisontalen. Hvor lang tid tar det før ballen lander (se bort fra luftmostand)?

A. 1,6 s B. 2,1 s C. 2,8 s D. 3,2 s E. 4,1 s

Løsningsforslag:

Her dekomponerer vi bevegelsen i x og y retning. For y retningen så vil forflytningen være 0, og siden vi det bare er gravitasjonen som virker kan vi skrive bevegelseslikningen for konstant akselerasjon. Vi får da at

$$0 = v_{0y}t - 1/2gt^2 \rightarrow$$

$$t = \frac{2v_0 \sin 12°}{9{,}81\,\mathrm{m/s^2}} = 1{,}6\,\mathrm{s}$$

Oppgave 3 (3 poeng)

Mars har en masse $m_m = 623 \times 10^{21}\,\mathrm{kg}$ og er i en avstand $r = 228 \times 10^9\,\mathrm{m}$ fra sola som har en masse $m_s = 1{,}99 \times 10^{30}\,\mathrm{kg}$. Hvor mange dager er et år på Mars (altså hvor lang tid bruker den på å rotere en gang rundt sola)? Anta en sirkulær bane.

A. 542 **B. 687** C. 720 D. 794 E. 831

Løsningsforslag:

Hastigheten til mars kan finnes fra $F = m_m v^2/r$ for en sirkulær bane, der $F = G\frac{m_m m_s}{r^2}$. Det gir $v = \sqrt{G\frac{m_s}{r}}$. Vi får da at

$$t = \frac{2\pi R}{\sqrt{Gm_s/R}} = \frac{2\pi(228 \times 10^9\,\mathrm{m})^{3/2}}{\sqrt{6{,}67 \times 10^{-11}\,\mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}} \times m_s = 1{,}99 \times 10^{30}\,\mathrm{kg}}} = 687\,\mathrm{d}$$

Oppgave 4 (2 poeng)

Du dytter en kloss med masse $m = 1{,}0\,\mathrm{kg}$ bortover et bord med konstant hastighet. Friksjonskoeffisienten er $\mu = 0.20$. Med hvilken kraft virker klossen på hånden din (anta $f = \mu N$)?

A. 2,0 N B. 4,0 N C. 6,2 N D. 9,8 N E. 12,2 N

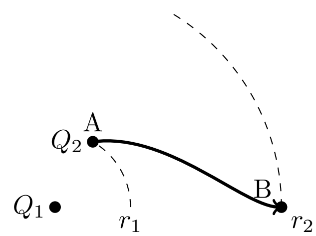
Løsningsforslag:

Friksjonskraften er $f = \mu N = 0.2 \times 1{,}0\,\text{kg} \times 9{,}8\,\text{m/s}^2 = 2{,}0\,\text{N}$. Ved konstan hastighet må du dytte med samme kraft og fra Newtons tredje lov må klossen dytte på samme kraft på hånden din.

Oppgave 5 (3 poeng)

Vi har to partikler, Q_1 og Q_2, begge med ladning $2{,}0\,\mu\text{C}$. Ladning Q_2 beveger seg fra et punkt A som ligger på en sirkel med radius $r_1 = 1{,}0\,\text{m}$, sentrert på Q_1, til et punkt B som ligger på en sirkel med radius $r_2 = 3{,}0\,\text{m}$, sentrert på Q_1 som vist i figuren. Hva er endringen i potensiell energi for Q_2 fra punkt A til punkt B?

A. 3,3 mJ B. 6,2 mJ C. 13 mJ D. 18 mJ **E.** 24 mJ



Løsningsforslag:

Endring i potensiell energi er kun avhengig av start og sluttpunkt. Potensiell energi mellom to ladninger er gitt av

$$U(r) = -k\frac{q_1 q_2}{r}$$

Endring i potensiell energi blir

$$\Delta U = -kq_1q_2\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) = 8{,}89 \times 10^9\,\text{Nm}^2/\text{C}^2 \times (2\,\mu\text{C})^2 \times \left(\frac{1}{3\,\text{m}} - \frac{1}{1\,\text{m}}\right) = 24\,\text{mJ}$$

Oppgave 6 (2 poeng)

To klosser med samme fart og masse kolliderer med hverandre og fortsetter som ett objekt. Klossene beveger seg før sammenstøtet 90° på hverandre. Hva blir forholdet K_2/K_1 mellom den totale kinetiske energien før støtet, K_1 og etter støtet, K_2?

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C. $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ D. $\frac{1}{2-\sqrt{2}}$ E. $\frac{1}{2(\sqrt{2}-1)}$

Løsningsforslag:

Bevegelsesmengde må være bevart. Bevegelsesmengden etter støtet blir dermed

$$\mathbf{p_2} = \mathbf{p_1} = mv_0\hat{\mathbf{i}} + mv_0\hat{\mathbf{j}}$$

slik at hastigheten blir

$$\mathbf{v_2} = \frac{\mathbf{p_2}}{2m} = \frac{v_0}{2}\hat{\mathbf{i}} + \frac{v_0}{2}\hat{\mathbf{j}}$$

hvor v_0 er farten til klossene før støtet. Før støtet var den totale kinetiske energien

$$K_1 = 2 \cdot \frac{1}{2}mv_0^2 = mv_0^2$$

Etter støtet blir farten kvadrert

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 = (\frac{v_0}{2})^2 + (\frac{v_0}{2})^2 = \frac{v_0^2}{2}$$

Etter støtet er den totale kinetiske energien

$$K_2 = \frac{1}{2}(2m)(\frac{v_0^2}{2}) = \frac{mv_0^2}{2}$$

Vi får dermed

$$K_2/K_1 = \frac{1}{2}$$

Oppgave 7 (2 poeng)

En ball med masse $m = 0{,}5\,\mathrm{kg}$ faller mot bakken fra en høyde på $2{,}0\,\mathrm{m}$ og spretter opp til en høyde på $1{,}6\,\mathrm{m}$. Hva er impulsen på ballen i støtet mot bakken?

A. $3{,}5\,\mathrm{kg\,m\,s^{-1}}$ **B.** $5{,}9\,\mathrm{kg\,m\,s^{-1}}$ C. $7{,}2\,\mathrm{kg\,m\,s^{-1}}$ D. $9{,}9\,\mathrm{kg\,m\,s^{-1}}$ E. $12\,\mathrm{kg\,m\,s^{-1}}$

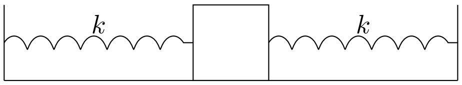
Løsningsforslag:

Fra bevaring av mekaniske energi har vi at farten rett før ballen treffer bakken er $\sqrt{2gh}$. Dette uttrykket kan også brukes til å finne farten ballen må ha etter at det forlater bakken for å nå opp til slutthøyden. Impulsen er lik endring i bevegelsesmengde

$$J = mv_2 - (-mv_1) = m\sqrt{2g}(\sqrt{h_2} + \sqrt{h_1}) = 0{,}5\,\mathrm{kg}\sqrt{2 \times 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}}(\sqrt{1{,}6\,\mathrm{m}} + \sqrt{2{,}0\,\mathrm{m}}) = 5{,}9\,\mathrm{kg\,m\,s^{-1}}$$

Oppgave 8 (2 poeng)

En kloss med masse $m = 2{,}0\,\mathrm{kg}$ er festet mellom to fjærer med samme fjærkonstant $k = 3{,}0\,\mathrm{N\,m^{-1}}$ og beveger seg på et friksjonsfritt underlag. Hva blir svingefrekvensen til systemet?



A. 0,28 Hz B. 0,48 Hz C. 0,79 Hz D. 1,9 Hz E. 3,6 Hz

Løsningsforslag:

Svingefrekvensen $f = \omega/2\pi$ blir da

$$f = \sqrt{\frac{2k}{m}}/2\pi = \sqrt{\frac{2 \times 3{,}0\,\mathrm{N\,m^{-1}}}{2{,}0\,\mathrm{kg}}} \times \frac{1}{2\pi} = 0{,}28\,\mathrm{Hz}$$

Oppgave 9 (4 poeng)

Du gjennomfører et eksperiment hvor du lar en kloss skli ned et skråplan som har en vinkel på 45° (anta eksakt) over horisontalen, og måler tiden det tar for klossen, som starter fra ro, å skli ned $1{,}000\,\mathrm{m} \pm 0{,}005\,\mathrm{m}$. Du finner at tiden det tar er $1{,}3\,\mathrm{s} \pm 0{,}2\,\mathrm{s}$. Fra Newtons andre lov finner du at

$$\mu = \tan\theta - \frac{2s}{gt^2\cos\theta}$$

Hva blir usikkerheten i friksjonskoeffisienten μ med disse målingene (anta $g = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$, eksakt)? Bruk Gauss feilforplantningslov (usikkerheten Δy i en variabel y er angitt som $y \pm \Delta y$).

A. 2×10^{-4} B. 1×10^{-3} **C.** 5×10^{-2} D. 9×10^{-2} E. 2×10^{-1}

Løsningsforslag:

Fra Gauss feilforplantningslov har vi at

$$\Delta\mu = \sqrt{\left(\frac{d\mu}{ds}\Delta s\right)^2 + \left(\frac{d\mu}{dt}\Delta t\right)^2}$$

Regener ut integralene og får

$$\Delta\mu = \sqrt{\left(\frac{2}{gt^2\cos\theta}\Delta s\right)^2 + \left(\frac{4s}{gt^3\cos\theta}\Delta t\right)^2}$$

Setter inn verdier og får

$$\Delta\mu = \sqrt{\left(\frac{2}{9{,}8\,\mathrm{m/s^2} \times (1{,}3\,\mathrm{s})^2 \times \cos(45°)} \times 0{,}005\,\mathrm{m}\right)^2 + \left(\frac{4 \times 1{,}0\,\mathrm{m}}{9{,}8\,\mathrm{m/s^2} \times (1{,}3\,\mathrm{s})^3 \times \cos(45°)} \times 0{,}2\,\mathrm{s}\right)^2} = 0.05$$

Oppgave 10 (2 poeng)

For at en kule skal trillr rent (uten å skli) nedover et skråplan må det være en viss friksjon f som gir kulen et dreiemoment. Om vi bytter ut en kompakt kule med med en kule som består av et tynt skal men med samme masse og radius så vil denne kraften (på samme skråplan)

A. øke.

B. minke.

C. forbli uendret.

D. øke for friksjonskoeffisient over $\frac{1}{2}$, ellers minke.

E. minke for friksjonskoeffisient over $\frac{1}{2}$, ellers øke.

Løsningsforslag:

Et kuleskall har større treghetsmoment enn en kompakt kule. Når massen er lik er akselerasjonen til massesenteret den samme. Når treghetsmomentet øker så må det et større kraft til for å skape dreiemomentet, dermed større friksjonskraft.

Oppgave 11 (3 poeng)

Anta at vi har en kompakt kule med masse m og radius R som ruller ned et skråplan med vinkel θ. Hvor stor må friksjonskoeffisienten være for å få ren rulling, uten å skli. Treghetsmomentet til en kompakt kule er gitt av $I = \gamma M R^2$

A. $\mu = \dfrac{\gamma M R^2 \sin\theta}{1+\cos\theta}$ B. $\mu = \dfrac{mR\cos\theta}{1+mR}$ C. $\mu = \dfrac{\gamma \sin\theta}{1+\gamma}$ D. $\mu = \dfrac{(\gamma+1)\tan\theta}{\gamma}$ **E.** $\mu = \dfrac{\gamma\tan\theta}{1+\gamma}$

Løsningsforslag:

Setter opp Newtons andre lov

$$ma = mg\sin\theta - f$$

Vi har at $a = R\alpha$ som er en forutsetning for ren rulling, samt at $fR = I\alpha$, slik at $a = \dfrac{fR^2}{I}$. Vi får da

$$f = mg\sin\theta - fmR^2/I$$

Løser for f og får

$$f = \frac{mg\sin\theta}{1 + mR^2/I}$$

Setter inn for $f = \mu mg\cos\theta$ og μ og finner at

$$\mu = \frac{\gamma\tan\theta}{1+\gamma}$$

Oppgave 12 (2 poeng)

Tre ladninger er plassert i hjørnene på et likesidet triangel. To av ladningene har ladning q. Hva må ladningen på den siste ladningen være for at den elektriske feltstyrken i sentrum av triangelet skal være null?

A. -q **B.** q C. $2q$ D. $3q$ E. Umulig å få til.

Løsningsforslag:

Retningsvektorene til feltet fra hver av partiklene blir $\mathbf{r_1} = \hat{\mathbf{j}}$, $\mathbf{r_2} = \sqrt{3}/2\hat{\mathbf{i}} - 1/2\hat{\mathbf{j}}$, $\mathbf{r_3} = -\sqrt{3}/2\hat{\mathbf{i}} - 1/2\hat{\mathbf{j}}$. Dersom alle vektorene er like lange summerer dette til 0.

Oppgave 13 (2 poeng)

Et elektrisk felt er gitt av $\mathbf{E} = (3\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}})\,\mathrm{V\,m^{-1}}$. Langs hvilken av følgende retninger endrer potensialet seg minst som funksjon av posisjon?

A. $\hat{\mathbf{i}} - \hat{\mathbf{j}}$ B. $-\hat{\mathbf{i}} - \hat{\mathbf{j}}$ C. $\hat{\mathbf{i}} + \hat{\mathbf{j}}$ D. $2\hat{\mathbf{i}} + \hat{\mathbf{j}}$ E. $\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}}$

Løsningsforslag:

Alternativ A er vinkelrett på det elektriske feltet og representerer dermed en ekvipotensial retning hvor det ikke er noen endring i potensialet.

Oppgave 14 (2 poeng)

I en 10 m lang ledning går det en strøm på 16,0 A. Ledningen har et tverrsnitt på 2,5 mm^2 og er laget av kobber som har en resisitivitet på $\rho = 1{,}8 \times 10^{-8}\,\Omega\,\mathrm{m}$. Hvor stor effekt blir dissipert i ledningen?

A. 1,2 W B. 5,4 W C. 8,9 W **D.** 18 W E. 32 W

Løsningsforslag:

Effekten som blir dissipert er $P = VI$. Spenningsfallet kan vi finne fra Ohms lov, $V = RI$. Resistansen $R = \frac{\rho L}{A}$, slik at effekten blir

$$P = \frac{\rho L}{A} I^2 = \frac{1{,}8 \times 10^{-8}\,\Omega\,\mathrm{m} \times 10\,\mathrm{m}}{2{,}5\,\mathrm{mm}^2} \times (16{,}0\,\mathrm{A})^2 = 18\,\mathrm{W}$$

Oppgave 15 (2 poeng)

En partikkel med ladning $q = 4{,}0\,\mu\mathrm{C}$ beveger seg med banefart $v = 10\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ i en sirkulær bane med radius $r = 2{,}0\,\mathrm{mm}$ Hva blir det magnetiske feltet i sentrum av sirkelen?

A. $0{,}56\,\mu\mathrm{T}$ **B.** $1{,}0\,\mu\mathrm{T}$ C. $3{,}4\,\mu\mathrm{T}$ D. $8{,}0\,\mu\mathrm{T}$ E. $13\,\mu\mathrm{T}$

Løsningsforslag:

Retningen til sentrum er alltid vinkelrett på bevegelsen slik at

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{qv}{R^2} = 10^{-7}\,\mathrm{T\,m\,A^{-1}} \times \frac{4\,\mu\mathrm{C} \times 10\,\mathrm{m\,s^{-1}}}{(2 \times 10^{-3}\,\mathrm{m})^2} = 1{,}0\,\mu\mathrm{T}$$

Oppgave 16 (2 poeng)

En strømsløyfe ligger i ro xy-planet (se figur 1). Et homogent magnetfelt peker i negativ z-retning (inn i planet i figuren). En konstant strøm I går i sløyfen som angitt i figuren. Hvilket av følgende utsagn er sanne?

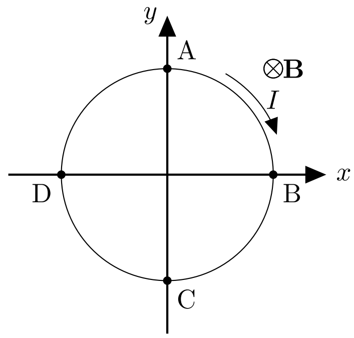
A. Sløyfen vil rotere slik at punkt A beveger seg ut av planet.

B. Sløyfen vil rotere slik at punkt B beveger seg ut av planet.

C. Sløyfen vil rotere slik at punkt C beveger seg ut av planet.

D. Sløyfen vil rotere slik at punkt D beveger seg ut av planet.

E. Sløyfen vil bli liggende i ro.



Figur 1: Oppgave 16

Løsningsforslag:

Det magnetiske momentet til sløyfen ligger i samme retning som magnetfeltet slik at $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B} = 0$

Oppgave 17 (2 poeng)

Magnetfeltet i en strømsløyfe med areal $A = 1{,}0\,\mathrm{m}^2$ er uniformt og vinkelrett på arealet omsluttet av sløyfen. Feltet endrer seg som $B = (3{,}0\,\mathrm{T\,s^{-1}})t$. Hva blir absoluttverdien av den genererte elektromotoriske spenningen i sløyfen?

A. 2,1 V **B.** 3,0 V C. 5,2 V D. 9,0 V E. 12 V

Løsningsforslag:

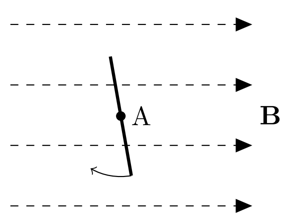
Faradays lov sier at $\mathcal{E} = -\frac{d\Theta_B}{dt}$. Vi får da at

$$\mathcal{E} = 3{,}0\,\mathrm{T\,s^{-1}} \times 1{,}0\,\mathrm{m}^2 = 3{,}0\,\mathrm{V}$$

Oppgave 18 (3 poeng)

En strømsløyfe med areal A roterer i et konstant magnetfelt med konstant vinkelhastighet ω. Motstanden i sløyfen er R. Hvor stor energi $E = \int \mathcal{E}(t)I(t)dt$ blir omsatt i sløyfen gjennom én rotasjon (Du trenger kanskje at $\int_0^{2\pi} \sin^2(x)dx = \pi$). Se figur 2.

A. 0 B. $\dfrac{\omega^2 B^2 A^2 \pi^2}{R^2}$ C. $\dfrac{\omega^2 B A \pi^2}{R^2}$ D. $\dfrac{\omega^2 B^2 A 2\pi}{R^2}$ **E.** $\dfrac{\omega^2 B^2 A^2 \pi}{R}$



Figur 2: Roterende strømsløyfe i magnetfelt sett fra siden

Løsningsforslag:

Den indusert spenningen i sløyfen er gitt av

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Theta}{dt} = \frac{d(\mathbf{B}\cdot\mathbf{A})}{dt} = BA\frac{d\cos(\omega t)}{dt} = -\omega BA\sin(\omega t)$$

Videre har vi at strømmen er gitt av $I = \mathcal{E}/R$ slik at vi ender opp med

$$E = \int \frac{\mathcal{E}^2}{R} = \frac{\omega^2 B^2 A^2}{R}\int_0^T \sin^2(\omega t)dt = \frac{\omega^2 B^2 A^2 \pi}{R}$$

Oppgave 19 (2 poeng)

Anta at magneten til i venstre i figuren sitter fast og at magneten tilhøyre er fri til å rotere. Hvilket av følgende utsagn er sanne om magneten til høyre?

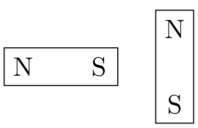
A. Den vil være i ro.

B. Den vil rotere med klokken.

C. Den vil rotere mot klokken.

D. Nordpolen vil rotere ut av planet.

E. Nordpolen vil rotere inn i planet.

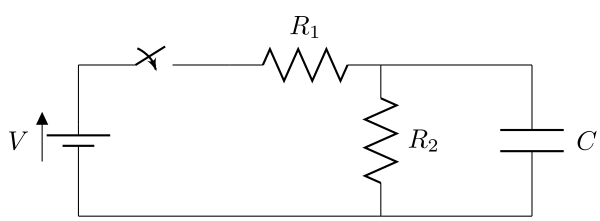


Løsningsforslag:

Magnetene fil søke å opplinjere de magnetiske momentene, altså nord-sør aksen pekende i samme retning.

Oppgave 20 (2 poeng)

Hva blir strømmen i R_2 når bryteren har vært lukket lenge. $R_1 = 10\,\Omega$, $R_2 = 40\,\Omega$, $V = 10\,\mathrm{V}$ og $C = 10\,\mathrm{mF}$.



A. 0 A **B.** 0,20 A C. 0,39 A D. 0,59 A E. 0,78 A

Løsningsforslag:

Når bryteren har vært lukket lenge er kondensatoren ladet opp og det går ikke noe strøm til den. Da blir strømmen i kretsen og i $R_2 = 10\,\mathrm{V}/50\,\Omega = 0{,}2\,\mathrm{A}$.

Oppgave 21 (3 poeng)

En uendelig stor plate har en overflateladning på $\sigma = 2{,}0\,\mu\mathrm{C/m^2}$. 1,0 m over platen er en punktladning med ladning $q = 5{,}0\,\mu\mathrm{C}$. Hva er absoluttverdien til det totale elektrisk feltet midt mellom platen og punktladningen?

A. $23\,\mathrm{kV\,m^{-1}}$ **B.** $67\,\mathrm{kV\,m^{-1}}$ C. $112\,\mathrm{kV\,m^{-1}}$ D. $256\,\mathrm{kV\,m^{-1}}$ E. $321\,\mathrm{kV\,m^{-1}}$

Løsningsforslag:

Det elektriske feltet er gitt av

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} - k\frac{q}{d^2} = \frac{2{,}0\,\mu\mathrm{C/m^2}}{2 \times 8{,}854 \times 10^{-12}\,\mathrm{F\,m^{-1}}} - 8{,}99 \times 10^9\,\mathrm{m/F} \times \frac{5{,}0\,\mu\mathrm{C}}{(0{,}5\,\mathrm{m})^2} = -67\,\mathrm{kV\,m^{-1}}$$

Oppgave 22 (2 poeng)

Tyholttårnet er 124 m på vinteren når det er −20 °C. Hvor mye lengre er Tyholttårnet om sommeren når det er 20 °C? Tyholttårnet er laget av betong som har en termisk utvidelseskoeffisient på $\alpha = 14{,}8 \times 10^{-6}\,\mathrm{K^{-1}}$.

A. 9,7 mm B. 14 mm C. 32 mm D. 51 mm **E.** 73 mm

Løsningsforslag:

$$\Delta L = \alpha \Delta T L = 14{,}8 \times 10^{-6}\,\mathrm{K^{-1}} \times 40\,\mathrm{K} \times 124\,\mathrm{m} = 73\,\mathrm{mm}$$

Oppgave 23 (4 poeng)

Du har en kopp varm kaffe (0,1 kg) som du vil lage om til iskaffe. Kaffen har en temperatur på 70 °C. Du putter i en neve isbiter som holder en temperatur på -10 °C og rører godt. Hvor mye is vil smelte før kaffen har en temperatur på 5 °C? Anta at kaffen og isen er et isolert system som ikke mister varme til omgivelsene. Vi gjør en forenkling ved å anta at isen smelter såpass raskt at den resterende isen ikke endrer temperatur (Hint: Isen må varmes opp, smelte og den smeltede væsken varmes opp). Noen materialparametere:
Kaffe/vann: $c_v = 4{,}187\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}\,K^{-1}}$
Is: $c_i = 2{,}108\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}\,K^{-1}}$, $L_{f,i} = 334\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}}$).

A. 12 g B. 26 g C. 44 g **D.** 72 g E. 98 g

Løsningsforslag:

Kaffen må miste en varme

$$\Delta Q = m_k c_v \Delta T_k$$

Denne varmen går til først å øke temperaturen på isen til 0 grader, smelte isen, og deretter øke temperaturen til 5 grader. (Den resterende isen varmes ikke opp så det er samme mengde is som varmes opp og smelter).

$$\Delta Q = m_i c_i \Delta T_{i1} + m_i L_i + m_i c_v \Delta T_{i2}$$

Vi setter liningene lik hverandre og løser for m_i og får da

$$m_i = \frac{m_k c_v \Delta T_k}{c_i \Delta T_i + L_i + c_v \Delta T_{i2}}$$

$$m_i = \frac{0{,}1\,\mathrm{kg} \times 4{,}187\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}\,K^{-1}} \times 65\,\mathrm{K}}{2{,}108\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}\,K^{-1}} \times 10\,\mathrm{K} + 334\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}} + 4{,}187\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}\,K^{-1}} \times 5\,\mathrm{K}} = 72\,\mathrm{g}$$

Oppgave 24 (2 poeng)

En kald vårdag kjører du i bilen din fra toppen av Byåsen hvor temperaturen er 0 °C. Når du kommer ned til Gløshuagen har temperaturen steget til 20 °C. Hva blir forholdet mellom trykket i dekkene $\frac{p_1}{p_2}$ mellom Byåsen (p_1) og Gløshaugen (p_2) gitt at det ikke er noen volumendring av dekket? Anta at gassen i dekket oppfører seg som en ideell gass.

A. 0,22 B. 0,51 C. 0,66 **D. 0,93** E. 1,2

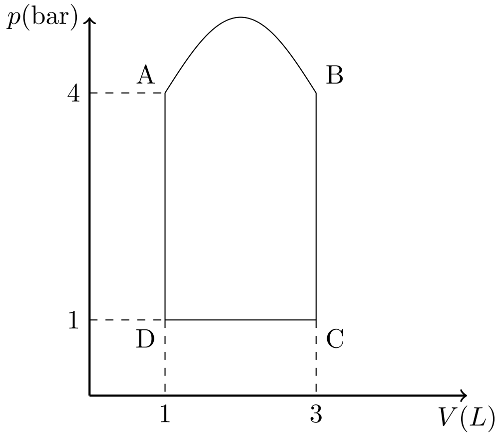
Løsningsforslag:

Vi har tilstandslikning for en ideell gass $pV = nRT$,, hvor både, V, T, n og R er konstant. Vi får da

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

som gir

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{273\,\mathrm{K}}{293\,\mathrm{K}} = 0.93$$



Figur 3: Oppgave 25 og 26

Oppgave 25 (4 poeng)

Hvor stort arbeid blir gjort i prosessen fra A til B figur 3? Trykket langs kurven A til B er gitt av $p(V) = p_0\left[1 + 0.25\sin\left(\frac{\pi(V-V_0)}{V_R}\right)\right]$ hvor $p_0 = 4{,}0\,\mathrm{bar}$, $V_0 = 1{,}0\,\mathrm{L}$ og $V_R = 2{,}0\,\mathrm{L}$. ($1\,\mathrm{bar} = 1\times10^5\,\mathrm{Pa}$, $1\,\mathrm{L} = 1\times10^{-3}\,\mathrm{m^3}$)

A. 0,42 kJ **B.** 0,93 kJ C. 1,6 kJ D. 2,1 kJ E. 3,1 kJ

Løsningsforslag:

Arbeidet kan finnes av $\int pdV$. Setter vi inn uttrykket for trykket og integrerer finner vi at arbeidet er gitt av

$$W = \int pdV = p_0\left(\Delta V + \frac{0.5V_R}{\pi}\right)$$

Setter inn tallverdier

$$W = 4{,}0\,\mathrm{bar}\times(2{,}0\,\mathrm{L} + 0.5\times 2\,\mathrm{L}/\pi) = 0{,}93\,\mathrm{kJ}$$

Oppgave 26 (3 poeng)

Hva blir entropiendringen til systemet for en komplett syklus (ABCDA) av den termodynamiske prosessen i figur 3?

A. 0 J/K B. 2,2 J/K C. 3,8 J/K D. 5,6 J/K E. 9,7 J/K

Løsningsforslag:

Entropiendring må være 0 i en komplett syklus for varmemaskinen.

Oppgave 27 (2 poeng)

Vi har en varmemaskin som kun henter varme fra et varmereservoar på 800 K. Varmemaskinen har en virkningsgrad på 0,3. Gitt at varmemaskinen kun avgir varme ved en gitt lavere temperatur, hva må denne temperaturen være? Anta at varmemaskinen følger en reversibel termodynamisk prosess.

A. 190 K B. 280 K C. 360 K D. 420 K **E.** 560 K

Løsningsforslag:

Dersom varmemaskinen kun utveksler varme ved to temperaturer har vi en Carnot-syklus. Virkningsgraden for en Carnot-syklus er

$$\nu = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$

Slik at

$$T_C = (1-\nu)T_H = (1-0{,}3)800\,\mathrm{K} = 560\,\mathrm{K}$$

Oppgave 28 (3 poeng)

1.0 mol av en ideell gass utvider seg reversibelt og isotermisk fra 1.0 L til 2.0 L ved 300 K. Hva blir endringen i entropi?

A. 0 J/K **B.** 5,8 J/K C. 9,6 J/K D. 16 J/K E. 22 J/K

Løsningsforslag:

Ettersom det er en isoterm prosess er $\Delta U = 0$ og da får vi fra termodynamikkens andre lov at $Q = W$

$$W = \int p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} dV = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Da blir endring i entropi

$$\Delta S = \frac{Q}{T} = nR \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = 1\,\mathrm{mol} \times 8{,}31\,\mathrm{J\,mol^{-1}\,K^{-1}} \times \ln 2 = 5{,}8\,\mathrm{J\,K^{-1}}$$

Oppgave 29 (4 poeng)

Når et objekt i fart treffer et annet i ro (f.eks et balltre på en ball), får ikke ballen instantant samme hastighet som balltreet (det ville innebære uendelig stor akselerasjon). Det betyr at ballen (og balltreet) må deformeres mens objektene akselererer. Vi lager en enkel modell for dette vist i figur 4. Klossene representerer balltre og ball og fjæren mellom representerer deformasjon. Vi lar fjæren ha en fjærkonstant k og balltre og ball henholdsvis masse m_1 og m_2. x_1 og x_2 representerer posisjonene til henholdsvis ball og balltre og med nullpunkt når de kommer i kontakt. Vi kan så sette opp bevegelseslikningene for systemet (fra Newtons andre og tredje lov) og får da et koblet sett med differensiallikninger som vi kan løse. De kan for eksempel diskretiseres og løses numerisk som vist nedenfor. Hva er den riktige koden som skal plasseres i kodeavsnittet ved `(***)` for at x_1 og x_2 gir bevegelsen til balltre og ball?

```
import numpy as np
m1 = 1.0 #Masse balltre
m2 = 0.1 #Masse ball
k = 200.0

#Discretization parameters
T = 0.1
N = 1000
t = np.linspace(0,T,N)
h = T/(N-1) #stepsize
#initalization
x1 = np.zeros(N) #Balltre
x2 = np.zeros(N) #Ball
v1 = np.zeros(N)
v2 = np.zeros(N)
v1[0] = 2.0 #Initsiell fart balltre

for i in range(0,N-1):
    x1[i+1] = v1[i]*h+x1[i]
    x2[i+1] = v2[i]*h+x2[i]
    if x1[i] > x2[i]:
        ***
    else:
        v1[i+1] = v1[i]
        v2[i+1] = v2[i]
```

A. `v1[i+1] = -k/m1*(x1[i]-x2[i])+v1[i]`
`v2[i+1] = -k/m2*(x2[i]-x1[i])+v2[i]`

B. `v1[i+1] = (x1[i]-x2[i])*h+v1[i]`
`v2[i+1] = (x2[i]-x1[i])*h+v2[i]`

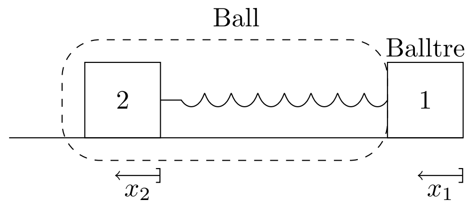
C. `v1[i+1] = -k/m1*(x1[i]-x2[i])`
`v2[i+1] = -k/m2*(x2[i]-x1[i])`

D. `v1[i+1] = -k/m1*(x1[i]+x2[i])*h+v1[i]`
`v2[i+1] = -k/m2*(x2[i]+x1[i])*h+v2[i]`

E. `v1[i+1] = -k/m1*(x1[i]-x2[i])*h+v1[i]`
`v2[i+1] = -k/m2*(x2[i]-x1[i])*h+v2[i]`

Løsningsforslag:

Vi kan sette opp N2 for de to klossene:



Figur 4: Oppgave 29

Oppgave 30 (4 poeng)

Anta at vi har en pendel med lengde r hvor det virker en friksjonskraft (f.eks. luftmotstand) som er gitt av $f = -bv$ (v er banefarten og b er en friksjonskoeffisient) hvor vi har målt vinkelhastigheten i N jevnt fordelte posisjoner fra startpunktet $\theta = 20°$ til bunnpunktet og lagret disse dataene i (python)variabelen `w` (verdiene til `w` er negative siden nullpunktet er satt til bunnpunktet). Hvilket av følgende alternativer skal byttest ut med *** i koden nedenfor for at variabelen `W` skal være en tilnærming til absoluttverdien av arbeidet som blir gjort av *friksjonskraften* i løpet av denne bevegelsen?

```
import numpy as np
#Målepunktene er lastet inn i variabelen w
b = 0.05 #Friksjonskoeffisient
N = 10000 #Antall målepunkter
r = 1.0 #lengde snor
theta_0 = 20*3.14/180 #startpunkt
d_theta = theta_0/(N-1) #Vinkelintervall mellom målepunkter
dW = np.zeros(N-1)
 ***
W = np.sum(dW)
```

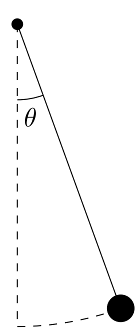
A. `F = -m/g*np.sin(w)-b*r*w`
   `dW = F[1:N-1]*r*d_theta`

B. `F = -b*r*w`
   `dW = F[1:N-1]*d_theta`

C. `F = -b*r*w`
   `dW = F[1:N-1]*N`

D. `F = -b*r*w`
   `dW = F[1:N-1]*r*d_theta`

E. `F = -m/g*np.sin(w)-b*r*w`
   `dW = F[1:N-1]*r*d_theta`



Figur 5: Oppgave 30

Løsningsforslag:

For å finne arbeidet i et lite intervall tar vi produktet av kraften og lengden på intervallet

$$dW = F\Delta s = Fr\Delta\theta$$

Kraften er gitt av

$$F = -bv = -b\omega r$$

Intervallet finner vi fra å dele den totale forflytningen på antall målepunkter-1. Så er det bare å summere opp alle delarbeidene.

Fysiske konstanter

$g = 9{,}81 \text{ m/s}^2$
$k_\mathrm{B} = 1{,}3807 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{J/K}$
$N_\mathrm{A} = 6{,}02 \cdot 10^{23}$
$R = N_\mathrm{A} k_\mathrm{B} = 8{,}31 \text{ Jmol}^{-1}\text{K}^{-1}$
$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$
$k = 8{,}99 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$
$e = 1{,}60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
$m_\mathrm{e} = 9{,}11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$

Mekanikk

$\mathbf{a} = \dfrac{d\mathbf{v}}{dt} = \dfrac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}$
$\mathbf{s}(t) = \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2$
$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a}t$
$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$
$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$
$\dfrac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}$
$W = \int \mathbf{F} \cdot \mathbf{ds}$
$K = \frac{1}{2}mv^2$
$W_{tot} = \Delta K$
$\mathbf{F} = -\nabla U$
$F_\mathrm{f} \le \mu_s F_\perp$
$\alpha = \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{d^2\theta}{dt^2}$
$b = \theta r$, $v = \omega r$, $a = \alpha r$
$K_\mathrm{rot} = \frac{1}{2}I\omega^2$
$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$
$\boldsymbol{\tau} = I\boldsymbol{\alpha}$
$I = \sum_i m_i \mathbf{r}_i^2$
$I_r = I_0 + Mr^2$
$\mathbf{r_{cm}} = \dfrac{1}{M_\mathrm{tot}} \sum_i m_i \mathbf{r}_i$
$\mathbf{I} = \Delta\mathbf{p} = \int \mathbf{F} dt$
$\mathbf{F} = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$

Svingninger

$x'' + \omega_0^2 x = 0$
$\omega_0 = \sqrt{k/m}$
$T = 2\pi/\omega$
$f = 1/T$

Termisk fysikk

n (antall mol)
$N = nN_\mathrm{A}$ (antall molekyler)
$\Delta U = Q - W$
$pV = nRT$
$pV = N\frac{2}{3}K_\mathrm{avg}$
$W = \int pdV$
$dQ = nCdT$
$C_\mathrm{V} = \frac{3}{2}R$ (en-atomig)

$C_\mathrm{V} = \frac{5}{2}R$ (to-atomig)
$C_\mathrm{P} = C_\mathrm{V} + R$
$\gamma = \dfrac{C_\mathrm{P}}{C_\mathrm{V}}$
$PV^\gamma = $ konst (adiabatisk)
$TV^{\gamma-1} = $ konst (adiabatisk)

$\eta = \frac{W}{Q}$
$\eta_\mathrm{Carnot} = 1 - \frac{T_c}{T_h}$
$dS = \dfrac{dQ_{rev}}{T}$

Elektrisitet og magnetisme

$\mathbf{F} = k\dfrac{q_1 q_2}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$
$\mathbf{E} = \dfrac{\mathbf{F}}{q}$
$\Delta V = -\int \mathbf{E} \cdot \mathbf{ds}$
$\Phi_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{dA}$
$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$
$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$
$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \mathcal{E} = -\dfrac{d\Phi_B}{dt}$
$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0(I + \varepsilon_0 \dfrac{d\Phi_E}{dt})$
$d\mathbf{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi} I \dfrac{d\mathbf{l} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$
$\mathbf{F} = q(E + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$
$\boldsymbol{\tau} = \mu \times \mathbf{B}$
$\mu = IA$
$C = \frac{Q}{V}$
$V = RI$
$R = \rho\dfrac{L}{A}$

Annet

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\Delta x_2\right)^2 + \cdots}$$

Vedlegg 1: Svarark (riv av og lever med eksamensomslag)
Kandidatnummer:
Fagkode:

	A	B	C	D	E
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					
21					
22					
23					
24					
25					
26					
27					
28					
29					
30					