Institutt for Fysikk

Eksamensoppgave i TFY 4125 Fysikk (kontinuasjonseksamen)

Faglig kontakt under eksamen: Magnus Borstad Lilledahl

Tlf.: 73591873 / 92851014

Eksamensdato: 7.8.15

Eksamenstid (fra-til): 0900-1300

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: C/Bestemt enkel kalkulator, Matematisk formelsamling (Rottman)

Annen informasjon: Eksamenssettet er utarbeidet av Magnus Borstad Lilledahl

Målform/språk: Bokmål

Antall sider: 7 sider (ikke inkludert forside)

Antall sider vedlegg: 1 side (svarark for flervalgsoppgaver)

Kontrollert av:

Dato Sign

Merk! Studenter finner sensur i Studentweb. Har du spørsmål om din sensur må du kontakte instituttet ditt. Eksamenskontoret vil ikke kunne svare på slike spørsmål.

Svar markeres på vedlagte svarark bakerst i oppgavesettet. Riv av dette svararket og lever sammen med eksamensomslaget. Sett kun ett kryss. Feil svar, ingen kryss eller flere enn ett kryss gir null poeng. Ingen minuspoeng for feil svar. Andre vedlegg som utregninger, kladd og kommentarer vil ikke bli tillagt vekt. Totalt antall poeng er 73 poeng. For alle fysiske konstanter, bruk antall signifikante siffer som angitt i formelarket på side 14. Oppgaven kommer ikke nødvendigvis i stigende vanskelighetsgrad så ikke vent for lenge med å gå videre dersom du står fast.

Oppgave 1 (3 poeng)

Vulkanen Hekla skyter ut en lavastein fra toppen med en fart på 150 m/s og en vinkel på 60,0° over horisontalen. Steinen lander på en slette som er 500 m lavere en toppen av fjellet. Hvor lenge er steinen i luften?

A. 15,7 s B. 22,3 s **C.** 29,9 s D. 39,9 s E. 46,5 s

Løsningsforslag:

Tiden det tar fra lavasteinen blir kastet ut før den treffer bakken er kun bestemt av bevegelsen i y-retning (vertikalt). Ettersom akselerasjonen er konstant kan vi bruke at

$$s_y = v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

Vi kan løse denne likningen ved hjelp av kvadratsetningen og får

$$t = \frac{-v_{0y} \pm \sqrt{v_{0y}^2 + 2a_y s_y}}{a}$$

Vi setter så inn de oppgitte verdier,

$$\frac{-150\,\mathrm{m} \times \sin(60°) \pm \sqrt{150\,\mathrm{m} \times \sin^2(60°) + 2 \times 9{,}8\,\mathrm{m\,s^{-1}} \times 500\,\mathrm{m}}}{-9{,}8\,\mathrm{m\,s^{-1}}} = 29{,}9\,\mathrm{s}$$

Oppgave 2 (3 poeng)

En fallskjermhopper faller med en fart $v(t) = v_t(1 - \exp(-t/\tau))$ for $t > 0$, hvor $v_t = 25\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ og $\tau = 5{,}0\,\mathrm{s}$. Hvor langt faller fallskjermhopperen fra $t = 0\,\mathrm{s}$ til $t = 10\,\mathrm{s}$?

A. 23 m B. 52 m C. 89 m **D.** 0,14 km E. 0,39 km

Løsningsforslag:

Vi bruker at $v(t) = y'(t)$, og integrerer denne likningen slik at

$$\Delta y = y(t') - y(0) = \int_0^{t'} v(t)dt$$

Vi får da at

$$\Delta y = v_t(t' + \tau(exp(-t'/\tau) - 1))$$

Setter inn verdier og får da‘at

$$\Delta y = 25\,\mathrm{m\,s^{-1}} \times (10\,\mathrm{s} + 5\,\mathrm{s}(\exp(-10/5) - 1)) = 0{,}14\,\mathrm{km}$$

Oppgave 3 (2 poeng)

En bil (2000 kg) som kjører i $80\,\mathrm{km\,t^{-1}}$ treffer en elg (600 kg) som kræsjer inn i frontruten slik at bilen og elgen fortsetter som ett objekt. Hva er hastigheten til bil/elg systemet like etter sammenstøtet?

A. $24\,\mathrm{km\,t^{-1}}$ B. $34\,\mathrm{km\,t^{-1}}$ C. $48\,\mathrm{km\,t^{-1}}$ D. $52\,\mathrm{km\,t^{-1}}$ **E.** $62\,\mathrm{km\,t^{-1}}$

Løsningsforslag:

Bevegelsesmengden før og etter støtet må være bevart slik at

$$v_1 m_b = v_2(m_b + m_e)$$

Vi får da

$$v_2 = v_1 \frac{m_b}{m_b + m_e} = 80\,\mathrm{km\,t^{-1}} \times \frac{2000\,\mathrm{kg}}{2600\,\mathrm{kg}} = 62\,\mathrm{km\,t^{-1}}$$

Oppgave 4 (2 poeng)

En bil kræsjer i en elg (600 kg) og rett etter sammenstøtet fortsetter de som ett objekt med en fart på $20\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Anta kraften fra bilen på elgen virker over en tidsrom på 0,20 s. Hvor stor gjennomsnittlig kraft virker på elgen i sammenstøtet?

A. 30 kN **B.** 60 kN C. 90 kN D. 120 kN E. 240 kN

Løsningsforslag:

Elgen får en endring i bevegelsesmengde som er lik $m_e \Delta v$. Dette er lik impulsen på objektet som er gitt av $J = F_{av}\Delta t$. Vi får dermed at den gjennomsnittlige kraften er gitt av

$$F_{av} = \frac{m_e \Delta v}{\Delta t} = \frac{(600\,\mathrm{kg}) \times 20\,\mathrm{m\,s^{-1}}}{0{,}20\,\mathrm{s}} = 60\,\mathrm{kN}$$

Oppgave 5 (2 poeng)

De kreftene som virker mellom nøytrale molekyler kan modelleres av et såkalt Leonard-Jones potensial hvor den potensielle energien U, som funksjon av avstand r mellom molekylene er gitt av

$$U(r) = 4\epsilon\left((\sigma/r)^{12} - (\sigma/r)^6\right)$$

(kreftene har sitt opphav i elektrodynamiske fluktuasjoner og kvantemekanikk, men det trenger du ikke vite for å løse denne oppgaven). ϵ og σ er konstanter. Ved hvilket avstand mellom molekylene er de intermolekylære kreftene lik null?

A. σ B. $\sqrt{2}\sigma$ C. $\sqrt[3]{6}\sigma$ **D.** $\sqrt[6]{2}\sigma$ E. 2σ

Løsningsforslag:

Systemet er i likevekt når den potensielle energien når et minimum og i denne posisjonen er kreftene som virker på systemet lik null. For å finne ekstremalpunktet deriverer vi potensialet og setter resultatet lik null. Vi finner da at

$$\frac{dU}{dr} = 4\epsilon\left(-12(\sigma^{12}/r^{13}) + 6(\sigma^6/r^7)\right) = 0$$

slik at

$$r_{min} = \sigma\sqrt[6]{2}$$

Oppgave 6 (2 poeng)

Tre sylindere med ulikt tverrsnittsareal (se figur 1) men med samme masse og med samme radius. Sylindrene roterer rundt symmetriaksen og har samme rotasjonsenergi. Hva er sant om rotasjonshastigheten til sylindrene?

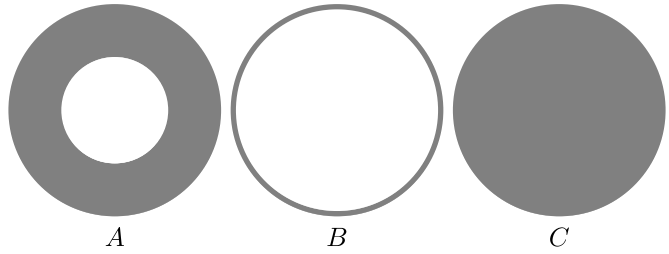
A. Alle har lik rotasjonshastighet.

B. A har høyest rotasjonshastighet.

C. B har høyest rotasjonshastighet.

D. C har høyest rotasjonshastighet.

E. A og B har samme rotasjonshastighet.



Figur 1: Oppgave 6. A: Sylinder med tykt skall. B: Sylinder med tynt skall. C: Kompakt sylinder.

Løsningsforslag:

C har lavest treghetsmoment og må derfor rotere raskest for å oppnå samme rotasjonsenergi, $K_{rot} = \frac{1}{2}m\omega^2$.

Oppgave 7 (3 poeng)

En monstertruck (som har hjul som veier omtrent like mye som resten av bilen) kjører nedover en bakke. Anta at hjulene ruller rent (ikke spinner). Hvilket av følgende utsagn er sant om friksjonskraften fra bakken på dekkene?

A. Om motoren akselererer bilen mer enn om den bare hadde trillet, peker friksjonskraften *alltid* nedover planet.

B. Om motoren akselererer bilen raskere enn om den bare hadde trillet, peker friksjonskraften nedover planet når dreiemomentet fra motoren overstiger en viss verdi.

C. Om bilen triller (uten motorkraft) med økende fart, peker friksjonskraften nedover planet.

D. Om bilen triller med konstant fart fordi man holder bremsen nede, blir absoluttverdien til friksjonskraften mindre enn i C

E. Om bilen bremser slik at farten minker, peker friksjonskraften nedover planet.

Løsningsforslag:

Når motoren gjør at bilen akselererer raskere enn om den bare hadde trillet må netto kraft nedover planet øke. Det skjer ved at netto kraft fra bakken på dekket blir mindre negativ (med positiv retning nedover). Men kraften peker oppover inntil dreiemomentet fra motoren overstiger en gitt kraft. (Angående andre alternativer: Når bilen triller peker friksjonskraften alltid oppover (for å gi opphav til et dreiemoment). Når bilen bremser må netto kraft fra bakken bli større oppover langs planet.)

Oppgave 8 (2 poeng)

Anta at vi har to trinser med radius $r_1 = 12\,\mathrm{cm}$ og $r_2 = 4{,}0\,\mathrm{cm}$ som er festet på samme aksling slik at de må rotere med samme vinkelhastighet. Trinsesystemet som helhet har et treghetsmoment på $I = 0{,}50\,\mathrm{kgm}^2$. Rundt hver av trinsene er det tvunnet opp en snor hvor det henger klosser med masse på henholdsvis $m_1 = 1\,\mathrm{kg}$ og $m_2 = 2\,\mathrm{kg}$. Se figur 2. Snoren sklir ikke på trinsa. Hvilket av følgende utsagn er sant?

A. m_1 faller nedover.

B. Det totale dreiemomentet på trinsesystemet er null.

C. Klossenes akselerasjon er like stor.

D. Klossenes akselerasjon er uavhengig av trinsenes masse.

E. Klossenes akselerasjon er uavhengig av trinsenes radius.

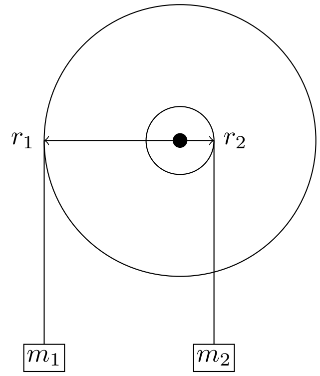
Løsningsforslag:

Dreiemomentet fra hver masse er proporsjonalt med produktet av massen til klossene og radiene til trinsene. m_1 har halvparten av massen men tredobbelt radius og derfor det største dreiemomentet og vil dermed falle nedover.

Oppgave 9 (3 poeng)

Hva blir akselerasjonen til klossen som faller nedover i systemet som er angitt i oppgave 8?

A. $0{,}094\,\mathrm{m/s^2}$ B. $0{,}12\,\mathrm{m/s^2}$ C. $0{,}23\,\mathrm{m/s^2}$ D. $0{,}37\,\mathrm{m/s^2}$ E. $0{,}49\,\mathrm{m/s^2}$



Figur 2: Trinsesystem for oppgave 8 og 9

Løsningsforslag:

Det totale dreiemomentet på trinsesystemet er gitt av

$$\tau_{tot} = m_1 g r_1 - m_2 g r_2$$

Vinkelakselerasjonen til trinsesystemet blir

$$\alpha = \frac{\tau_{tot}}{I}$$

Akselerasjonen til m_1 blir da

$$a = \alpha r_1 = \frac{r_1 g(m_1 r_1 - m_2 r_2)}{I} = \frac{12\,\mathrm{cm} \times 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} \times (1{,}0\,\mathrm{kg} \times 12\,\mathrm{cm} - 2{,}0\,\mathrm{kg} \times 4{,}0\,\mathrm{cm})}{0{,}50\,\mathrm{kgm^2}} = 0{,}094\,\mathrm{m/s^2}$$

Oppgave 10 (3 poeng)

En hul sylinder med tynne vegger med radius $R = 0{,}50\,\mathrm{m}$ og masse $m = 20\,\mathrm{kg}$ ruller (uten å skli) ned et skråplan som har en vinkel på $\theta = 30°$ over horisontalen. Sylinderen starter i ro 10 m opp langs skråplanet. Hva er hastigheten til sylinderen i det den kommer til enden av skråplanet?

A. $7{,}0\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ B. $11{,}0\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ C. $13{,}7\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ D. $17{,}9\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ E. $21{,}2\,\mathrm{m\,s^{-1}}$

Løsningsforslag:

Sylinderen har initsielt en potensiell energi på

$$U = mgh = mgl\sin\theta$$

Ved enden av skråplanet har sylinderen en kinetisk energi som er gitt av

$$K = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = mv^2$$

ettersom $I = mR^2$ for en hul sylinder. Vi får dermed at

$$v = \sqrt{gh} = \sqrt{9{,}8\,\mathrm{m/s^2} \times 10\,\mathrm{m} \times \sin(30°)} = 7{,}0\,\mathrm{m\,s^{-1}}$$

Oppgave 11 (2 poeng)

En kloss i enden av en fjær svinger harmonisk. Om vi dobler amplituden på svingningen, hvordan påvirker dette perioden, T, og maksimal hastighet, v_{max}?

A. Både T og v_{max} dobles.

B. T er uendret og v_{max} dobles.

C. Både T og v_{max} forbli uendret.

D. T dobles og v_{max} forblir uendret.

E. T forblir uendret og v_{max} øker med en faktor $\sqrt{2}$.

> **Løsningsforslag:**
>
> Svingefrekvensen og dermed perioden avhenger kun av fjærkonstanten og massen, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$. For en harmonisk oscillator har vi at fra bevaring av mekanisk energi at
>
> $$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kA^2$$
>
> Når A dobles vil dermed v_{max} dobles.

Oppgave 12 (2 poeng)

Et drevet og dempet harmonisk svingesystem svinger med en amplitude på 0,10 m. Systemet har en fjærkonstant på $7{,}0\,\mathrm{N\,m^{-1}}$ og en dempningskoeffisient $b = 0{,}20\,\mathrm{N\,s\,m^{-1}}$. Systemet drives med en frekvens på 8 Hz. Hvor mye mekanisk energi dissiperes av dempningen gjennom en svingeperiode? (Hint: $\int_0^{2\pi} \sin^2(x)dx = \pi$).

A. 0,16 J **B. 0,32 J** C. 0,54 J D. 0,78 J E. 0,99 J

> **Løsningsforslag:**
>
> Svingningen er beskrevet av $x(t) = A\cos(\omega t)$ og hastigheten blir da $v(t) = -A\omega\sin(\omega t)$ Vi finner at arbeidet som blir gjort av dempning i løpet av en periode er
>
> $$W = \int_T \mathbf{F}\cdot\mathbf{ds} = \int_0^T Fv(t)dt = \int_0^T -bv(t)v(t)dt = -bA^2\omega^2\int_0^T \sin^2(\omega t)dt$$
>
> Endrer integrasjonsvariabel $t' = \omega t$, $dt = dt'/\omega$.
>
> $$W = -bA^2\omega\int_0^{2\pi}\sin^2(t')dt' = -bA^2\omega\pi = -bA^2 2\pi^2 f = -0{,}2\,\mathrm{N\,s\,m^{-1}}0{,}10\,\mathrm{m}^2 \times 2\pi^2 \times (8\,\mathrm{Hz}) = -0{,}32\,\mathrm{J}$$

Oppgave 13 (3 poeng)

Et drevet og dempet harmonisk svingesystem svinger med en amplitude på 0,20 m. Systemet har en fjærkonstant på $50{,}0\,\mathrm{N\,m^{-1}}$. En ukjent dempningskoeffisient b gjør energien som blir dissipert i hver syklus er 0,025 J. Hva blir Q-faktoren til systemet? Q-faktoren er gitt av forholdet mellom mekanisk energi lagret i systemet og energitap per syklus.

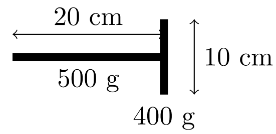
A. 0.90 B. 16 **C. 40** D. 62 E. 70

> **Løsningsforslag:**
>
> Den mekaniske energien som er lagret i systemet er gitt av $E = \frac{1}{2}kA^2$. Vi får dermed Q-faktoren
>
> $$Q = \frac{(1/2)\times 5{,}0\,\mathrm{N\,m^{-1}} \times (0{,}20\,\mathrm{meter})^2}{0{,}025\,\mathrm{J}} = 40$$

Oppgave 14 (3 poeng)

La en hammer representeres av et 20 cm langt skaft med en masse på 500 g og et 10 cm lang hode som er vinkelrett på skaftet og har en masse på 400 g. Se figur 3. Anta at skaftet og hodet har homogen massetetthet. Enden på skaftet er festet midt på hodet. Se bort fra tykkelsen til skaft og hode. Hvor langt fra skjøten mellom hode og skaft er massesenteret til hammeren?

A. 3,0 cm B. 4,2 cm **C. 5,6 cm** D. 6,9 cm E. 10 cm



Figur 3: Oppgave 14 En hammer som representeres av et 20 cm langt skaft på 500 g og et hode på 10 cm og 400 g.

Løsningsforslag:

Massesenteret er gitt av $r_{cm} = \frac{1}{m_{tot}} \sum_i m_i r_i$. Massesenteret må ligge langs skaftet da hammeren er symmetrisk om denne aksen. Om vi lar origo være i skjøten mellom skaft og hode vil ikke hodet bidra i summasjonen (da $x = 0$. Uten hodet måtte massesenteret ligg midt på skaftet ($r_{cm,s} = 10\,\text{cm}$) slik at summasjonen må bli $10\,\text{cm}$ ganger skaftets masse ($m_s = 500\,\text{gram}$). Vi får da at massesenteret ligger ved

$$r_{cm} = \frac{1}{900\,\text{g}} \times 500\,\text{g} \times 10\,\text{cm} = 5{,}6\,\text{cm}$$

Oppgave 15 (2 poeng)

Vi har to partikler med ladning $q_1 = 3$ C og $q_2 = 1$ C som er en avstand $d = 1$ m fra hverandre. Hvilket av følgende utsagn om de elektrostatiske kreftene mellom partiklene er sant?

A. Kraften på q_1 er større enn kraften på q_2

B. Kraften på q_2 er større enn kraften på q_1

C. Kreftene øker med økende avstand d

D. Kreftene som virker på partiklene peker i samme retning

E. Kreftene som virker på partiklene er like store

Løsningsforslag:

Fra Newtons 3 lov må kreftene være like store og i motsatt retning. Fra Coulombs lov vet vi at kraften minker med økende avstand.

Oppgave 16 (2 poeng)

Tre punktladninger ligger på hjørnene av et likesidet triangel som vist i figur 4. Linjen mellom q_3 og q_2 er parallell med y-aksen. $q_1 = q_2 = -q_3$. I hvilken retning peker netto kraft som virker på q_1?

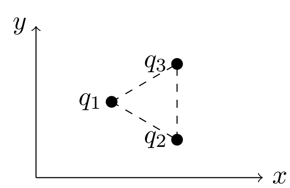
A. I positiv x-retning.

B. I negativ x-retning.

C. I positiv y-retning.

D. I negativ y-retning.

E. Inn i planet.



Figur 4: Oppgave 16.

Løsningsforslag:

Kreftene på q_1 kanselleres i x-retning men forsterker hverandre i y-retning. Netto kraft peker i positiv y-retning.

Oppgave 17 (3 poeng)

Vi har en krets som vist i figur 5. Hvilket av følgende alternativ beskriver strømmen I_0 i det bryteren lukkes, og for strømmen I_∞ når bryteren har vært lukket lenge?

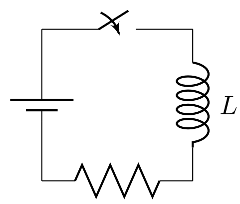
A. $I_0 = V/R$, $I_\infty = V/L$

B. $I_0 = V/L$, $I_\infty = 0$

C. $I_0 = V/R$, $I_\infty = 0$

D. $I_0 = 0$, $I_\infty = V/R$

E. $I_0 = 0$, $I_\infty = V/(R + L)$



Figur 5: En LR-krets for oppgave 17.

Løsningsforslag:

I det bryteren lukkes vil den induserte emf i spolen hindre strøm fra å gå slik at strømmen er lik null. Gradvis vil den induserte emf minke og spolen vil til slutt oppføre seg som en leder slik at strømmen blir $I = V/R$.

Oppgave 18 (3 poeng)

Gitt kretsen i figur 6. Det er ingen ladning på kondensatoren før bryteren lukkes. Anta at bryteren lukkes ved $t = 0$. Hvor stor er ladningen på kondensatoren ved $t = 30\,\mathrm{ms}$? (Hint: den generelle løsningen for differensiallikningen $y' + ay = b$ er $y(t) = c\exp(-at) + \frac{b}{a}$.)

A. 2,9 µC B. 8,1 µC C. 0,018 mC D. 0,054 mC **E.** 0,23 mC

Løsningsforslag:

Summen av alle spenningsfallene i en krets må summere til 0 slik at vi får:

$$V - RI - V_c = 0$$

Substituerer $I = \frac{dQ}{dt}$ og $V_c = \frac{Q}{C}$ og får da

$$V - R\frac{dQ}{dt} - \frac{Q}{C} = 0$$

Skriver om i forhold til standard form angitt i hint

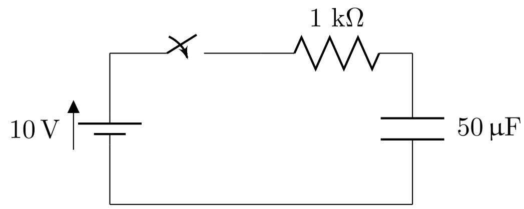
$$\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{RC} = -\frac{V}{R}$$

endelig løsning blir da

$$Q(t) = VC\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)\right]$$

Setter vi inn verdier får vi

$$Q(0{,}30\,\mathrm{s}) = 10\,\mathrm{V} \times 50\,\mu\mathrm{F} \times \left[1 - \exp\left(\frac{0{,}30\,\mathrm{s}}{10\,\mathrm{k}\Omega \times 50\,\mu\mathrm{F}}\right)\right] = 0{,}23\,\mathrm{mC}$$



Figur 6: Krets for oppgave 18

Oppgave 19 (2 poeng)

En 20 km lang leder beveger seg gjennom ionosfæren hvor jorden gir opphav til et magnetfelt $B = 25\,\mu\text{T}$. Lederen beveger seg med en hastighet på $8000\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$ gjennom magnetfeltet. Både lederens lengderetning og hastigheten er vinkelrett på magnetfeltet. Hvor stor spenning blir generert i lederen?

A. 1,1 kV B. 2,3 kV C. 3,3 kV **D.** 4,0 kV E. 5,7 kV

Løsningsforslag:

Elektronene i lederen blir påvirket med en kraft på $F = qvB$ fra magnetfeltet. Ladningene er i likevekt når det oppstår en tilsvarende elektrostatisk kraft på $F = qE$. Vi får dermed at spenningen $V = El$ blir gitt av

$$V = vBl = 8000\,\text{m}\,\text{s}^{-1} \times 25\,\mu\text{T} \times 20\,\text{km} = 4{,}0\,\text{kV}$$

Oppgave 20 (3 poeng)

To ulike ioner med ulik masse m_1 og m_2 men med samme ladning q, starter fra ro ved en elektrode og akselereres mot en annen elektrode. Mellom elektrodene er det en potensialforskjell V. Ved den siste elektroden går atomene gjennom en spalte hvor de kommer inn i et magnetfelt B som er vinkelrett på bevegelsesretningen. I magnetfeltet følger atomene en sirkulær bane. Hva blir forholdet r_1/r_2 mellom radien til banene for de to atomene?

A. $\frac{m_1+m_2}{m_1-m_2}$ B. $\ln\frac{m_1}{m_2}$ C. $\frac{m_1^2}{m_2^2}$ D. $\frac{m_1}{m_2}$ **E.** $\sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$

Løsningsforslag:

Når ionene akselereres over potensialet får de en kinetisk energi lik qV (endring i potensiell energi), slik at de har en hastighet lik

$$v_i = \sqrt{\frac{2qV}{m_i}}$$

når de kommer ut av spalten. Kraften på partiklene når de kommer inn i magnetfeltet er gitt av $F = qv_iB$ som er vinkelrett på bevegelsesretningen og gir opphav til en sentripetalkraft som må være lik mv_i^2/r_i. Vi løser for r_i og får dermed at

$$r_i = \sqrt{\frac{2m_iV}{qB^2}}$$

Forholdet mellom radiene blir da

$$\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$$

Oppgave 21 (2 poeng)

En punktladning med ladning $q = 4{,}0\,\mu\text{C}$ er plassert i punktet (0.25 cm, 0.25 cm, 0 cm) inne i en tenkt kube med sidekanter på 1,0 cm som er sentrert i origo. Hva blir integralet av det elektriske feltet (fluksen) over alle sidekantene, altså $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$?

A. $0{,}12 \times 10^6$ V m **B.** $0{,}45 \times 10^6$ V m C. $1{,}6 \times 10^6$ V m D. $3{,}8 \times 10^6$ V m E. $4{,}9 \times 10^6$ V m

Løsningsforslag:

Fluksen finnes fra Gauss lov $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0}$

Oppgave 22 (2 poeng)

En sløyfe med areal på $0{,}45\,\mathrm{cm}^2$ hvor det går en strøm på $0{,}10\,\mathrm{A}$ ligger i et magnetfelt på $0{,}4\,\mathrm{T}$ hvor normalvektoren til planet definert av sløyfen er parallelt med magnetfeltet. Hva blir dreiemomentet som virker på sløyfen.

A. $0\,\mathrm{N\,m}$ B. $0{,}12\,\mathrm{N\,m}$ C. $0{,}76\,\mathrm{N\,m}$ D. $1{,}9\,\mathrm{N\,m}$ E. $2{,}8\,\mathrm{N\,m}$

Løsningsforslag:

Dreiemomentet som virker på sløyfen er gitt av $\tau = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}$, hvor $|\mu| = IA$. Ettersom A og B er parallelle blir vektorproduktet 0, slik at det ikke virker noe dreiemoment på sløyfen.

Oppgave 23 (2 poeng)

En sirkulær sløyfe med areal $A = 1{,}5\,\mathrm{m}^2$ roterer 50 ganger i sekundet rundt sin egen diameter i et magnetfelt $B = 0{,}12\,\mathrm{T}$ slik at rotasjonsaksen ligger vinkelrett på magnetfeltet. Sløyfen har en total motstand $R = 30\,\Omega$. Hvor stor blir den maksimale strømmen forårsaket av den induserte elektromotoriske spenningen?

A. $32\,\mathrm{mA}$ B. $0{,}18\,\mathrm{A}$ C. $0{,}45\,\mathrm{A}$ D. $1{,}2\,\mathrm{A}$ **E.** $1{,}9\,\mathrm{A}$

Løsningsforslag:

Den induserte emf er gitt av

$$\epsilon = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d\mathbf{B}\cdot\mathbf{A}}{dt} = \frac{BAd\cos(\omega t)}{dt} = -BA\omega\sin(\omega t)$$

Maksimalverdien blir $\epsilon = BA\omega = BA2\pi f$. Den maksimale strømmen blir dermed

$$I = BA2\pi f/R = \frac{B = 0{,}12\,\mathrm{T} \times 1{,}5\,\mathrm{m}^2 \times 2\pi \times 50\,\mathrm{Hz}}{30\,\Omega} = 1{,}9\,\mathrm{A}$$

Oppgave 24 (3 poeng)

Anta at vi har en ideell lang spole med tverrsnittsareal A og n vindinger per lengdeenhet. For en ideell lang spole er magnetfeltet inne i spolen homogent over tverrsnittet og gitt av $\mathrm{B} = \mu_0 in$, hvor i er strømmen i spolen, og n er tettheten av vindinger (vindinger per lengdeenhet). Utenfor spolen er magnetfeltet neglisjerbart. En leder er tvunnet N ganger rundt spolen. Hva er den gjensidige induktansen mellom spolen og lederen (Hint: Den gjensidige induktansen M er definert av $\mathcal{E}_2 = -M\frac{di_1}{dt}$)?

A. $M = \mu_0 ANn$

B. $M = \mu_0 AN^2/n$

C. $M = \mu_0 A(N-n)N$

D. $M = \mu_0 A(N^2 - n^2)$

E. $M = \mu_0 AN^{-1}n^3$

Løsningsforslag:

Den gjensidige induktansen M er definert av $\mathcal{E}_2 = -M\frac{di_1}{dt}$. Hvis vi lar indeks 1 referere til spolen og 2 til lederen rundt spolen har vi fra Faradays lov at den induserte emf i lederen er gitt av $\mathcal{E}_2 = -N\frac{d\Theta_2}{dt}$. Ettersom magnetfeltet er neglisjerbart utenfor spolen har vi at $\Theta_2 = \Theta_1 = BA$ og får da

$$M = \frac{-\mathcal{E}_2}{\frac{di_1}{dt}} = \frac{N\frac{d\Phi_2}{dt}}{\frac{di_1}{dt}} = \frac{NA\frac{dB}{dt}}{\frac{di_1}{dt}} = \frac{NA\mu_0 n\frac{di_1}{dt}}{\frac{di_1}{dt}}$$
$$M = NA\mu n$$

Oppgave 25 (2 poeng)

Om vinteren kjennes det kaldere ut å ta på en lyktestolpe av metall enn en telefonstolpe av tre. Hvorfor er det slik?

A. Metallet inntar en lavere temperatur enn tre om vinteren

B. Metallet har høyere varmekapasitet enn tre

C. Metallet har lavere varmekapasitet enn tre

D. Metallet har høyere varmeledningsevne enn tre

E. Metallet har lavere varmeledningsevne enn tre

Løsningsforslag:

Metallet kjennes kaldere fordi det har mye større ledningsevne enn tre og dermed leder varme bort fra huden mye raskere slik at huden blir fortere kald.

Oppgave 26 (4 poeng)

En bjørn sover i hi om vinteren. Bjørnen har et spekklag som er 5,0 cm tykt med en varmeledningsevne på $0{,}20\,\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$ og en pels som er 5,0 cm tykk og har en termisk ledningsevne på $0{,}020\,\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$ Bjørnen har en kroppstemperatur på $37\,°\mathrm{C}$ og i hiet er det en temperatur på $-2{,}0\,°\mathrm{C}$. Anta at bjørnens overflateareal er $2{,}0\,\mathrm{m^2}$. Hvor stort er bjørnens varmetap (effekten) gjennom spekk og pels?

A. 9 W B. 18 W C. 28 W D. 42 W **E.** 52 W

Løsningsforslag:

Varmestrømmen gjennom spekk og pels blir henholdsvis

$$H = k_s A(T_b - T_g)/d$$

og

$$H = k_p A(T_g - T_l)/d$$

Indeksene b,g,l referer henholdsvis til bjørnens kroppstemperatur, temperaturen i grensen mellom spekk og pels og temperaturen i luften. Ved likevektstilstand vil temperaturstrømmen H være lik gjennom hvert lag. Vi kan da sette likningene lik hverandre og løse for temperaturen i grenselaget T_g:

$$k_s(T_b - T_g) = k_p(T_g - T_l)$$

Løser for T_g

$$T_g = \frac{k_p T_l + k_s T_b}{k_p + k_s} = 33{,}5\,°\mathrm{C}$$

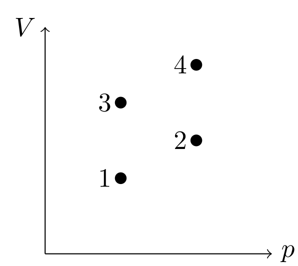
Varmestrømmen blir da

$$H = k_p A(T_g - T_l)/d = 28\,\mathrm{W}$$

Oppgave 27 (2 poeng)

I pV-diagrammet i figur 7, representerer fire punker en ideell gass i 4 ulike tilstander. I hvilke(n) av disse tilstanden er temperaturen høyest?

A. 2 B. 3 **C. 4** D. 1 og 2 E. 3 og 4



Figur 7: Oppgave 27.

Løsningsforslag:

Temperaturen til gassen er gitt av $T = \dfrac{pV}{nR}$. Tilstand 4 har både høyest volum og trykk og dermed også høyest temperatur.

Oppgave 28 (2 poeng)

En (reversibel) Carnot varmemaskin har isoterme prosesser ved 900 K og 400 K. Ved den høyeste temperaturen tilføres en varme $Q = 260\,\mathrm{kJ}$. Hvor mye varme fjernes ved den laveste temperaturen?

A. 31,1 kJ B. 63,5 kJ C. 97,0 kJ **D.** 116 kJ E. 178 kJ

Løsningsforslag:

For at entropiendringen i en komplett prosess skal være null må $S_H = Q_H/T_H$ være like stor som $S_C = Q_C/T_C$. Vi får dermed at

$$Q_C = Q_H \frac{T_C}{T_H} = 260\,\mathrm{kJ}\frac{400\,\mathrm{K}}{900\,\mathrm{K}} = 116\,\mathrm{kJ}$$

(Kan også ta utgangspunkt i Carnotsyklusens virkningsgrad)

Oppgave 29 (2 poeng)

Et kjøleskap som følger en Carnot-syklus står i et kjøkken med en romtemperatur på 301 K. Anta at dette er temperaturen til det varme reservoaret i kjølemaskinen. Kjøleskapet gjør et arbeid på 173 J for å fjerne 2578 J varme fra maten i kjøleskapet. Hva er den minste temperaturen vi kan få inni kjøleskapet, altså hva er temperaturen til det kalde reservoaret i kjølemaskinen?

A. 278 K B. 280 K **C.** 282 K D. 284 K E. 286 K

Løsningsforslag:

Fra termodynamikkens første lov får vi at varmen som kjøleskapet avgir må være like varmen som blir hentet inni kjøleskapet pluss arbeidet som blir tilført. Vi får altså at varmen ut av kjøleskapet blir

$$Q_{ut} = W - Q_{in} = -173\,\mathrm{J} - 2578\,\mathrm{joule} = -2751\,\mathrm{J}$$

For en Carnot syklus har vi at

$$\frac{|Q_C|}{|Q_H|} = \frac{T_C}{T_H}$$

For et kjøleskap går varmen inn fra det kalde reservoaret og ut av det varme reservoaret. Vi dermed at

$$T_C = T_H \frac{|Q_{in}|}{|Q_{ut}|} = 301\,\mathrm{K}\frac{2578\,\mathrm{J}}{2751\,\mathrm{J}} = 282\,\mathrm{K}$$

(I praksis må det varme reservoaret være varmere og det kalde kaldere for å få til effektiv varmeveksling med omgivelsene)

Oppgave 30 (2 poeng)

En satetelitt stopper pluteslig opp og faller loddrett ned gjennom atmosfæren under påvirkning av tyngdekraften og friksjon fra atmosfæren. Tyngdekraften følger Newtons gravitasjonslov og friksjonen fra atmosfæren går som $f = b(y)v^2$, hvor y er høyden over jordoverflaten og v er hastigheten til satelitten. Luftmostanden varierer med atmosfærens tetthet som $b(y) = b_0(\exp(-y/H))$, hvor H er en konstant. Hvilken av følgende kodesnutter skal byttes ut med `***` i koden nedenfor for å plotte satelittens hastighet som funksjon av høyde over jordoverflaten (forutsatt at den ikke brenner opp på vei ned, noe den ville gjort i virkeligheten)?

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

y_0 = 700e3 #Start height over earth surface
b_0 = 1.0 #frictional coefficient at surface
H = 7.99e3 #scale height for atmosphere density
G = 6.67e-11 #Gravitational constant
Me = 5.97e24 #Mass earth
Ms = 1.0e3  #Mass satelite
Re = 6371e3 #Jordens radius
#---------
N = 30000 #Data points
T = 10*60.0 #Simulation interval
h = T/(N-1) #Time step
t = np.linspace(0,T,N) #time points
y = np.zeros(N) #postitions
v = np.zeros(N) #velocity
y[0] = y_0

for i in range(0,N-1):
    ***
    if y[i+1]<0:
        break

plt.plot(y,v)
plt.show()
```

A.
```
a = -mg + 1.0/Ms*b_0*(np.exp(-y[i]/H))*v[i]**2
v[i+1] = a*h + v[i]
```

```
        y[i+1] = v[i]*h + y[i]
```

B.
```
a = -mg + 1.0/Ms*b_0*(np.exp(-y[i]/H))*v[i]**2
    v[i+1] = a + v[i]
    y[i+1] = v[i] + y[i]
```

C.
```
a = -G*Me/(y[i]+Re)**2 +1.0/Ms*b_0*(np.exp(-y[i]/H))*v[i]**2
    v[i+1] = a + v[i]**2
    y[i+1] = v[i] + y[i]**2
```

D.
```
a = -G*Me/(y[i]+Re)**2 + 1.0/Ms*b_0*(np.exp(-y[i]/H))*v[i]**2
    v[i+1] = a*h + v[i]
    y[i+1] = v[i]*h + y[i]
```

E.
```
a = -G*Me/(y[i]+Re)**2 + 1.0/Ms*b_0*(np.exp(-y[i]/H))*v[i]**2
    v[i+1] = a*h + v[i]**2
    y[i+1] = v[i]*h + y[i]**2
```

Løsningsforslag:

Når satelitten faller mot jorden påvirkes den av tyngdekraften og luftmotstanden. Bevegelseslikningen blir da

$$a = v' = \frac{1}{m}(F_g(y) - f(v)) = \frac{1}{m}(G\frac{m_e m_s}{(R + y^2)} - b(y)v^2)$$

Diskretiserer likningen gir

$$(v[i+1] - v[i])/h = a[i] = \frac{1}{m}F_g(y[i]) - f(v[i])$$

slik at

$$v[i+1] = a * h + v[i]$$

Fysiske konstanter

$g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$
$k_\mathrm{B} = 1{,}3807 \cdot 10^{-23}\mathrm{J/K}$
$N_\mathrm{A} = 6{,}02 \cdot 10^{23}$
$R = N_\mathrm{A} k_\mathrm{B} = 8{,}31\ \mathrm{Jmol^{-1}K^{-1}}$
$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{C^2\ N^{-1}\ m^{-2}}$
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{N/A^2}$
$k = 8{,}99 \cdot 10^9\ \mathrm{Nm^2C^{-2}}$
$e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$
$m_\mathrm{e} = 9{,}11 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg}$
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m^3\ kg^{-1}\ s^{-2}}$

Mekanikk

$\mathbf{a} = \dfrac{d\mathbf{v}}{dt} = \dfrac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}$
$\mathbf{s}(t) = \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2$
$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a}t$
$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$
$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$
$\dfrac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}$
$W = \int \mathbf{F} \cdot \mathbf{ds}$
$K = \frac{1}{2}mv^2$
$W_{tot} = \Delta K$
$\mathbf{F} = -\nabla U$
$F_\mathrm{f} \leq \mu_s F_\perp$
$\alpha = \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{d^2\theta}{dt^2}$
$b = \theta r$, $v = \omega r$, $a = \alpha r$
$K_\mathrm{rot} = \frac{1}{2}I\omega^2$
$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$
$\boldsymbol{\tau} = I\boldsymbol{\alpha}$
$I = \sum_i m_i \mathbf{r}_i^2$
$I_r = I_0 + Mr^2$
$\mathbf{r_{cm}} = \dfrac{1}{M_\mathrm{tot}} \sum_i m_i \mathbf{r}_i$
$\mathbf{I} = \Delta\mathbf{p} = \int \mathbf{F} dt$
$\mathbf{F} = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$

Svingninger

$x'' + \omega_0^2 x = 0$
$\omega_0 = \sqrt{k/m}$
$T = 2\pi/\omega$
$f = 1/T$

Termisk fysikk

n (antall mol)
$N = nN_\mathrm{A}$ (antall molekyler)
$\Delta U = Q - W$
$pV = nRT$
$pV = N\frac{2}{3}K_\mathrm{avg}$
$W = \int pdV$
$dQ = nCdT$
$C_\mathrm{V} = \frac{3}{2}R$ (en-atomig)

$C_\mathrm{V} = \frac{5}{2}R$ (to-atomig)
$C_\mathrm{P} = C_\mathrm{V} + R$
$\gamma = \dfrac{C_\mathrm{P}}{C_\mathrm{V}}$
$PV^\gamma =$ konst (adiabatisk)
$TV^{\gamma-1} =$ konst (adiabatisk)
$\eta = \frac{W}{Q}$
$\eta_\mathrm{Carnot} = 1 - \frac{T_c}{T_h}$
$dS = \dfrac{dQ_{rev}}{T}$

Elektrisitet og magnetisme

$\mathbf{F} = k\dfrac{q_1 q_2}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$
$\mathbf{E} = \dfrac{\mathbf{F}}{q}$
$\Delta V = -\int \mathbf{E} \cdot \mathbf{ds}$
$\Phi_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{dA}$
$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$
$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$
$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \mathcal{E} = -\dfrac{d\Phi_B}{dt}$
$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0(I + \varepsilon_0 \dfrac{d\Phi_E}{dt})$
$d\mathbf{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi} I \dfrac{d\mathbf{l} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$
$\mathbf{F} = q(E + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$
$\boldsymbol{\tau} = \mu \times \mathbf{B}$
$\mu = IA$
$C = \frac{Q}{V}$
$V = RI$
$R = \rho\dfrac{L}{A}$

Annet

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\Delta x_2\right)^2 + \cdots}$$

Vedlegg 1: Svarark (riv av og lever med eksamensomslag)
Kandidatnummer:
Fagkode:

	A	B	C	D	E
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					
21					
22					
23					
24					
25					
26					
27					
28					
29					
30					